

# ICAE

**Instituto Complutense de Análisis Económico**

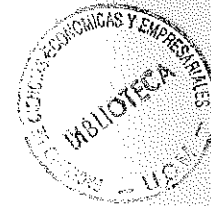
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

FACULTAD DE ECONOMICAS

Campus de Somosaguas

28223 MADRID

Teléfono 394 26 11 - FAX 294 26 13



W  
49  
(9702)

## Documento de trabajo

**Análisis comparativo de 3 estadísticos para  
la contrastación de inestabilidad paramétrica  
en relaciones de cointegración**

José Luis Fernández Serrano  
Rodrigo Peruga Urrea

No. 9702

Enero 1997

# ICAE

**Instituto Complutense de Análisis Económico**

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

ANALISIS COMPARATIVO DE 3 ESTADISTICOS PARA  
LA CONTRASTACION DE INESTABILIDAD PARAMETRICA  
EN RELACIONES DE COINTEGRACION<sup>1</sup>

José Luis FERNANDEZ SERRANO<sup>2</sup>

y

Rodrigo PERUGA URREA<sup>3</sup>

Septiembre 1996



**RESUMEN**

Este trabajo compara el comportamiento de 3 contrastes de inestabilidad paramétrica en vectores de cointegración, recientemente propuestos por Hansen (1992), Hansen y Johansen (1993), y Hansen y Gregory (1996). Los contrastes se definen como el supremo o la media de la secuencia de estadísticos para todos los posibles puntos de corte en la muestra. Examinamos la distribución empírica de los estadísticos, su posible dependencia de parámetros ruidosos, la potencia de los contrastes frente a varias alternativas, así como el sesgo en el estimador del punto de corte derivado de la observación asociada al supremo de la secuencia. Los resultados indican que el contraste de Gregory y Hansen, un contraste ADF secuencial, es el que mejores propiedades presenta en cuanto a potencia y sesgo.

**ABSTRACT**

This paper compares the performance of 3 tests for parameter instability in cointegrating vectors recently developed by Hansen (1992), Hansen and Johansen (1993), and Hansen and Gregory (1996). The tests are defined as the supremum or the mean from the sequence of statistics computed for each possible break point in the sample. We examine the empirical distribution of the tests, their possible dependence on nuisance parameters and their power against various alternatives. We also analyze the bias in the break point estimator defined as the sample observation of the supremum statistic. Results indicate that the Hansen-Gregory test, a sequential ADF test, has the best power and bias properties of the three.

Rodrigo Peruga agradece a la Fundación de Caja de Madrid su ayuda financiera a este proyecto.

Dept. de Fundamentos del Análisis Económico, Universidad Europea de Madrid (CEES), Villaviciosa de Odón, 28670 Madrid.

Dept. de Fundamentos del Análisis Económico II, Universidad Complutense, 28223 Madrid, e-mail rodrigop@eucmax.sim.ucm.es.

n.c.: ~~Q~~-33-243095-Y

N.E.: 530796164J

## 1.- INTRODUCCION

El análisis de la estabilidad paramétrica (cambios estructurales) debe constituir parte integral de cualquier estudio de series temporales que considere periodos suficientemente amplios. Una práctica habitual consiste en estimar el modelo en diferentes submuestras, o bien estimarlo recursivamente, con objeto de comparar el comportamiento de los valores estimados en el tiempo. Un análisis más formal del problema requiere la aplicación de contrastes específicos para la estabilidad paramétrica, la mayor parte de los cuales han sido diseñados para operar en contextos estacionarios. Sin embargo, la mayoría de las series económicas son integradas de orden 1 o superior, con lo que la relación entre estas variables tiene dos posibles dimensiones, de corto y de largo plazo, esta última llamada habitualmente la relación de cointegración. Es precisamente en el contexto del largo plazo donde el problema de la inestabilidad paramétrica se manifiesta más frecuentemente.

