

Taller de problemas en Educación Infantil: Una iniciación constructivista al aprendizaje numérico

Carlos de Castro Hernández

Beatriz Escorial González

Centro Superior de Estudios Universitarios La Salle, Universidad Autónoma de Madrid

La resolución de problemas puede fundamentar la construcción del conocimiento numérico en los primeros años. En este trabajo, describimos un taller de resolución de problemas aritméticos para último curso de Educación Infantil, diseñado para un grupo que sigue un método de aprendizaje por proyectos. Dentro de un ambiente de plena libertad para elegir materiales y procedimientos de resolución, los niños inventan sus propias estrategias, las discuten dentro del grupo, y deciden cuál será la estrategia “oficial” del grupo.

Introducción

La experiencia que describimos se desarrolla en un grupo de 14 niños y niñas de 5 y 6 años, en último curso de Educación Infantil, en el que se sigue una metodología de proyectos (De Castro y Escorial, 2005). En este contexto se inscribe el relato de la implementación de un taller de resolución de problemas, que permitirá al lector presenciar la evolución del pensamiento matemático de los niños a lo largo de dos meses del curso. Nosotros, como profesores-investigadores, partimos de la premisa teórica de que en el aprendizaje de las matemáticas es importante equilibrar distintos tipos de experiencias. Por una parte, los proyectos suponen situaciones en las que se produce un aprendizaje significativo. En ellos los niños, de forma autónoma, abordan un problema con estrategias basadas en sus conocimientos previos. Así, los nuevos conocimientos se integran en las estructuras cognitivas previas, lo que produce un aprendizaje significativo. Además, el aprendizaje en los proyectos es también funcional, pues surge de la necesidad de resolver problemas prácticos y, por tanto, cabe pensar que será un aprendizaje aplicable a un contexto extraescolar. Sin embargo, en matemáticas también es fundamental el aprendizaje de destrezas como el conteo, la comparación de números, la lectura y escritura de números o la suma y la resta. El aprendizaje de destrezas requiere de sistematicidad. Para aprender a sumar, no basta con hacer una o dos sumas; para aprender a leer o a escribir números, es necesario algo más que escribir algún número ocasionalmente en el desarrollo de un proyecto. El aprendizaje matemático en los proyectos es incidental, no sistemático. Dado que en los proyectos no se sabe de antemano los contenidos que se van a aprender, podría suceder que los niños hicieran sumas, o escribieran números, pero también puede ocurrir que no se pongan en juego ninguno de estos conocimientos. En todo caso, el salto que hay de la realización de una suma o la escritura de varios números al aprendizaje de la suma o de la lectura y escritura de números, es muy

grande. No obstante, aunque el aprendizaje de destrezas numéricas requiera de un trabajo sistemático, no implica que las tareas que realizan los alumnos deban ser repetitivas, mecánicas o carentes de significado para los pequeños. La comprensión debe ser un objetivo educativo irrenunciable y los procesos de enseñanza deben tener siempre en cuenta el interés de los niños y las niñas.

En este trabajo proponemos una alternativa a la enseñanza tradicional de la aritmética, en la que el aprendizaje de las operaciones aritméticas suele preceder siempre a la resolución de problemas.

Inspirados en trabajos en los que este enfoque se invierte, y se trabaja a través de la resolución de problemas con niños que todavía no han aprendido a realizar operaciones (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999; Warfield y Yttri, 1999), elaboramos una propuesta de taller de problemas.

Consideramos el taller de problemas una actividad complementaria y compatible con el enfoque de proyectos. Complementaria, porque aporta la sistematicidad necesaria para favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas y, a medio plazo, el aprendizaje de la aritmética. Compatible, porque comparte con los proyectos el corazón de sus presupuestos educativos: está basada en el interés de los pequeños, sus acciones están orientadas hacia una meta que les da sentido, se favorece la autonomía intelectual de los pequeños, y el aprendizaje es resultado de la construcción social de conocimiento dentro del grupo.

