

W
28
(9208)

DOCUMENTO DE TRABAJO
9208

COMPORTAMIENTO CAOTICO EN LAS SERIES
DEL TIPO DE CAMBIO PESETA-DOLAR.

Oscar Bajo Rubio,
Fernando Fernández Rodríguez
y Simón Sosvilla-Rivero

X480055490



"COMPORTAMIENTO CAOTICO EN LAS SERIES
DEL TIPO DE CAMBIO PESETA-DOLAR"^(*)

Oscar Bajo Rubio

(UNED e Instituto de Estudios Fiscales)

Fernando Fernández Rodríguez

(Universidad de Las Palmas)

Simón Sosvilla-Rivero

(Universidad Complutense de Madrid y Ministerio de Economía y Hacienda)

Enero 1992

(*) Una versión preliminar de este trabajo se presentó en el XVI Simposio de Análisis Económico (Bellaterra, diciembre de 1991). Agradecemos a Juan Martín González su asistencia informática.

RESUMEN

En este trabajo se muestran algunos contrastes de la presencia de caos determinista en las series de tipo de cambio peseta-dólar estadounidense, al contado y a futuros a uno y tres meses, con datos diarios correspondientes al período enero 1985-mayo 1991. La detección de un comportamiento caótico en las series analizadas nos permite, como una derivación del análisis anterior, la realización de predicciones a corto plazo que resultan, en general, superiores a las del modelo de paseo aleatorio.

"Ante todo fue el caos"

Hesiodo

1. INTRODUCCION

A partir de la adopción de un sistema de tipos de cambio flexibles a comienzos de la década de los setenta, se registró un notable esfuerzo de modelización de los tipos de cambio en términos de otras variables macroeconómicas.

Durante largo tiempo, la literatura teórica y empírica ha reflejado el predominio del denominado enfoque de activos. A diferencia de las teorías tradicionales, según las cuales los tipos de cambio flexibles se movían con el fin de equilibrar la demanda internacional de flujos de bienes (y donde la condición Marshall-Lerner aseguraba la estabilidad del mercado de divisas), las teorías de activos subrayan el papel de la cuenta de capital de la balanza de pagos en lugar de la cuenta corriente y establecen que los tipos de cambio flexibles se mueven con el fin de equilibrar la demanda internacional de fondos de activos (para una panorámica sobre los modelos de activos, véase Sosvilla-Rivero, 1991).

Dos tipos de modelos destacan dentro de este enfoque de activos: modelos monetarios y modelos de equilibrio de cartera. Mientras los primeros consideran únicamente el equilibrio en los mercados de dinero nacional y extranjero (debido al supuesto de perfecta sustituibilidad entre los activos denominados en diferentes monedas), los segundos amplían el análisis para incluir explícitamente otros tipos de activos financieros.

Si bien estos modelos adquirieron una gran popularidad en los años setenta y ochenta, las contrastaciones empíricas han sido en general bastante desfavorables, a pesar del éxito inicial (véase Sosvilla-Rivero, 1991). El caso español no ha sido una excepción a esta tendencia: véanse, por ejemplo, Dolado y Durán (1983), Bajo Rubio (1986, 1987), y Sosvilla-Rivero (1990)¹.

El argumento más contundente en contra de este tipo de modelos se encuentra en Meese y Rogoff (1983a) quienes, tras examinar el poder predictivo fuera de la muestra (medido por el error cuadrático medio de las predicciones) de distintas versiones de estos modelos previamente estimadas y compararlo con el del modelo de paseo aleatorio, observan que éste no predice peor que los modelos estructurales considerados. En una contribución posterior (Meese y Rogoff, 1983b), generan las predicciones restringiendo los valores de los coeficientes de los diferentes modelos de acuerdo con las hipótesis sugeridas por la teoría, confirmando sus anteriores resultados y concluyendo por tanto que el mal funcionamiento de los modelos de activos fuera de la muestra no se debe a problemas de estimación sino de especificación, esto es, originados en los propios supuestos del modelo.

Ante estos resultados, una línea de investigación alternativa ha seguido, tomando como punto de partida la observación de las regularidades empíricas en el comportamiento de los tipos de cambio (Mussa, 1979), la vía de considerar el papel fundamental desempeñado por las innovaciones o nueva información (news) disponible para los agentes

¹. Por otra parte, utilizando una amplia batería de contrastes estadísticos, Mañas Antón (1986) no rechaza la hipótesis nula de que el tipo de cambio peseta-dólar estadounidense siguió un paseo aleatorio entre julio de 1979 y diciembre de 1984.

en los mercados cambiarios. Estas innovaciones explicarían las desviaciones observadas en los tipos de cambio con respecto al modelo de paseo aleatorio, tal y como ponen de manifiesto los modelos que consideran el tipo de cambio como el precio de un activo (véanse, por ejemplo, Frenkel y Mussa, 1980, y Mussa, 1982, 1984). Estos modelos proponen que los tipos de cambio deberían verse de manera similar a los precios de otros activos que se intercambian en mercados organizados. Dichos precios deben reflejar las expectativas del mercado respecto a las condiciones económicas que determinan el valor de los activos en cuestión, estando además muy influidos por la nueva información disponible sobre tales determinantes.

La contrastación empírica de esta clase de modelos se enfrenta con la dificultad de que las innovaciones constituyen una variable no observada. Distintos autores utilizan distintas variables y técnicas para aproximar el efecto de las innovaciones (para una revisión de los principales trabajos véase, por ejemplo, MacDonald, 1988, Capítulo 12), obteniendo en general resultados consistentes con la hipótesis de la importancia asignada a la nueva información en la determinación de los tipos de cambio.

Si bien estos modelos han constituido un instrumento útil para ayudarnos a entender el comportamiento de los tipos de cambio, quedan todavía numerosos aspectos por explicar. En particular, y aparte del problema que supone la imposibilidad de predecir el tipo de cambio que se derivaría de esta clase de modelos, cabría pensar que la intensa volatilidad cambiaria registrada en los últimos años difícilmente podría explicarse únicamente en términos de la información no anticipada.