Un aspecto relevante en el contraste de la inestabilidad paramétrica es la propia caracterización de esta inestabilidad. La inestabilidad puede ser resultado de la evolución más o menos suave de los parámetros en el tiempo, o de cambios más o menos bruscos en fechas precisas. El tratamiento del primer caso es difícil, y generalmente suele confundirse con la falta de cointegración entre las variables (inestabilidad de tipo no estacionario). En el segundo caso, el más frecuentemente tratado en la literatura, se presentan dos posibles escenarios; que se conozca o que no se conozca la localización exacta de los posibles puntos de corte. Mientras que la teoría estadística para contrastar cambios estructurales en fechas conocidas está bastante desarrollada, tanto en contextos estacionarios como no estacionarios, la teoría para los casos con punto de corte desconocido lo está mucho menos. La práctica habitual consiste en calcular estadísticos para todos los posibles puntos de corte en una muestra, y seleccionar el supremo o la media de todos ellos. En general, la distribución asintótica de estos contrastes es compleja, y se recurre a su tabulación empírica mediante simulaciones de Monte Carlo.

En el presente trabajo se comparan los comportamientos de 3 estadísticos recientemente desarrollados para la contrastación de inestabilidad paramétrica en regresiones con variables cointegradas. Estos 3 estadísticos han sido propuestos por Hansen (1992), H, Hansen y

Johansen (1993), **HJ**, y Hansen y Gregory (1996), **HG**. Todos tienen en común en su hipótesis nula el desconocimiento del posible punto de corte, y son calculados como el supremo (o la media) de un mismo estadístico aplicado a todos los puntos de corte posibles. La distribución asintótica de los estadísticos **H** y **HG** está tabulada en los trabajos originales, sin embargo, Hansen y Johansen sólo derivan la distribución teórica del estadístico **HJ** para el caso con punto de corte conocido, por lo que ha sido necesario tabular previamente la distribución asintótica para el supremo del estadístico **HJ**.

El análisis de simulación pretende obtener información acerca de la potencia de cada uno de los contrastes, así como de las posibles distorsiones en su tamaño nominal para muestras pequeñas. En las simulaciones consideramos 4 posibles escenarios: 1) ausencia de cointegración (sin cambio estructural), 2) cointegración sin cambio estructural, 3) cointegración con un sólo cambio estructural, y 4) cointegración con más de un cambio estructural. La razón para considerar estas 4 alternativas reside en que los contrastes considerados no mantienen la misma hipótesis nula. Por una parte, los estadísticos **H** y **HJ** contrastan la hipótesis nula de cointegración sin cambio estructural. Por tanto, si interpretamos ausencia de cointegración como un caso especial de inestabilidad paramétrica en regresiones cointegradas, es importante conocer la potencia relativa de los contrastes frente a las dos posibles alternativas de ausencia de cointegración y de cointegración con cambio estructural. De manera análoga, el estadístico **HG** contrasta la hipótesis nula de ausencia de cointegración, por lo que es posible que el rechazo de la hipótesis nula se produzca tanto por la existencia de cointegración, como en el estadístico de Dickey-Fuller tradicional, como por la existencia de cambios estructurales.

Por motivos que aparecerán más claros luego, en modelos con un sólo cambio estructural consideramos 3 posibles localizaciones del punto de corte  $\tau T$ ,  $\tau = .25, .5$  y  $.9$ , donde  $T$  es el tamaño muestral. Es decir, cambios al principio, en la mitad y al final de la muestra, fuera del rango de posibles puntos de corte considerados. Un problema frecuente que puede afectar el comportamiento de los estadísticos propuestos es la presencia de más de un cambio estructural en la muestra. Para analizar las consecuencias de este fenómeno se consideran dos modelos adicionales, con dos cambios estructurales localizados en  $\tau_1 = .33$  y

$\tau_2 = .66$ . En el primer modelo el segundo cambio revierte a la situación inicial, mientras que en el segundo modelo el segundo cambio acentúa el primero.

El valor supremo de los estadísticos corresponde a una observación determinada, cuya posición en la muestra puede interpretarse, en el caso de un sólo punto de corte, como una estimación de éste. Por tanto, en las simulaciones también obtenemos información acerca del sesgo y precisión en este estimador potencial del punto de corte. En particular, cada vez que un estadístico rechaza la hipótesis nula almacenamos la posición,  $\tau$ , de la observación a la que corresponde el supremo, y al final de las iteraciones calculamos la media y la desviación típica de estos indicadores del punto de corte. Es de particular interés conocer el carácter del sesgo en este estimador del punto de corte cuando hay más de un cambio estructural, ya que es habitual utilizar la información sobre la fecha de cambio para subdividir la muestra en subperiodos más estables.