La planificación del taller: la búsqueda de un contexto para la resolución de problemas

Los problemas aritméticos verbales que se suelen plantear, del tipo: “María tenía 10 caramelos y se comió 6...”, corren a menudo el riesgo de convertirse en problemas excesivamente “escolares”. En ocasiones extremas, estos problemas degeneran en meros pretextos para la aplicación de alguna operación aritmética recién aprendida. En experiencias previas con enunciados de este tipo, los pequeños nos decían al terminar un problema: “Dinos otra adivinanza.” Este comentario evidencia que los niños no toman el problema como real. Algunos niños aceptan bien los problemas “hipotéticos”, aunque no evoquen una situación real. Por el contrario, en otras ocasiones, los problemas sí son percibidos como reales. Por ejemplo, cuando los pequeños se disfrazan de piratas, se plantean: ¿Cuántos pañuelos faltan, si tenemos 6 y somos 9 piratas? En este caso, los niños toman la situación como un verdadero problema. Aunque sabemos que el trabajo con los dos tipos de problemas puede dar resultados satisfactorios, pensamos que los problemas que los niños asumen como propios (reales) suponen un modelo más adecuado para el trabajo en el aula. Es más probable que una mayoría de alumnos se implique en el trabajo con problemas reales que con problemas hipotéticos. Sabemos que los alumnos con dificultades de aprendizaje son más sensibles a la necesidad de dar sentido a la actividad que realizan. En la Educación Infantil debemos estar especialmente atentos a los factores afectivos. En esta etapa educativa asumimos como principio pedagógico que las actividades que planteamos a los niños deben contar siempre con el interés de los pequeños (Copley, 2000). Si no somos capaces de implicar a la mayoría de los niños en el trabajo, algunos pueden perder el interés y convertirse en un obstáculo para la dinámica de la clase, al no aceptar las normas del funcionamiento del taller.

La dificultad que afrontamos aquí los profesores es que los problemas reales aparecen sólo de vez en cuando. Resulta difícil provocar la aparición de un problema real, y casi imposible que las variables implicadas en el mismo, como el tamaño de los números, se ajusten a la planificación del profesor. El reto

a asumir es encontrar una situación que resulte real para los niños, o que éstos tomen como tal, que constituya un contexto rico que permita el planteamiento de problemas de todo tipo.

En nuestra experiencia, esta situación vino dada por la realización de una visita que los alumnos hacen una vez al año a una Granja Escuela. Los pequeños conocen en la granja al duende Pitutín, encargado del cuidado de los animales y las plantas, del que se acuerdan durante todo el curso con discusiones tales como si existe o no, si le han visto, o si es el único duende que existe en el mundo.

Esta situación supondrá el punto de inicio para el taller de resolución de problemas. Un día, los niños reciben una carta de Pitutín. El duende les pide ayuda para resolver algunos problemas que se le plantean en la granja. Para los niños, esto supondrá una gran responsabilidad y un gran honor. Además, Pitutín les pide a los niños una respuesta por carta, lo que obligará a los pequeños a iniciarse en la escritura matemática. Este añadido se revelará fundamental en el proceso, pues hará que tratemos las matemáticas y el lenguaje en un contexto globalizador, lo que parece muy adecuado para estas edades. Los niños irán teniendo que explicarle a Pitutín cómo resolver los problemas (no bastará con darle los resultados) y se irán iniciando en la escritura de sentencias numéricas.

Las sesiones de trabajo duran una hora aproximadamente. En cada una de ellas se resuelven uno o dos problemas. La maestra interviene lo menos posible, y siempre de forma indirecta. No da la solución correcta, ni propone un procedimiento como idóneo. Cuando un niño da una respuesta que no tiene sentido dentro del contexto del problema, intenta hacérselo ver a través de una pregunta. Por el contrario, cuando un procedimiento le parece digno de ser resaltado, pide al alumno que lo explique otra vez y pregunta a todos si lo han comprendido. La maestra también interviene para valorar la validez de las explicaciones que dan los pequeños de los procedimientos empleados, exponiendo los criterios de su valoración: “Hay que explicarlo bien para que los demás entiendan cómo lo hemos hecho, para que puedan decir si están de acuerdo o no”, etc. Las explicaciones que dan los niños tienen un doble valor didáctico. Por una parte, ayudan a sus autores a articular su pensamiento para producir la explicación, aumentando la comprensión sobre el proceso. Por otra parte, constituyen una enseñanza para los oyentes que sustituye, en cierta medida, la enseñanza de la maestra.