Por otra parte, recientemente se ha producido un creciente interés entre los economistas por un nuevo campo de estudio que podría ofrecer una explicación alternativa al comportamiento aparentemente aleatorio de determinadas variables económicas. Nos estamos refiriendo al caos determinista.

De acuerdo con estas nuevas teorías, originadas en el campo de las ciencias físicas y biológicas, se dice que una variable muestra un comportamiento caótico cuando su evolución resulta aparentemente aleatoria, pero en realidad es determinista. Así pues, una variable caótica es un caso particular de variable no lineal cuyos valores futuros, a diferencia de lo que ocurriría si fuera aleatoria, se podrán predecir a partir de unas condiciones iniciales.

Desde un punto de vista más formal, la función que describe la evolución de una variable caótica presenta dos características. En primer lugar, la función muestra un comportamiento "aperiódico", en el sentido de que no toma dos veces el mismo valor dentro de un intervalo temporal determinado. En segundo lugar, su senda temporal es muy sensible con respecto a variaciones en las condiciones iniciales. En Frank y Stengos (1988a) o Baumol y Benhabib (1989) pueden encontrarse panorámicas acerca de las aplicaciones económicas de la teoría del caos.

En los últimos años han proliferado las contrastaciones empíricas de la existencia de caos determinista en series económicas (véanse Sayers, 1991, o LeBaron, 1991, para una revisión de los principales trabajos). En general, la evidencia disponible no parece favorable a la existencia de comportamiento caótico (aunque sí parece detectarse un comportamiento no lineal en algunos casos) en las contrastaciones realizadas con series

macroeconómicas de contabilidad nacional, con periodicidad trimestral (véanse Brock y Sayers, 1988; Frank y Stengos, 1988b; o Frank, Gencay y Stengos, 1988). Sin embargo, cuando las contrastaciones se han llevado a cabo sobre series financieras con periodicidad inferior (semanal o diaria), los resultados parecen ser consistentes con la existencia de comportamiento caótico en las series analizadas: véanse Barnett y Chen (1988) para diferentes agregados monetarios; Frank y Stengos (1989) para los precios del oro y la plata; o Scheinkman y LeBaron (1989) para los rendimientos de las acciones. De hecho, es algo unánimemente reconocido que, tanto por la propia naturaleza del fenómeno (en particular la extrema sensibilidad a las condiciones iniciales) como por las características de los tests empleados, la contrastación empírica de la existencia de caos determinista requiere la utilización de datos enormemente precisos junto a la disponibilidad de un número muy elevado de observaciones, lo que a su vez sólo será posible para datos de muy alta frecuencia.

Por lo que respecta al tipo de cambio, De Grauwe y Vansanten (1990) han desarrollado un modelo formal en el que la introducción de no linealidades (a través de un "efecto J" en la balanza comercial y de la introducción de dos tipos de agentes, "chartistas" y "fundamentalistas", en el mecanismo de formación de expectativas) da lugar a comportamiento caótico por parte del tipo de cambio. Sin embargo, y hasta donde sabemos, no existe en la literatura ninguna contrastación de la presencia de caos determinista en las series del tipo de cambio. Se ha contrastado, no obstante, la presencia de no linealidades, con resultados dispares: si bien Hsieh (1989) y Kugler y Lenz (1991) detectan la existencia de no linealidad para diferentes tipos de cambio (que pueden explicarse mediante modelos GARCH), otros

estudios debidos a Diebold y Nason (1990) y Meese y Rose (1990, 1991) llevan a cabo estimaciones no paramétricas de modelos no lineales, no obteniendo mejoras significativas frente a los modelos lineales del tipo de cambio, y en particular el de paseo aleatorio.

El objetivo de este trabajo, que presenta los primeros resultados de un proyecto más amplio en curso, es el de intentar contrastar la presencia de caos determinista en las series de tipo de cambio peseta-dólar estadounidense, al contado y a futuros a uno y tres meses, con datos diarios correspondientes al período enero 1985-mayo 1991. La detección de un comportamiento caótico en las series analizadas nos permitirá, como una derivación del análisis anterior, la realización de predicciones a corto plazo.

El trabajo se organiza de la manera siguiente. En la Sección 2 describimos brevemente los contrastes utilizados, mientras que en la Sección 3 se introduce un procedimiento de predicción en sistemas caóticos. En la Sección 4 se presentan los resultados obtenidos al aplicar dichos contrastes, así como las predicciones a diferentes horizontes. Por último, en la Sección 5 se resumen las principales conclusiones del análisis llevado a cabo en las secciones anteriores.

2. PROCEDIMIENTOS DE DETECCIÓN DEL CAOS DETERMINISTA EN SERIES TEMPORALES

Los procedimientos más utilizados para la detección de caos determinista son la dimensión de correlación (o test de Grassberger y Procaccia) y los exponentes de Lyapunov.

Ambos procedimientos parten del teorema de inmersión de Takens (1981), según el cual, dada una serie temporal X_t ($t=1,2,\dots,T$), su inmersión en un espacio de fases n -dimensional considerando el conjunto de historias de longitud M (denominadas M -historias)

$$X_t^M = (X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t+M-1})$$

puede, para un M lo suficientemente grande ($M \geq 2n+1$), recrear la dinámica del proceso generador de los datos. Así pues, la creación de M -historias convierte los T escalares de la serie temporal en $T_M = T - M + 1$ vectores con entradas solapadas.

2.1. Dimensión de correlación.

Dado que la dimensión es una medida de lo complicado que es un objeto², y puesto que mientras un sistema aleatorio tiene dimensión infinita, uno caótico la tiene finita y positiva, el cálculo de la dimensión de las M -historias es el método más inmediato para detectar la presencia de caos determinista. Para ello, Grassberger y Procaccia (1983a,b) proponen un estadístico de dimensión de correlación.

Un primer paso en el cálculo de este estadístico es la definición de la

² Un punto tiene dimensión cero; una línea, dimensión uno; un plano, dimensión dos; etc.

correlación entera $C^M(\epsilon)$

$$C^M(\epsilon) = \# \{ (i,j), 1 \leq i, j \leq T, i \neq j : \| X_i^M - X_j^M \| < \epsilon \} / T_M^2,$$

donde $\#A$ y $\| \cdot \|$ indican, respectivamente, el número de puntos distintos en el conjunto A , y la distancia euclidiana. De esta manera, $C^M(\epsilon)$ representa el número de M -historias que se encuentran separadas entre sí por una distancia menor que ϵ .