## 2.- EL MODELO

El proceso de generación de datos utilizado en el análisis de simulación es similar al empleado en muchos otros trabajos en la literatura, como Banerjee et al. (1986), Engle y Granger (1987), Phillips y Hansen (1990) y Gonzalo (1994). Se trata de un modelo bivalente, con variables  $X$  e  $Y$  que satisfacen,

$$\begin{aligned} Y_t - \beta X_t &= Z_t \\ \alpha_1 Y_t - \alpha_2 X_t &= W_t \end{aligned} \quad (1)$$

donde

$$\begin{aligned} Z_t &= \rho Z_{t-1} + \epsilon_{zt} \\ W_t &= W_{t-1} + \epsilon_{wt} \end{aligned} \quad (2)$$

y

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{zt} \\ \epsilon_{wt} \end{pmatrix} \sim iid N \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \theta\sigma \\ \theta\sigma & \sigma^2 \end{pmatrix} \right] \quad (3)$$

$\beta$  es el coeficiente de cointegración,  $\rho$  es el coeficiente de correlación en las desviaciones temporales del equilibrio a largo plazo  $Z_t$ ,  $\theta = \text{corr}(\epsilon_{zt}, \epsilon_{wt})$ , es el coeficiente de correlación entre las perturbaciones en el componente transitorio  $Z_t$  (cuya varianza se normaliza a 1) y las perturbaciones en la tendencia común (componente no estacionario)  $W_t$ , y donde  $\sigma$  se puede interpretar cómo la escala relativa de  $\epsilon_{wt}$  con respecto a  $\epsilon_{zt}$ . Si  $\alpha \neq 0$ ,  $X_t$  será endógena con respecto a  $\beta$ .

El sistema (1)-(2) también puede ser expresado en forma de modelo de corrección de error (MCE),

$$\begin{pmatrix} \Delta Y_t \\ \Delta X_t \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} Z_{t-1} + \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

donde

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= (\rho-1) \frac{\alpha_2}{d}, & \gamma_2 &= (\rho-1) \frac{\alpha_1}{d}, \\ u_{1t} &= \frac{1}{d} (\beta \epsilon_{wt} - \alpha_2 \epsilon_{zt}), & u_{2t} &= \frac{1}{d} (\epsilon_{wt} - \alpha_1 \epsilon_{zt}), \end{aligned} \quad (5)$$

y  $d = (\alpha_1 \beta - \alpha_2)$  es el determinante del sistema (1). Nótese que  $\alpha > 0$  y  $\alpha < 0$  garantizan que  $\gamma_1 > 0$  y  $\gamma_2 < 0$ , con lo que tanto la dinámica de  $Y$  como la de  $X$  contienen un mecanismo de corrección del error.

Para generar variables cointegradas bajo el supuesto de cambio estructural en la fecha  $\tau T$ , generamos primero  $T$  observaciones de las variables fundamentales  $Z_t$  y  $W_t$  según (2) y (3), ya que en ellas no interviene el parámetro  $\beta$ , y seguidamente obtenemos los valores de  $X$  e  $Y$  invirtiendo (1),

$$X_t = \frac{W_t - \alpha_1 Z_t}{\alpha_1 \beta_t - \alpha_2}, \quad Y_t = \frac{\beta_t W_t - \alpha_2 Z_t}{\alpha_1 \beta_t - \alpha_2}, \quad \begin{aligned} \beta_t &= \beta_1, & t &= 1, \dots, \tau T \\ \beta_t &= \beta_2, & t &= \tau T + 1, \dots, T \end{aligned} \quad (5)$$

Nótese que  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ , las velocidades de ajuste hacia el equilibrio, y  $u_1$  y  $u_2$ , las perturbaciones del MCE, dependen de  $\beta_t$ . Por tanto, en el MCE las respuestas de  $X_t$  e  $Y_t$  a las desviaciones temporales del equilibrio ( $Z_{t-1}$ ) y la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones  $u_{1t}$  y  $u_{2t}$  variarán con  $\beta$  (habrá por tanto heterocedasticidad bajo el supuesto de cambio estructural). Para limitar el efecto de este problema en nuestras simulaciones, imponemos la restricción  $\alpha_1 = 0$  (exogeneidad de  $X$ ), con lo que ahora sólo  $u_{1t}$  (y por tanto  $Y_t$ ) dependerán del valor del coeficiente de cointegración  $\beta_t$ . Por tanto, el modelo de referencia en nuestras simulaciones tiene la siguiente parametrización:  $\gamma_1 = 1 - \rho$ ,  $\gamma_2 = 0$ ,  $X_t = -W_t / \alpha_2$  e  $Y_t = Z_{t-1} \beta_t W_t / \alpha_2$ .