En la selección de los problemas, hemos seguido el modelo de Carpenter y otros (1999). En este enfoque, se plantean problemas (que son incluso de “multiplicación y división”) a niños y niñas de Educación Infantil para que ellos desarrollen sus propias estrategias de resolución. Después, los maestros y maestras ayudan a los pequeños a construir su conocimiento matemático basándose en estas experiencias iniciales.

El desarrollo de la experiencia: Las sesiones de trabajo

La primera sesión de trabajo comienza al advertir Beatriz (la maestra) a los alumnos que guarda para ellos una gran sorpresa. Los niños se sientan en la alfombra y Beatriz les ofrece un pequeño sobre verde. Beatriz explica a los pequeños que ha llegado al colegio a nombre de “los Caballos” (el nombre que los niños han puesto al grupo). Irene se pone en pie para leer el nombre del remitente. Al terminar de pronunciar las sílabas: “Pi-tu-tín”, la emoción se desborda: “¡Pitutín nos ha escrito a nosotros!” Después, en medio de un ambiente de exaltación (imagen 1), Beatriz lee la carta. Pitutín cuenta en ella que tiene muchos problemas en la granja y necesita su ayuda. En esta situación, los pequeños comienzan el taller de problemas resolviendo los primeros encargos de Pitutín. Beatriz lee el primer problema:



Imagen 1 – Los pequeños reciben la carta con gran emoción

Beatriz: Antes teníamos tres cerditos vietnamitas.

Nacho: [En el centro de la imagen 1, el único que no parece emocionado] ¿Qué son cerditos vietnamitas?

Beatriz: ¡Ah! Claro. Tú no estuviste en la granja [el año pasado].

Nacho: No. Me puse malo. [Nacho es el único niño que no ha estado nunca en la granja].

Beatriz: Los cerditos vietnamitas son más pequeños que los normales y son de color negro.

Diego: ¡Yo entré, yo entré! ¡Había muchos cerdos!

Beatriz: [Sigue leyendo] Teníamos tres cerditos antes y han nacido cuatro más. ¿Cuántos tenemos en total?

Este pequeño diálogo ilustra la diferencia entre problemas reales e hipotéticos que señalábamos en los párrafos iniciales. Para Nacho, Pitutín es un desconocido y sus problemas son situaciones extrañas y ajenas a él. Es comprensible que al inicio no muestre un grado de implicación tan grande como el de sus compañeros. En cambio, para Diego, la situación es totalmente contextualizada, relevante y afectiva, y responde con mucha emoción: “¡Yo entré, yo entré! ¡Había muchos cerdos!”

Este primer problema es muy sencillo. Nuestro interés se centra en que los niños conozcan las normas de funcionamiento del taller más que en el propio problema en sí. Los niños pueden utilizar cualquier material y hay que razonar las respuestas que dan. Así, el taller se inicia y los niños piden a Beatriz lo que piensan que necesitarán para resolver el problema. Después de un rato, se procede a la puesta en común.

Beatriz: Vamos a explicar todos lo que nosotros creemos, la conclusión a la que hemos llegado, y todo el mundo va a escuchar. Decimos qué número creemos y por qué pensamos que es ese número.

Nacho: Ocho. Mira: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. [Pone 4 dedos en una mano y 4 dedos en la otra.]

Beatriz: ¿Por qué pones cuatro en esta mano?

Nacho: Porque han nacido cuatro.

Beatriz: Vale. Y ¿Cuántos tenía?

Nacho: Tres.

Beatriz: ¿Tres o cuatro?

Nacho: Tres. Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete. Siete.