La dimensión de correlación en la dimensión de inmersión M se define como

$$D^M = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} (\ln C^M(\epsilon) / \ln \epsilon).$$

Grassberger y Procaccia (1983a) demuestran que si, a medida que aumenta M , el valor de D^M se estabiliza, entonces el sistema estudiado presenta un comportamiento caótico. En caso de no estabilizarse, el sistema sería aleatorio.

Grassberger y Procaccia demuestran también que, para un ϵ lo suficientemente pequeño y un T lo suficientemente grande, la correlación entera $C^M(\epsilon)$ puede aproximarse de la siguiente manera

$$\ln C^M(\epsilon) = \alpha + D^M \ln \epsilon,$$

donde α es una constante.

La aplicación empírica de este contraste consiste en la representación gráfica del logaritmo de las correlaciones enteras ($\ln C^M(\epsilon)$) frente al logaritmo de la distancia máxima ($\ln \epsilon$) para distintos valores M . El comportamiento caótico exige, pues, que el valor de la pendiente de las rectas anteriores (es decir, D^M) se mantenga acotado a partir de un valor de M en adelante.

2.2. Exponentes de Lyapunov.

El hecho de que la dimensión de correlación se estabilice es sólo una condición necesaria, pero no suficiente, para detectar sistemas caóticos. Dado que una de las características que definen un sistema caótico es su extrema dependencia de las condiciones iniciales, un contraste adicional para la existencia de caos determinista en una serie temporal vendría dado por una medida del grado de divergencia de las trayectorias a partir de dos situaciones iniciales próximas dentro del espacio de fases. Esto es precisamente lo que miden los exponentes de Lyapunov. La presencia de divergencia reflejaría esta sensibilidad respecto a las condiciones iniciales e ilustraría la inestabilidad local característica de los sistemas caóticos.

Dada una esfera n -dimensional de radio infinitesimal $p(0)$ en el momento $t=0$ en el espacio de fases, dicha esfera se transformará, a medida que el sistema dinámico evoluciona, considerando una aproximación lineal, en un elipsoide de semiejes $p_i(t)$ para $1 \leq i \leq n$. A partir de aquí, el i -ésimo exponente de Lyapunov viene dado por

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{p_i(t)}{p_i(0)} .$$

Los exponentes de Lyapunov explican las expansiones o contracciones infinitesimales de la esfera inicial en las diferentes direcciones dentro del espacio de fases. Los exponentes de Lyapunov negativos contraen el sistema, mientras que los positivos lo expanden. El algoritmo de Wolf (desarrollado en Wolf, Swift, Swinney y Vastano, 1985), permite el cálculo del máximo exponente de Lyapunov en aplicaciones empíricas. La presencia de un máximo exponente de Lyapunov positivo se acepta generalmente como una definición del caos.

La suma de los exponentes de Lyapunov positivos recibe el nombre de entropía de Kolmogorov (K), y su inversa proporciona el horizonte de predicibilidad determinista del sistema. En otras palabras, $1/K$ mide el momento a partir del cual la mejor predicción sobre el estado del sistema es el valor medio de la serie temporal (Schuster, 1984). Si denominamos λ_{\max} al valor del máximo exponente de Lyapunov, $1/\lambda_{\max} \approx 1/K$ indicaría la cota superior del horizonte temporal de predicción.

La presencia de caos determinista en una serie temporal abre la posibilidad de realizar predicciones a corto plazo. Obsérvese, sin embargo, el peculiar carácter de los sistemas caóticos que, pese a ser completamente deterministas, son impredecibles a un plazo superior a $1/K$. Podría decirse, pues, que su extrema sensibilidad a las condiciones iniciales les conduce a un proceso continuo de innovación caótica diferente de la que se produce en un sistema aleatorio.

3. PREDICTORES LOCALES POR ANALOGIAS

Consideremos una serie temporal X_t ($t=1,2,\dots,T$) que presenta un comportamiento caótico. Un predictor global consiste en una función F , no lineal, capaz de ajustar globalmente el comportamiento de la serie, y a partir de la cual se pueden extrapolar los valores futuros de la serie

$$X_{T+1} = F(X_T, X_{T-1}, X_{T-2}, \dots, X_{T-M+1}), \forall i \geq 1.$$

Sin embargo, existe otra forma de predecir sin necesidad de construir previamente un modelo global de toda la serie. Para ello concentraremos nuestra atención tan sólo en la última M -historia disponible

$$X_N^M = (X_N, X_{N-1}, X_{N-2}, \dots, X_{N-M+1}),$$

de manera que su evolución futura pueda predecirse por comparación con la evolución de otras M -historias

$$X_{j_1}^M, X_{j_2}^M, X_{j_3}^M, \dots, X_{j_k}^M$$

cercanas a ella en el espacio de fases. Se busca, por tanto, que la función F ajuste solamente los puntos próximos a la M -historia final X_N^M .

Dicha F recibe el nombre de predictor local.

Esta idea parte inicialmente de Lorenz (1969) en su intento de predecir el comportamiento de una serie meteorológica, atendiendo a las situaciones "análogas" a la presente que ocurrieron en el pasado. Farmer y Sidorowich (1987) han retomado el método de Lorenz poniendo de manifiesto cómo los predictores locales pueden ofrecer mejores ajustes que los globales cuando el número de datos es demasiado grande. Como señalan estos autores, la mayoría de las representaciones globales alcanzan un punto de disminución de eficiencia en la predicción, por lo que añadir más datos o parámetros conduce a una mejora marginal

decreciente en la predicción e incluso a empeorar el comportamiento de los predictores.

En este trabajo hemos utilizado tres técnicas de predicción local inspiradas en otras tantas empleadas para datos caóticos. La primera de ellas se basa en el método tradicional de Farmer y Sidorowich (1987), quienes construyen el predictor buscando los k puntos más próximos en el espacio de fases \mathbb{R}^M , siendo $k \geq M+1$. Hemos utilizado asimismo otros dos predictores locales que eligen los k puntos más similares con la M -historia final de la serie (X_N^M) de dos formas alternativas: (i) buscando las M -historias de máxima correlación con X_N^M ; y (ii) buscando las M -historias de mínimo ángulo con X_N^M , y por tanto máximo coseno.