El modelo descrito en las ecuaciones (2), (3) y (5), permite generar datos bajo las 4 hipótesis de interés. Series no cointegradas de  $X$  e  $Y$  se pueden obtener bajo la restricción paramétrica  $\rho = 1$  y  $\beta_t = \beta_1$  ( $t = 1, \dots, T$ ). Series cointegradas de  $X$  e  $Y$  sin cambio estructural se pueden obtener bajo la restricción paramétrica  $\rho < 1$  y  $\beta_t = \beta_1$  ( $t = 1, \dots, T$ ). Series cointegradas de  $X$  e  $Y$  con un cambio estructural en la fecha  $\tau T$  se pueden obtener bajo la restricción paramétrica  $\rho < 1$ ,  $\beta_t = \beta_1$  ( $t = 1, \dots, \tau T$ ) y  $\beta_t = \beta_2$  ( $t = \tau T + 1, \dots, T$ ). Finalmente, series cointegradas de  $X$  e  $Y$  con dos cambios estructurales en las fechas  $\tau_1 T$  y  $\tau_2 T$ , se pueden obtener bajo la restricción paramétrica  $\rho < 1$ ,  $\beta_t = \beta_1$  ( $t = 1, \dots, \tau_1 T$ ),  $\beta_t = \beta_2$  ( $t = \tau_1 T + 1, \dots, \tau_2 T$ ) y  $\beta_t = \beta_3$  ( $t = \tau_2 T + 1, \dots, T$ ).

### 3.- DESCRIPCION DE LOS CONTRASTES

#### 3.1. El contraste de Hansen

Hansen (1992) considera el modelo  $y_t = \beta_t x_t + u_{1t}$ , donde  $x_t = x_{t-1} + u_{2t}$  y  $u_{1t}$  y  $u_{2t}$  son procesos estacionarios en sentido débil, proponiendo el siguiente contraste de inestabilidad paramétrica,

$$F_T = \text{vec}(S_T)' (\hat{\Omega}_{1,2} \otimes V_T)^{-1} \text{vec}(S_T) = \text{tr} \{ S_T' V_T^{-1} S_T \hat{\Omega}_{1,2}^{-1} \}$$

tal que,

$$S_T = \sum_{i=1}^t \hat{s}_i ,$$

$$V_T = M_T - M_T M_{TT}^{-1} M_T ,$$

$$M_T = \sum_{i=1}^t x_i x_i' ,$$

donde  $\hat{s}_i$  son los "scores",  $x_i \hat{u}_i$ , obtenidos a partir del estimador de Phillips y Hansen (1990) ("fully modified estimator"), corregidos del posible sesgo por endogeneidad de los regresores, y  $\Omega_{1,2}$  es una estimación semiparamétrica (Andrews y Monahan (1992)) de la llamada varianza a largo plazo de  $u_{1t}$  condicionada a  $u_{2t}$ ,

$$\Omega = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^T E[u_j u_i'] .$$

Nótese que  $\sum_{i=1}^T \hat{s}_i = 0$ . Para el caso en que el punto de corte es desconocido, Hansen propone los contrastes,

$$\begin{aligned} \text{SupF} &= \sup_{uT \in \mathfrak{S}} F_T \\ \text{MeanF} &= \frac{1}{\delta T} \sum_{uT \in \mathfrak{S}} F_T , \end{aligned}$$

donde  $\mathfrak{S}$  es un subconjunto compacto del intervalo (0,1). Hansen sugiere considerar los estadísticos  $F_T$  en el intervalo  $\mathfrak{S} = [.15, .85]$  ( $\delta = .7$ ), para evitar las distorsiones inducidas por puntos de corte próximos a los extremos de la muestra. La observación asociada a **SupF**, **NsupF**, puede interpretarse como un indicador del posible punto de corte. Hansen mantiene que el estadístico **SupF** tiene potencia contra cambios estructurales en fecha desconocida, mientras que el estadístico **MeanF** la tiene frente a cambios continuos o inestabilidad paramétrica de tipo no estacionario. La distribución asintótica de ambos contrastes es desconocida y se hace preciso tabularla empíricamente.