Beatriz sabe que el procedimiento de Nacho es correcto, así que le pregunta sobre la parte en la que se localiza el fallo (un mal recuerdo de los datos) para que Nacho rectifique la respuesta por sí mismo. Distinguir entre un error y un simple fallo es fundamental para una intervención adecuada en el aula. Durante la discusión de los problemas con los niños, Beatriz trata de alcanzar dos objetivos: en primer lugar, los pequeños deben entrar en la dinámica del taller y comprender qué sentido tienen las explicaciones que deben dar. Son descripciones del procedimiento para ayudar a los demás a aprender, para poder justificar la respuesta y para poder debatir con ellos y convencerles.

A continuación, vemos cómo Cristina está haciendo la transición entre dos estrategias distintas: “contar todos”, que es la estrategia básica en este tipo de problemas y “contar a partir del primero”. Esta estrategia consiste en comenzar diciendo el primer número (el tres) y continuar el conteo a partir del

mismo, avanzando tantos pasos en la secuencia de conteo como objetos hay que añadir (cuatro): “cuatro, cinco, seis y siete”. La destreza de comenzar a contar verbalmente a partir de un número distinto de uno (como el tres), sin contar los números anteriores, es muy compleja en Educación Infantil.

Cristina: Lo he hecho así: 1, 2, 3. Luego he ido hasta cuatro con los dedos 1, 2, 3, 4 y luego he visto que es 7.

Beatriz: ¿Has puesto 3 en una mano y 4 en otra?

Cristina: No. He puesto 3 en una mano y luego he contado: 4, 5, 6 y 7.

Dentro de la primera sesión, Beatriz plantea el segundo problema: “En la granja escuela hay cuatro patos y cinco patitas. ¿Cuántos patos y patas hay en total?” Los niños lo piensan y solucionan con rapidez aplicando las estrategias del problema anterior. Vemos otra vez que los alumnos son capaces de corregir sus fallos (como en el caso de Diego), y que a veces tienen dificultad en recordar los datos del problema.

Diego: Lo había pensado mal, porque te había escuchado cinco y cinco. [Al leerles Beatriz el problema, Diego había respondido inmediatamente que había 10.]

Nacho ha resuelto el problema con la tabla 100 pero, llegado el momento de la explicación, no recuerda cómo lo ha hecho. La técnica adecuada consiste en contar primero cuatro casillas, y luego avanzar cinco casillas más, para llegar al nueve. El uso de la tabla 100 es un procedimiento intermedio entre el de “contar todos” y el de “contar a partir del primero”.

Varios niños ponen cinco dedos en cada mano y después quitan uno de ellos. A algunos niños se les olvida quitar el dedo que sobra; otros sí se acuerdan de quitarlo. Parece que les resulta más cómodo poner diez dedos que nueve, dejando el dedo meñique bajado. Esta estrategia puede considerarse un antecedente de las estrategias de “compensación”, que podríamos describir como: $5 + 4 = 5 + 5 - 1$. La sesión finaliza con una brevísima puesta en común en que los resultados (7 y 9 respectivamente) ganan por aclamación.

Segunda sesión

En la segunda sesión, se plantea un problema que no se puede resolver fácilmente utilizando los dedos: “Antes, Pitutín tenía en el corral 6 gallinas y a Pitutín le han regalado 7 más ¿cuántas gallinas tiene ahora?” Se introducen los cubos encajables y las cuentas de collar como nuevos materiales. Los pequeños trabajan individualmente antes de la puesta en común, en la que deben dar el resultado y la explicación del procedimiento. La maestra tendrá que insistir en el tipo de razonamiento que no es válido.

A Julieta, seis y siete le sale ¡igual a ocho! Ha levantado seis dedos y, al añadir otros siete dedos, tiene que quitar los cinco que puso en la primera mano. Así, llega a la solución de ocho. La modificación de los datos numéricos produce dificultades. La misma estrategia ya no puede aplicarse con los dedos.

Casi todos los alumnos cambian con facilidad de los dedos a los cubos. Dado que es la maestra la que lee el enunciado, algunos niños, como Sandra, olvidan los datos (aunque luego es capaz de rectificar):

Sandra: Catorce. He puesto ocho aquí y uno, dos... seis; seis aquí. [Sandra forma dos filas: una con 6 cubos y otra con 8. La de 6, son las gallinas de antes y la de 8, las de después. Luego lo junta. Entonces se da cuenta de que eran 7 gallinas y quita un cubito y lo guarda].