Llamaremos a los correspondientes predictores locales, predictores por distancia, por correlación, y por coseno. Un análisis de las razones que justifican matemáticamente estos sistemas de predicción en series temporales caóticas puede encontrarse en Fernández Rodríguez (1992).

4. RESULTADOS EMPIRICOS

En la aplicación empírica utilizamos datos diarios del logaritmo del tipo de cambio vendedor peseta-dólar estadounidense, al contado y a futuros a uno y tres meses, correspondientes al período comprendido entre enero de 1985 y mayo de 1991³.

Dada la presencia de una raíz unitaria en las series objeto de estudio (véase Ayuso, Dolado y Sosvilla-Rivero, 1991), se procedió a su transformación en primeras diferencias de manera que las series resultantes fueran estacionarias.

Debido al carácter más bien heterogéneo del período analizado, lo hemos dividido en tres subperíodos, siendo los puntos de ruptura enero de 1988 (momento en el que se produce una reforma del sistema de intervención del Banco de España en el mercado de cambios -véase Leyva, 1988) y junio de 1989 (fecha del ingreso de la peseta en el mecanismo de cambios del Sistema Monetario Europeo, SME).

Para calcular la dimensión de correlación presentamos, en la parte superior izquierda de los Gráficos 1 a 3, la evolución de los logaritmos de las correlaciones enteras ($\ln C^M(\epsilon)$) frente a la distancia máxima ($\ln \epsilon$). A su vez, en la parte inferior izquierda se muestra el comportamiento de D^M frente a la dimensión de inmersión M .

La existencia de regiones lineales en la parte superior izquierda y la

³. La elección del tipo vendedor en lugar del comprador no debería resultar significativa dada la evolución paralela de ambos tipos de cambio (véase Ayuso, 1991).

estabilización de D^M a partir de un cierto valor de M manifiestan la presencia de caos determinista en las series estudiadas.

Los resultados numéricos obtenidos para las dimensiones de correlación frente a las dimensiones de inmersión, aparecen en el Cuadro 1. En dicho Cuadro, un asterisco indica la dimensión de inmersión a partir de la cual se produce la estabilización de la dimensión de correlación. De tal dimensión en adelante, las M -historias comienzan a mostrar un claro comportamiento determinista, siguiendo una dinámica caótica.

Asimismo, hemos calculado los exponentes máximos de Lyapunov, λ_{\max} , para diversos valores de los parámetros que aparecen en el algoritmo de Wolf, tomando finalmente su valor promedio. Como se desprende de los resultados numéricos que aparecen en el Cuadro 2, la existencia de exponentes positivos refuerza nuestra conclusión anterior sobre el carácter caótico de las series analizadas.

El Cuadro 3 presenta los valores inversos de los exponentes máximos de Lyapunov que aparecen en el Cuadro 2. Dichos valores proporcionan el horizonte determinista de predicción en días, es decir, la cota superior del horizonte temporal de predicción.

Maravall y Bentolila (1986) consideran que la volatilidad de una serie temporal se relaciona más con la incertidumbre que genera que con la magnitud de las fluctuaciones de dicha serie que vienen recogidas por la varianza, proponiendo una medida alternativa de volatilidad asociada con el concepto de impredecibilidad. Desde esta perspectiva, podemos considerar la entropía K como una buena medida de volatilidad y, por tanto, los datos del Cuadro 3 pueden utilizarse para analizar la

volatilidad de las series en los distintos subperíodos. En efecto, cuanto mayor sea el horizonte determinista de predicción, menor será la volatilidad (impredecibilidad) de la serie estudiada, de manera que del Cuadro 3 cabría inferir que la volatilidad de las series disminuyó al pasar del período I al período II, mientras que, por el contrario, aumentó al pasar del período II al período III, con la excepción del caso del tipo a futuros a un mes para el que continuó disminuyendo⁴.

Una vez establecido el carácter caótico de las series, así como los horizontes deterministas de predicción, pasamos a aplicar nuestros predictores locales a las series de tipo de cambio objeto de estudio.

Cada predictor local se ha calculado, en cada uno de los períodos, a partir de los datos de cada serie, dejando libres las últimas observaciones sobre las cuales se realizará la predicción. El número de datos que se predice en cada caso viene dado por los horizontes deterministas de predicción calculados previamente (Cuadro 3) y para las dimensiones de inmersión proporcionadas por los tests de Grassberger-Procaccia (Cuadro 1). Siguiendo la práctica habitual, la bondad de las predicciones se mide por la raíz cuadrada del error cuadrático medio (RMSE), y se compara con la de las predicciones originadas por un paseo aleatorio; los resultados aparecen en el Cuadro 4.

Como puede verse en dicho Cuadro, los predictores locales calculados proporcionan un RMSE inferior al del paseo aleatorio en todos los casos

4. Utilizando el análisis GARCH, Ayuso (1991) tampoco detecta una disminución de la volatilidad del tipo de cambio vendedor al contado peseta-dólar estadounidense tras la incorporación de la peseta al mecanismo de cambios del SME.

para los tipos de cambio a futuros a uno y tres meses. En cuanto al tipo de cambio al contado, el RMSE de los predictores locales es inferior al del paseo aleatorio solamente en el primer período, y para el predictor por distancia en el período III⁵.

⁵. Debe observarse, no obstante, que el peor comportamiento relativo de nuestros predictores locales para el tipo al contado en el período II se debe a la turbulencia de la última parte de dicho período. De hecho, si prescindimos de estas últimas observaciones y repetimos el análisis, las predicciones mejoran notablemente.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado los primeros resultados derivados de la contrastación de la presencia de caos determinista para las series diarias de tipo de cambio vendedor peseta-dólar estadounidense, al contado y a futuros a uno y tres meses, para el período enero 1985-mayo 1991. La muestra se ha dividido en tres subperíodos delimitados por la reforma de la política de intervención del Banco de España en el mercado de cambios (enero de 1988) y por la integración de la peseta en el mecanismo de cambios del SME (junio de 1989).