El estadístico  $F_T$  es análogo al contraste clásico de Chow, donde se estima el parámetro  $\beta$  para dos submuestras, y se verifica su igualdad mediante un contraste de Wald que utiliza estimaciones de la varianza obtenidas a partir de la muestra completa. De las expresiones del estadístico es fácil derivar que,

$$M_T^{-1} S_T = \left( \sum_{i=1}^t x_i x_i' \right)^{-1} \sum_{i=1}^t x_i \hat{u}_i = \hat{\beta}_t - \hat{\beta} .$$

Es decir, el estadístico  $F_T$  es equivalente a un contraste de Wald que verifica la igualdad entre  $\hat{\beta}_t$ , el estimador corregido para la muestra parcial (1,t), y  $\hat{\beta}$ , el estimador corregido para la muestra completa. Por lo tanto, se trata de un método de contraste recursivo, que cómo se demuestra en las simulaciones tiende a tener mejor potencia asintótica para puntos de corte al principio de la muestra.

## 2.2.- El contraste de Hansen y Johansen

El contraste de inestabilidad paramétrica de Hansen y Johansen (1993), es un contraste recursivo aplicable al procedimiento máximo-verosímil de estimación de vectores de cointegración propuesto por Johansen (1988,1991). El contraste de Hansen y Johansen no examina directamente la estabilidad de los parámetros, sino la de los autovalores asociados al llamado modelo de corrección del error (MCE), que miden la correlación canónica entre el vector de variables en niveles y el vector de variables en primeras diferencias (los vectores de cointegración se derivan de los autovectores asociados a dichos autovalores).

Un vector  $X$  con  $p$  variables  $I(1)$ , cuya dinámica viene definida por un VAR de orden  $k$ , tiene la siguiente representación en forma de MCE,

$$\Delta X_t = \alpha \beta' X_{t-1} + \Lambda Z_t + \epsilon_t \quad t=1, \dots, T ,$$

donde

$$Z_t = (\Delta X_{t-1}, \dots, \Delta X_{t-k+1}, D_t, 1)' , \quad \Lambda = (\Lambda_1, \dots, \Lambda_{k-1}, \Psi) ,$$

siendo  $D$  un conjunto de variables ficticias (estacionales),  $\beta$  el vector de cointegración y  $\alpha$  el

vector de coeficientes de ajuste (que miden la velocidad de respuesta de las diferentes variables (endógenas) frente a desviaciones temporales de la relación a largo plazo representada por  $\beta$ ).

Regresando  $\Delta X_t$  y  $X_{t-1}$  sobre  $Z_t$ , se obtienen los residuos  $R_{\alpha}$  y  $R_{\beta}$ . Hansen y Johansen proponen fijar la dinámica a corto plazo del sistema, con lo que el análisis se efectúa exclusivamente a partir de estas variables filtradas. A partir de estos residuos, se definen las matrices de momentos  $S_{ij} = \sum R_i R_j'$ , que van a permitir determinar los autovalores y autovectores asociados,

$$1 > \hat{\lambda}_1 > \dots > \hat{\lambda}_p > 0, \quad \hat{V} = (\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_p),$$

cómo resultado de resolver la ecuación,

$$|\lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{01}| = 0 \quad (6)$$

Finalmente, estos autovalores y autovectores permiten estimar la matriz de vectores de cointegración,  $\beta$ , y determinar su rango,  $r$ , a partir de los estadísticos propuestos por Johansen.

Una vez determinado el rango de cointegración para toda la muestra, Hansen y Johansen proponen el siguiente estadístico recursivo,

$$HJ(t) = t \sum_{i=1}^r \ln \left| \frac{1 - \hat{\rho}_i(t)}{1 - \hat{\lambda}_i(t)} \right|, \quad t = T_0, \dots, T,$$

donde los  $\hat{\lambda}_i(t)$  son los autovalores (sin restricciones) obtenidos según (6) para la submuestra de observaciones  $1, \dots, t$ , mientras que los  $\hat{\rho}(t)$  son los autovalores obtenidos para la misma submuestra según,

$$|\rho \beta' S_{11}(t) \beta - \beta' S_{10}(t) S_{00}^{-1}(t) S_{01}(t) \beta| = 0, \quad t = T_0, \dots, T;$$

es decir, imponiendo la restricción de que la matriz de vectores de cointegración en la submuestra  $1, \dots, t$ , sea igual a  $\beta$ , la matriz de vectores de cointegración de la muestra completa.