Beatriz: ¿Cuántos tienes que quitar?

Sandra: Uno, dos,... siete. [Mira la barra de ocho, cuenta hasta siete y comprueba que le sobra uno.] Me sobra uno. Uno, dos... seis; y uno, dos... siete. [A continuación, junta las dos filas y cuenta hasta trece.]

Varios niños y niñas escriben el trece en sus hojas, gracias al trabajo que han realizado previamente¹.

Antes de realizar la votación, en la que el 13 ganará por amplia mayoría, Beatriz explica a los pequeños:

Tenéis que pensar en las explicaciones de los demás y en la vuestras; no en quien quiere tener razón. A Pitutín hay que decirle el número de verdad, no el que he dicho yo porque yo lo he hecho y creo que es verdad. Hay que escuchar a los demás. Si los demás han hecho una cosa mejor que la nuestra, y tienen razón, habría que decir que nos parece bien, aunque sea algo distinto a lo nuestro.

El proceso de comprender las características y las funciones de una explicación, es lento y llevará todavía mucho tiempo su desarrollo.

Tercera sesión

El problema a resolver en la tercera sesión es el siguiente: “Pitutín tiene 6 gallinas y cada gallina pone 2 huevos. ¿Cuántos huevos tiene Pitutín?” Afrontamos un problema “de multiplicación” en Educación Infantil. Hay una pequeña ruptura con respecto a los problemas anteriores, que eran de estructura aditiva. Las estrategias previamente utilizadas en el taller, dejan de ser válidas en esta situación. Esto hace que sea imposible para los pequeños afrontar este problema de forma mecánica; será necesario exhibir un pensamiento flexible para seleccionar una técnica de resolución adecuada.



Imagen 2 – Aspecto general del grupo durante el taller

Aínvar: Ocho, porque he cogido piezas. Las he hecho así, de una en una, y después he ido contando uno, dos,... y las he juntado.

Beatriz: ¿Por qué 8?

Aínvar: Porque las gallinas eran 6 y le dan unas nuevas, ¿no?

Beatriz: No. Ese es el problema del otro día. Hoy era que ponían huevos, no le regalaron gallinas.

Aínvar: Como cada una pone dos... [Aínvar forma grupitos de dos y resuelve el problema inmediatamente].

Los niños suelen mostrar tendencia a emplear su conocimiento anterior. Aínvar ha reinterpretado el enunciado del problema asemejándolo a los problemas planteados en sesiones anteriores. En lugar de mostrarse atento al enunciado verbal del problema, para tratar de modelizarlo con la mayor fidelidad posible, tiende a aplicar el procedimiento de “contar todos” empleado en sesiones anteriores.

El trabajo de Carmen es extraordinariamente sistemático. Forma seis grupos con dos cubos en cada uno y los cuenta todos para averiguar la solución. Después, para saber cómo escribir la solución, establece una correspondencia uno a uno entre los cubos y los números de la recta numérica (imagen 3). Carmen tiene, además, una gran capacidad para describir su procedimiento.

Beatriz: ¿Alguien más tiene 12? ¿Julieta y Nacho? Pues escuchad todos los que tienen 12 y los que no. A ver si

¹ Por un lado, todos los días hay un encargado que escribe la fecha; por otro, aproximadamente cada 15 días, los niños juegan una partida al bingo. En ella tienen que aprender a leer y a escribir números empleando como instrumento la tabla 100.

Carmen lo ha pensado igual que vosotros para que salga 12.

Carmen: He puesto los huevos, 6 huevos [sic] en cada gallina, y me ha salido 12.

Beatriz: ¿Seis huevos en cada gallina?

Carmen: No. Dos huevos en cada gallina. En esta gallina dos, en esta dos, en esta dos, en esta dos, en esta dos y en esta dos.

Diego: Yo no lo he entendido. [Algunos alumnos representan por separado las gallinas y los huevos pero Carmen ha representado solamente los huevos.]