Tanto la aplicación del test de Grassberger-Procaccia como el cálculo de los exponentes de Lyapunov parecen sugerir la presencia de una dinámica caótica para las series de tipo de cambio peseta-dólar en los distintos subperíodos analizados.

Una vez constatada la presencia de comportamiento caótico, se calcularon unos horizontes deterministas de predicción (obtenidos a partir de los exponentes de Lyapunov), proponiéndose a continuación diversos predictores locales por analogía (predictor por correlación, por coseno y por distancia). Las predicciones así obtenidas resultan superiores a las del modelo de paseo aleatorio en todos los casos para los tipos de cambio a futuros a uno y tres meses, mientras que, para el tipo al contado, sólo lo son en el primer subperíodo y en el tercero (si bien en este caso únicamente para el predictor por distancia).

REFERENCIAS

- Ayuso, J. (1991): "Los efectos de la entrada de la peseta en el SME sobre la volatilidad de las variables financieras españolas", de próxima aparición en Moneda y Crédito.
- Ayuso, J., Dolado, J. y Sosvilla-Rivero, S. (1991): "Eficiencia en el mercado a plazo de la peseta", Documento de Trabajo 9120, Banco de España, Madrid.
- Bajo Rubio, O. (1986): "Modelos monetarios del tipo de cambio y evidencia econométrica. Un análisis de los casos peseta-dólar y peseta-marco", Información Comercial Española 632, 63-77.
- Bajo Rubio, O. (1987): "Modelos monetarios del tipo de cambio y evidencia econométrica. Nuevo examen de los casos peseta-dólar y peseta-marco", Información Comercial Española 647, 125-143.
- Barnett, W. y Chen, P. (1988): "The aggregation-theoretic monetary aggregates are chaotic and have strange attractors: An econometric application of mathematical chaos", en W. Barnett, E. Berndt y H. White (eds.), Dynamic Econometric Modelling, Proceedings of the Third International Symposium on Economic Theory and Econometrics. Cambridge University Press, Cambridge, 199-245.
- Baumol, W. J. y Benhabib, J. (1989): "Chaos: Significance, mechanism, and economic applications", Journal of Economic Perspectives 3, 77-105.

- Brock, W. y Sayers, C. (1988): "Is the business cycle characterized by deterministic chaos?", Journal of Monetary Economics 22, 71-90.
- De Grauwe, P. y Vansanten, K. (1990): "Deterministic chaos in the foreign exchange market", CEPR Discussion Paper 370.
- Diebold, F. y Nason, J. (1990): "Nonparametric exchange rate prediction?", Journal of International Economics 28, 315-332.
- Dolado, J. J. y Durán, J. (1983): "Estimación de un modelo monetario del tipo de cambio peseta/dólar", Información Comercial Española 604, 95-108.
- Farmer, D. y Sidorowich, J. (1987): "Predicting chaotic time series", Physical Review Letters 59, 845-848.
- Fernández Rodríguez, F. (1992): "Aplicaciones del caos determinista al problema de la predicción", Tesis Doctoral en curso, Universidad de Las Palmas, Gran Canaria.
- Frank, M. y Stengos, T. (1988a): "Chaotic dynamics in economic time-series", Journal of Economic Surveys 2, 103-133.
- Frank, M. y Stengos, T. (1988b): "Some evidence concerning macroeconomic chaos", Journal of Monetary Economics 22, 423-438.
- Frank, M. y Stengos, T. (1989): "Measuring the strangeness of gold and silver rates of return", Review of Economic Studies 5, 553-567.

- Frank, M., Gencay, R. y Stengos, T. (1988): "International chaos?", European Economic Review 32, 1569-1584.
- Frenkel, J. A. y Mussa, M. (1980): "The efficiency of foreign exchange markets and measures of turbulence", American Economic Review 70, 374-381.
- Grassberger, P. y Procaccia, I. (1983a): "Measuring the strangeness of strange attractors", Physica D9, 189-208.
- Grassberger, P. y Procaccia, I. (1983b): "Characterization of strange attractors", Physical Review Letters 50, 346-349.
- Hsieh, D. (1989): "Testing for nonlinear dependence in daily foreign exchange rates", Journal of Business 62, 339-368.
- Kugler, P. y Lenz, C. (1991): "Chaos, ARCH and the foreign exchange market: Empirical results from weekly data", trabajo presentado en la Reunión Europea de la Econometric Society, Cambridge.
- LeBaron, B. (1991): "Econometría no lineal del caos: Resultados empíricos", Cuadernos Económicos de ICE 47, 37-62.
- Leyva, M. L. (1988): "La reforma del sistema de intervención del Banco de España en el mercado de cambios", Boletín Económico del Banco de España, febrero, 21-25.
- Lorenz, E. (1969): "Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues", Journal of Atmospheric Sciences 26, 636-646.

MacDonald, R. (1988): Floating exchange rates: Theories and evidence, Unwin Hyman, Londres.

Mañas Antón, L. (1986): "Contrastación de la hipótesis de paseo aleatorio. El caso del tipo de cambio peseta/dólar", Información Comercial Española 632, 25-43.

Maravall, A. y Bentolila, S. (1986): "Una medida de volatilidad en series temporales con una aplicación al control monetario en España", Investigaciones Económicas (Segunda época) 10, 185-199.

Meese, R. y Rogoff, K. (1983a): "Empirical exchange rate models of the seventies: Do they fit out of sample?", Journal of International Economics 14, 3-24.

Meese, R. y Rogoff, K. (1983b): "The out-of-sample failure of empirical exchange rate models: Sampling error or misspecification?", en J. Frenkel (ed.), Exchange rates and international macroeconomics. University of Chicago Press, Chicago, 67-105.

Meese, R. y Rose, A. (1990): "Nonlinear, nonparametric, nonessential exchange rate estimation", American Economic Review 80, 192-196.

Meese, R. y Rose, A. (1991): "An empirical assessment of non-linearities in models of exchange rate determination", Review of Economic Studies 58, 603-619.