Para cada posible punto de corte en la muestra ( $t = T_0, \dots, T$ ), el estadístico  $HJ(t)$  es un contraste de razón de verosimilitudes que compara autovalores obtenidos con y sin restricciones en los vectores de cointegración. Bajo la hipótesis nula de cointegración y estabilidad paramétrica, el estadístico  $HJ(t)$  se distribuye asintóticamente como una  $\chi^2$  con  $(p-r)r$  grados de libertad. Notese que a medida que  $t$  se aproxima al final de la muestra, el estadístico converge a 0. Por tanto, al igual que en el contraste de Hansen, cabe esperar que su potencia asintótica sea mayor para cambios estructurales al principio de la muestra. Para el caso en el que el punto de corte sea desconocido, se propone considerar el supremo de los estadísticos  $HJ(t)$ ,  $\text{SupHJ}$ , con su correspondiente observación asociada,  $\text{NsupHJ}$ , o la media de dichos estadísticos,  $\text{MeanHJ}$ . Bajo la hipótesis nula, las distribuciones asintóticas del supremo y de la media de los  $HJ(t)$  difieren de la del estadístico para un punto de corte concreto. Hansen y Johansen no tabulan dichas distribuciones, y por tanto, ha sido necesario calcularlas para el presente estudio.

### 2.3.- El contraste de Gregory y Hansen.

Gregory y Hansen (1996) proponen un estadístico para contrastar la hipótesis nula de ausencia de cointegración diseñado para tener potencia contra alternativas cointegradas en presencia de cambios estructurales. Este estadístico es una extensión del contraste de cointegración propuesto por Engle y Granger (1987), que verifica la presencia de raíces unitarias en los residuos de la regresión de cointegración. Gregory y Hansen parten del modelo,

$$Y_t = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{\tau} + \alpha_1 X_t + \alpha_2 X_t \varphi_{\tau} + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

donde  $X_t$  es un vector de regresores  $I(1)$ ,  $\epsilon_t$  es  $I(0)$  y,  $\varphi_{\tau}$  es una variable ficticia definida de la siguiente forma:

$$\varphi_{\tau} = \begin{cases} 0, & \text{if } t \leq [\tau T] \\ 1, & \text{if } t > [\tau T] \end{cases},$$

con  $[\tau T]$  denotando la parte entera de " $\tau T$ ", y  $\tau$  es un parámetro desconocido perteneciente al intervalo  $(0, 1)$ .

Una vez estimado el modelo por MCO, se aplica un contraste de raíces unitarias sobre  $\hat{\epsilon}_t$ , el residuo estimado de la ecuación. En particular, hemos elegido el popular contraste de Dickey-Fuller aumentado (ADF), basado en el estadístico t sobre el parámetro  $\alpha$ , en la ecuación

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \delta_0 + \alpha \hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta \hat{\epsilon}_{t-i} + \xi_t,$$

donde k se determina siguiendo el criterio propuesto por Perron y Vogelsang (1992). Por tanto, para cada posible punto de corte  $\tau \in [0, 1]$ , se calcula un estadístico  $ADF(\tau)$ , que bajo la hipótesis nula tiene la distribución de Dickey-Fuller. Sin embargo, cuando el punto de corte es desconocido, Gregory y Hansen proponen calcular,

$$InfADF = \min_{\tau \in (0, 1)} ADF(\tau),$$

es decir, el ínfimo entre todos los valores calculados. Estos autores han tabulado la distribución asintótica del estadístico  $InfADF$  para varias especificaciones alternativas de la regresión de cointegración. A diferencia de Gregory y Hansen, nosotros también consideramos el estadístico de la media,

$$MeanADF = \frac{1}{T} \sum_{\tau \in (0, 1)} ADF(\tau),$$

cuya distribución tenemos que tabular. Finalmente, asociada al estadístico  $InfADF$  está la posición muestral  $NinfADF$ , cómo posible estimador del punto de corte.