Carmen: He puesto dos huevos en cada gallina. [Ha hecho grupitos de 2.] Estos son los huevos de cada gallina [señalando uno de los grupos].

Diego: ¡Ah, ya! ¡Ya!

Cristina: Bea. Creo que me he equivocado.

Beatriz: ¿Te has equivocado? No pasa nada. Para eso venimos al colegio: a aprender. Porque si lo supiéramos todo, no vendríamos. ¿Por qué crees que te has equivocado?

Cristina: Porque me parece bien lo que ha hecho Carmen.

Beatriz: ¿A que como ella lo ha explicado, tú lo has entendido?



Imagen 3 – Uso del agrupamiento con cubos y la recta numérica para escribir el resultado

Con esta última frase, Beatriz enfatiza la importancia de que se intente explicar lo mejor posible cómo se ha realizado el problema. A su vez, observamos la efectividad de la intervención indirecta de la maestra al llamar la atención de la clase sobre la explicación de Carmen. Poco a poco, la solución de Carmen adquiere un estatus distinto, pasando de ser una propuesta individual al procedimiento adoptado por el grupo. Inés, al dar su respuesta, dice que son cuatro, pero no se acuerda de cómo lo ha hecho.

Beatriz: No nos vale. Esfuérzate y cuéntanos cómo lo has hecho.

Diego: Sí, [como] una campeona. No te rindas. Yo no me rindo.

Como vemos en la intervención de Diego, los niños comienzan a entrar en la dinámica del trabajo al comprender que el esfuerzo por explicar el procedimiento es parte de la tarea, tan importante o más que la solución ofrecida. El aliento de los niños a los compañeros que tienen que esforzarse en dar una explicación es continuo. En estas circunstancias, el ámbito de lo afectivo juega un papel primordial.

Cuarta sesión

En esta sesión, se plantea el siguiente problema: “Pitutín tenía 14 pavos en la granja y se le han perdido 5. ¿Cuántos tiene al final?” Durante el trabajo sobre el problema, aparece ocasionalmente, el trabajo por parejas. Algunos niños utilizan varios materiales. Por ejemplo, Sandra utiliza los cubos encajables para determinar la solución, la recta numérica para saber cómo se escribe, y el papel para apuntar la solución y

que no se le olvide. Diego utiliza la estrategia mayoritaria dentro del grupo:

Nueve [Se ha equivocado al contar, pero él mismo se va a corregir]. He cogido los Multilink. Como los tenía todos sueltos, he hecho una torre de catorce: Uno, dos,..., trece, catorce. Los iba uniendo cada vez. Así digo: uno, dos,..., once, doce. Me faltan dos. Uno, dos,..., trece, catorce. Y quito cinco: uno, dos, tres, cuatro, cinco. Y quito esto, y queda: uno, dos,..., nueve. Entonces digo: “Esta es la solución.”

Algunos niños emplean la estrategia de “juntar todos”, formando un grupo de 14 cubos y otro de 5, uniendo todos los contadores, y contando el total de los mismos. Beatriz ayuda a los niños a comprender la situación descrita en el problema para que vean que la respuesta no tiene sentido.

Beatriz: A ver. Pitutín tiene 14 patos, se le pierden 5, ¿y tiene 19?

Alguno: “Jopé.” [Dándose cuenta de la contradicción].

Beatriz: ¿Tiene más patos? [Cristina asiente] ¿Se le pierden los patos y ahora tiene más? Cuando a ti se te pierde algo, ¿tienes más o menos?

Cristina: Menos... Me he equivocado.

Por último, la solución propuesta por Nacho es, con diferencia, la más sofisticada de todas. Al final de la sesión, en la votación, será la estrategia elegida por abrumadora mayoría para enviar a Pitutín. Todo ello a pesar de que muchos niños ¡no la comprendan!

Nacho: Nueve. [Lo he hecho] en la pizarra (imagen 4). Le he quitado 5 y he contado, y son 9. [Lo repite para que los demás lo entiendan.] He puesto hasta 14 y le he quitado 5 números y quedan 9.