Mussa, M. (1979): "Empirical regularities in the behavior of exchange rates and theories of the foreign exchange market",

Mussa, M. (1982): "A model of exchange rate dynamics", Journal of Political Economy 90, 74-104.

Mussa, M. (1984): "The theory of exchange rate determination", en J. Bilson y R. Marston (eds.), Exchange rate theory and practice. University of Chicago Press, Chicago, 13-78.

Sayers, C. (1991): "Statistical inference based upon non-linear science", European Economic Review 35, 306-312.

Scheinkman, J. y LeBaron, B. (1989): "Nonlinear dynamics and stock returns", Journal of Business 62, 311-337.

Schuster, H. (1984): Deterministic chaos: An introduction, Physik-Verlag, Weinheim.

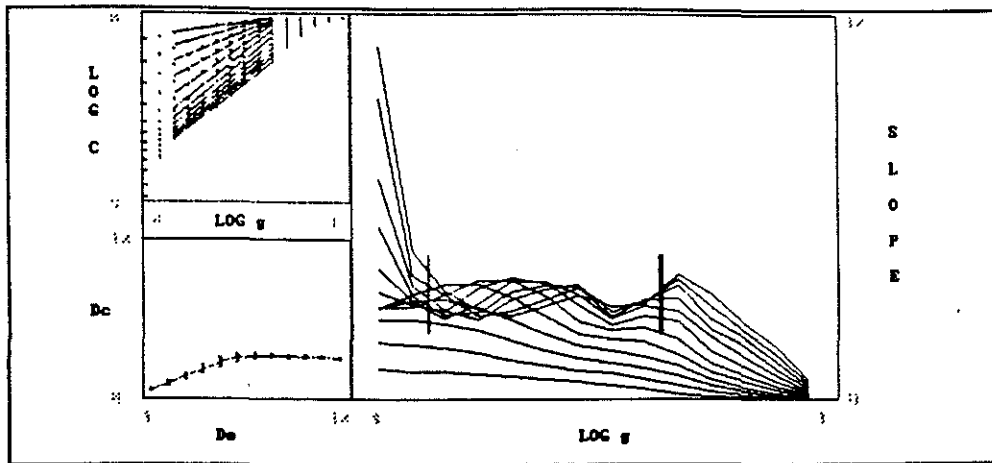
Sosvilla-Rivero, S. (1990): "Modelling the Spanish Peseta: Theory and econometric evidence from the 1970s and 1980s", Ph. D. Thesis, The University of Birmingham, Birmingham.

Sosvilla-Rivero, S. (1991): "Asset-market models of exchange-rate determination: Basic models, empirical evidence and extensions", Documento de Trabajo 9124, Universidad Complutense, Madrid.

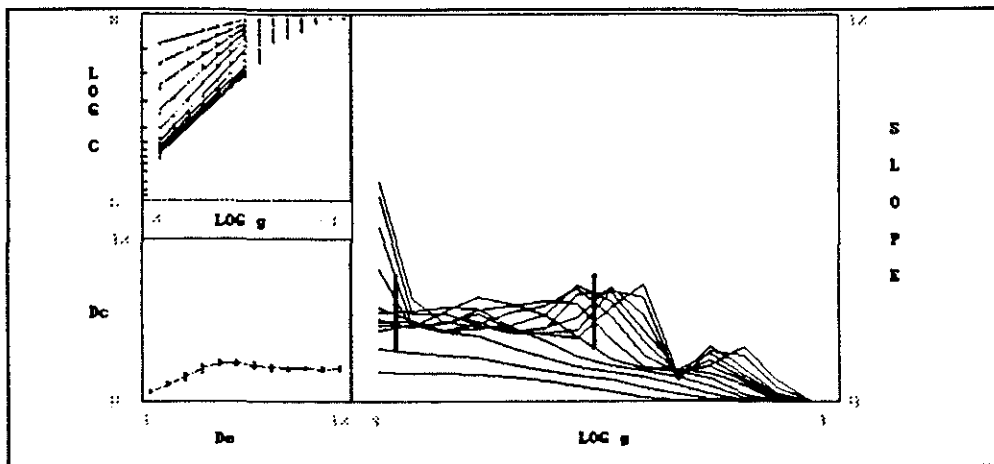
Takens, F. (1981): "Detecting strange attractors in turbulence", en D. Rand y L. Young (eds.), Dynamical systems and turbulence, Springer-Verlag, Berlín, 366-381.

Wolf, A., Swift, J., Swinney, H. y Vastano, J. (1985): "Determining Lyapunov exponents from a time series", Physica D16, 285-317.

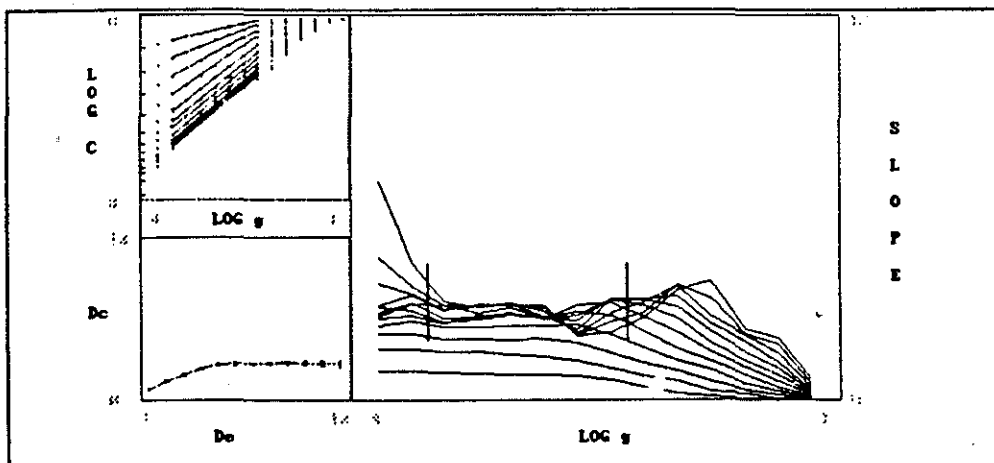
GRAFICO 1



SPOT PERIODO I

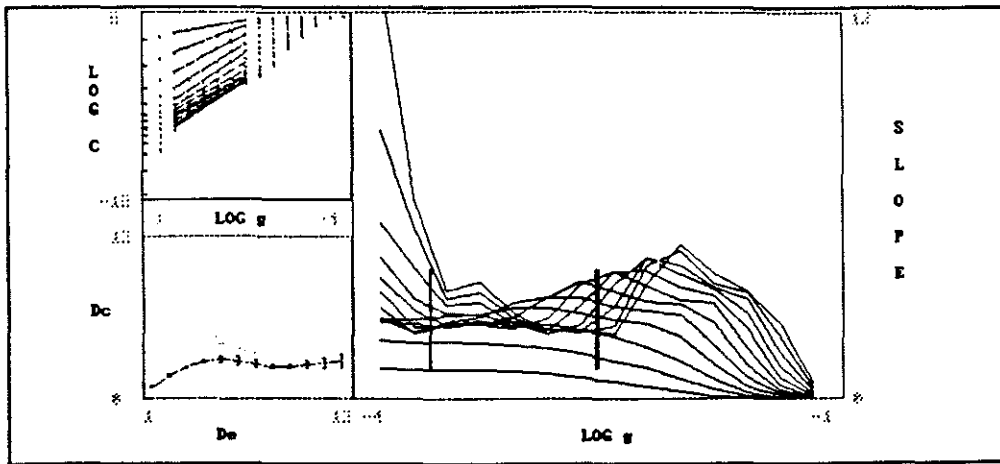


SPOT PERIODO II

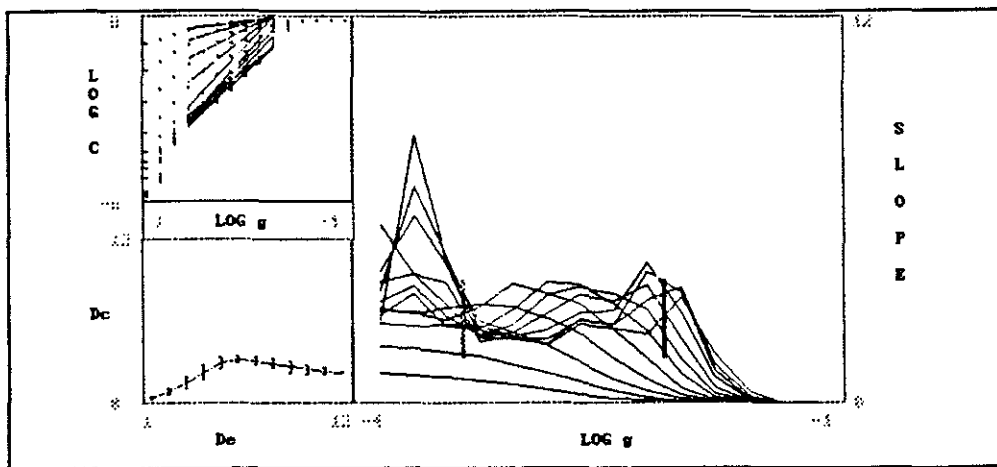


SPOT PERIODO III

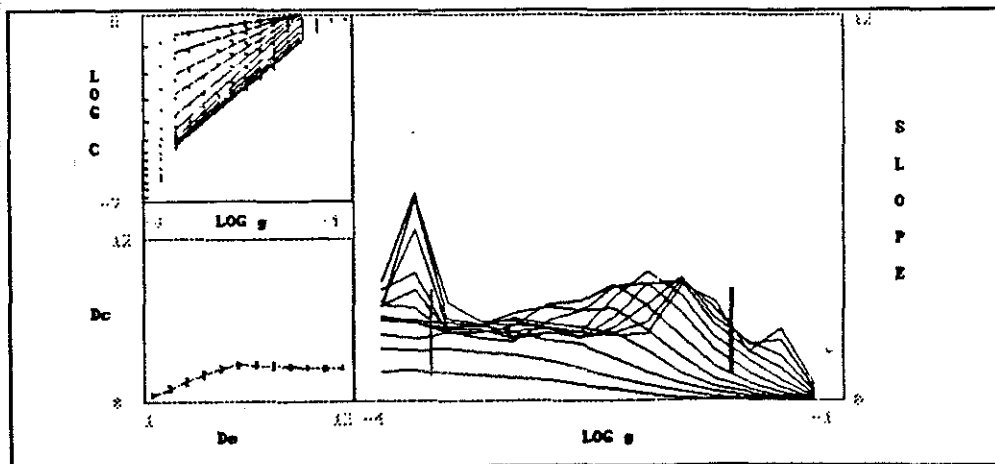
GRAFICO 2



FORWARD A 1 MES PERIODO I

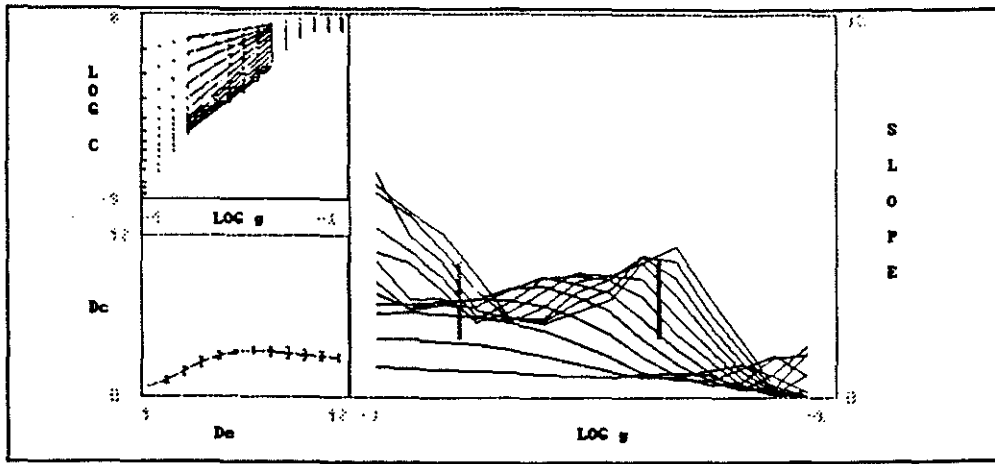


FORWARD A 1 MES PERIODO II

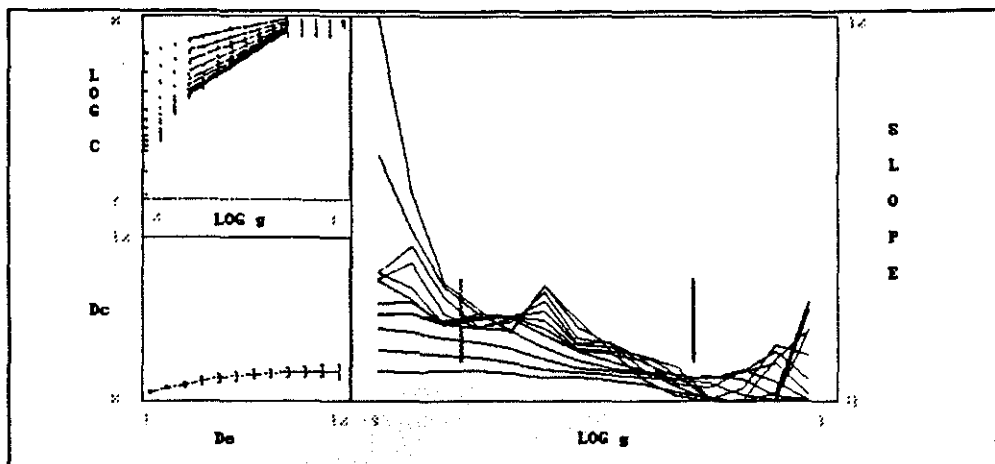


FORWARD A 1 MES PERIODO III

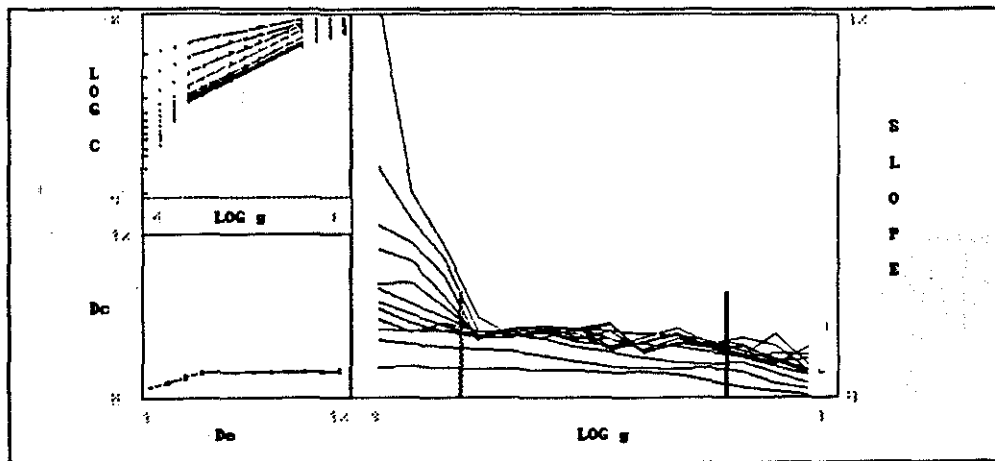
GRAFICO 3



FORWARD A 3 MESES PERIODO I



FORWARD A 3 MESES PERIODO II



FORWARD A 3 MESES PERIODO III

Cuadro 1: Dimensiones de correlación

A) Tipo de cambio al contado

Dimensión de inmersión:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Período I	0.6	1.1	1.6	2.1	2.7	3.1	3.2	3.2	3.2	3.1	3.1	3.0
Período II	0.7	1.2	1.8	2.4	2.8	2.8	2.7	2.5	2.4	2.4	2.4	2.4
Período III	0.8	1.1	1.8	2.3	2.6	2.7	2.7	2.7	2.8	2.7	2.7	2.7

B) Tipo de cambio a futuros a 1 mes

Dimensión de inmersión:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Período I	0.8	1.7	2.3	2.7	2.9	2.8	2.5	2.4	2.4	2.5	2.6	2.8
Período II	0.3	0.8	1.4	2.2	2.9	3.1	3.0	2.9	2.6	2.4	2.3	2.2
Período III	0.5	0.9	1.8	2.0	2.4	2.7	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.4

C) Tipo de cambio a futuros a 3 meses