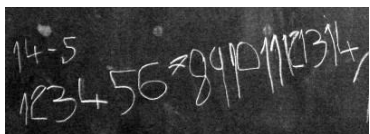


Imagen 4 – Utilizando la recta numérica escrita

El procedimiento, al realizarse con numerales escritos, en lugar de emplear cubos encajables, resulta bastante más abstracto para la mayoría de los compañeros. Varios niños dicen: “Yo no lo he entendido”; Aínvar añade: “¡Lo explica tan deprisa!” La estrategia de “poner 14 cubos, quitar 5, y contar los que quedan” es la más fácil de comprender, la más cercana. Llama la atención, por otro lado, la necesidad de reproducir la recta numérica, en lugar de utilizar la que ya está expuesta en el aula.

Quinta sesión

En la quinta sesión, se plantea el siguiente problema: Pitutín tiene 15 bellotas mágicas y quiere repartirlas entre 5 cerdos. ¿Cuántas bellotas le tocan a cada cerdo para que todos tengan las mismas? Se trata de un problema de división reparto. No todos los niños consiguen resolver el problema. Cristina lo resuelve por ensayo y error, empleando los numerales escritos en la recta numérica en lugar de los cubos encajables:

Tres. Lo he escrito en la pizarra y lo he hecho en la recta numérica. He buscado primero el 15 y he contado tres (agrupa en la recta numérica 1, 2 y 3 con la mano), tres (agrupa 4, 5 y 6), tres (agrupa 7, 8 y 9), tres (agrupa 10, 11 y 12) y tres (agrupa 13, 14 y 15) y así no me sobra ninguno.

Carmen resuelve el problema repartiendo por ensayo y error. Primero da dos cubos (bellotas) a cada cerdo, luego cuatro (ver el cuatro tachado en la imagen 5) y, finalmente, acaba dando tres cubos a cada cerdo sin que falte ni sobre ninguno. Como vemos en la imagen 5, Carmen emplea cubos para representar a los cerdos y otros cubos idénticos a los anteriores para las bellotas.

Diego resuelve el problema por ensayo y error. Al principio, reparte sólo 12 bellotas entre los 5 cerdos

dándoles, respectivamente: tres, tres, tres, dos y una bellotas. Después, modifica el reparto dando a los cerdos, respectivamente: cuatro, tres, tres, dos y ninguna bellotas. Al darse cuenta de que está repartiendo sólo 12 bellotas, añade las tres que faltan. A continuación, inicia un reparto más sistemático: da primero una bellota a cada cerdo y ve que le sobran bellotas. Sigue repartiendo una más, y le siguen sobrando. Finalmente, da tres a cada cerdo y comprueba que no le sobra ninguna.

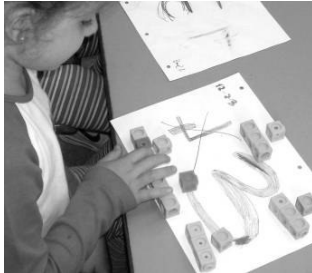


Imagen 5 – Carmen representa las bellotas, y también los cerdos

Sexta sesión

En la sexta sesión se plantea el siguiente problema: Pitutín tenía 8 patos en la granja y un día llegaron unos cuantos más. Desde entonces hay 14 patos en la granja. ¿Cuántos patos vinieron más? Se trata de un problema de cambio creciente que tiene por incógnita la cantidad de cambio. Su dificultad estriba en que no se puede modelizar fácilmente, pues tras representar la cantidad inicial, no se puede añadir a esta la cantidad de cambio, pues ésta es precisamente la incógnita. Cristina resuelve el problema contando sobre la recta numérica las casillas que tiene que recorrer para ir del ocho al catorce.

Cristina: Seis. Y he usado la recta numérica. Estaba en catorce. ¿Eran catorce, no, Bea?

Beatriz: Pitutín tiene ocho y luego catorce.

Cristina: Estaba en catorce [Lo señala con el dedo]. No, perdona. Estaba en ocho [señala el ocho y cuenta desde allí hasta catorce] y he hecho: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. Y así tiene catorce.

Beatriz: [A alguno que no estaba escuchando] ¿Os habéis enterado lo que ha hecho Cristina? A ver Cristina, repítelo por favor. Estamos muy atentos. [Cristina lo repite.] ¿Lo entendéis? [Algunos niños dicen que sí y otros que no.]



Imagen 6 – Los pájaros que estaban y los que vinieron volando

María utiliza una técnica para distinguir los dos tipos de patos: los que estaban, de los que vinieron volando (imagen 6). Para los primeros, utiliza dos cubitos unidos; para los segundos, un solo cubito. Así, sólo tiene que añadir desde ocho hasta catorce, para contar los que han venido (seis). Algunos niños hacen esta distinción empleando colores distintos para unos y otros o, simplemente, mantienen separados los dos grupos de objetos (Carpenter y otros, 1999).

Discusión y conclusiones

Para empezar, es importante reseñar la significación de introducir, en el proceso de resolución de los problemas, algunas modificaciones de gran calado con respecto a los enfoques tradicionales. La necesidad de dar una respuesta y una explicación del procedimiento, primero oralmente y después por escrito, o el uso de la votación para seleccionar el procedimiento “oficial” dentro del grupo, han dado lugar a cambios sustanciales y profundos en la actividad infantil. Si los niños no hubieran estado “obligados” a dar una respuesta común, no habrían escuchado tan atentamente las explicaciones de los demás para poder votar correctamente. La atención a las explicaciones de los compañeros requiere gran esfuerzo para los niños de esta edad. El contenido de la discusión es lo suficientemente abstracto para obligarles a mantener una atención constante, mucho mayor que cuando conversan en la asamblea sobre cualquier otro tema.

Otro de los puntos que merece la pena resaltar es el uso de la recta numérica (que tienen los alumnos expuesta en la clase, o que elaboran escribiendo en papel o en la pizarra) para resolver problemas. Se sabe que el paso de las estrategias de modelización directa a las de conteo supone un gran dominio del conteo, obligando a veces a los niños a un doble conteo (Carpenter y otros, 1999), muy difícil a los cinco años. El uso de la recta numérica evita este doble conteo. La recta numérica puede así considerarse como un auxiliar de gran valor en estas edades, hasta que los niños son capaces de alcanzar el dominio de estrategias de conteo más sofisticadas.

Finalmente, en cuanto a la organización y el funcionamiento del taller, dos elementos han sido los que han supuesto un añadido de valor fundamental en la experiencia: la necesidad de elaborar una respuesta por escrito, y el hecho de que la respuesta debiera ser grupal, no individual. Más allá de los efectos positivos de que los niños se iniciasen en la escritura de números y sentencias numéricas, o de que presentasen sus soluciones a los compañeros, debemos señalar una idea fundamental: Todo el taller estuvo orientado a promover la construcción social del conocimiento dentro de la pequeña sociedad del grupo. Los aspectos individuales y grupales del aprendizaje se han articulado en una propuesta en la que una comunidad de pequeños matemáticos ha desarrollado una genuina actividad matemática. Pensamos que esta experiencia, que se ofrece para la reflexión de las personas responsables de la Educación de niños y niñas de Educación Infantil, posee el valor de integrar adecuadamente las ideas de los métodos de proyectos con la necesidad de que el aprendizaje de las matemáticas pueda ser sistemático, a la vez que significativo, y responda a las necesidades matemáticas de la vida diaria de los pequeños.

Bibliografía

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.

Copley, J. V. (2000). *The young child and mathematics*. Washington-Reston: NAEYC-NCTM.

De Castro, C., y Escorial, B. (2005). Aprendiendo matemáticas a través de proyectos: Una experiencia inspirada en el enfoque de Reggio Emilia. En E. Rodrigues (Coord.), *Actas do I Congresso Internacional de Aprendizagem na Educação de Infância - CIANEI* (pp. 139-150). Porto: Gailivro.

Warfield, J., & Yttri, M. J. (1999). Cognitively guided instruction in one kindergarten classroom. In J. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 103-111). Reston-Washington: NCTM-NAEYC.