Dimensión de inmersión:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Período I	0.7	1.2	1.8	2.5	3.0	3.3	3.4	3.3	3.2	3.1	3.0	3.0
Período II	0.7	0.9	1.1	1.4	1.6	1.7	1.9	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
Período III	0.8	1.1	1.5	1.8	1.9	1.8	1.8	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9

Cuadro 2: Exponentes máximos de Lyapunov

	Período I	Período II	Período III
Contado	0.0856	0.0541	0.0631
A 1 mes	0.0991	0.0813	0.0696
A 3 meses	0.1365	0.0454	0.0643

Cuadro 3: Horizontes deterministas de predicción (en días)

	Período I	Período II	Período III
Contado	11	18	15
A 1 mes	10	12	14
A 3 meses	7	22	15

Cuadro 4: Raíz cuadrada del error cuadrático medio de predicción

A) Tipo de cambio al contado

Predictor:	Período I	Período II	Período III
Por correlación	0.0054	0.0194	0.0622
Por coseno	0.0054	0.0193	0.0645
Por distancia	0.0093	0.0112	0.0196
Paseo aleatorio	0.0383	0.0099	0.0254

B) Tipo de cambio a futuros a 1 mes

Predictor:	Período I	Período II	Período III
Por correlación	0.0037	0.0197	0.0059
Por coseno	0.0042	0.0188	0.0062
Por distancia	0.0063	0.0196	0.0029
Paseo aleatorio	0.0366	0.0322	0.0265

C) Tipo de cambio a futuros a 3 meses

Predictor:	Período I	Período II	Período III
Por correlación	0.0170	0.0276	0.0115
Por coseno	0.0207	0.0254	0.0195
Por distancia	0.0248	0.0220	0.0169
Paseo aleatorio	0.0549	0.0368	0.0376