#### 4.- DESCRIPCIÓN DE LAS SIMULACIONES

El primer objetivo de las simulaciones es verificar la validez de las distribuciones asintóticas tabuladas en la literatura, y en el caso de los contrastes,  $MeanADF$ ,  $SupHJ$  y  $MeanHJ$  estimar dichas distribuciones al no hallarse tabuladas en la literatura. Estas distribuciones se calculan mediante simulaciones de Monte Carlo sobre un total de 10000 repeticiones, usando muestras de 1000 observaciones. Para los contrastes  $SupF$ ,  $MeanF$ ,

$SupHJ$  y  $MeanHJ$ , la simulación se realiza bajo la hipótesis nula de cointegración sin cambio estructural, mientras que para los contrastes  $InfADF$  y  $MeanADF$ , se realizan bajo la hipótesis nula de ausencia de cointegración. Una justificación adicional de la necesidad de volver a calcular estas distribuciones es la posible influencia de los llamados parámetros ruidosos en estas distribuciones. Para analizar la estabilidad de las distribuciones asintóticas frente a los parámetros del modelo, tabulamos dichas distribuciones bajo diversos escenarios paramétricos, utilizando las mismas muestras en todos los cálculos.

En el caso de los contrastes  $SupF$ ,  $MeanF$ ,  $SupHJ$  y  $MeanHJ$ , cuya hipótesis nula es cointegración, consideramos 7 modelos diferentes,  $M1-M7$ , con las siguientes especificaciones paramétricas:  $M1-M7$  ( $\beta=1$ ,  $\alpha_2=-1$ ),  $M1$  ( $\alpha_1=0$ ,  $\theta=0$ ,  $\sigma=1$  y  $\rho=0$ ),  $M2$  ( $\alpha_1=1$ ,  $\theta=0$ ,  $\sigma=1$  y  $\rho=0$ ),  $M3$  ( $\alpha_1=0$ ,  $\theta=0$ ,  $\sigma=2$  y  $\rho=0$ ),  $M4$  ( $\alpha_1=0$ ,  $\theta=0$ ,  $\sigma=.5$  y  $\rho=0$ ),  $M5$  ( $\alpha_1=0$ ,  $\theta=-.5$ ,  $\sigma=1$  y  $\rho=0$ ),  $M6$  ( $\alpha_1=0$ ,  $\theta=0$ ,  $\sigma=2$  y  $\rho=.8$ ), y  $M7$  ( $\alpha_1=0$ ,  $\theta=-.5$ ,  $\sigma=2$  y  $\rho=.8$ ). Por contra, para los contrastes  $InfADF$  y  $MeanADF$ , cuya hipótesis nula es ausencia de cointegración, consideramos sólo 5 modelos, los modelos  $M1-M5$  con  $\rho=1$ .

Un segundo objetivo de las simulaciones es analizar la potencia relativa de los contrastes. En particular, exploramos la potencia de los contrastes para: a) discriminar entre modelos no cointegrados (inestabilidad paramétrica no estacionaria) y modelos con cambios estructurales, b) reconocer la presencia de cambios estructurales en diversas partes de la muestra (por ejemplo, al principio,  $\tau=.25$ , la mitad,  $\tau=.5$ , o al final de la muestra,  $\tau=.9$ ), y c) rechazar la hipótesis nula cuando hay más de un punto de corte. Finalmente, las simulaciones también servirán para evaluar el comportamiento de los contrastes en muestras finitas, con  $T = 250, 100$  y  $50$  observaciones, con objeto de identificar el grado de distorsión en el tamaño nominal de los contrastes al usar los valores críticos de la distribución asintótica.

Tanto para el análisis de la potencia como el del comportamiento en muestras finitas, seguimos el ejemplo de algunos trabajos anteriores y elegimos cómo modelo de referencia la parametrización,  $\beta=1$ ,  $\alpha_1=0$ ,  $\alpha_2=-1$ ,  $\theta=-.5$  y  $\sigma=1$ , con  $\rho=.8$  en la hipótesis nula de cointegración ( $M7$ ), y  $\rho=1$  en la hipótesis nula de no cointegración ( $M5$ ). Para los modelos con un sólo punto de corte,  $SC1$  ( $\tau=.25$ ),  $SC2$  ( $\tau=.5$ ) y  $SC3$  ( $\tau=.9$ ), elegimos la



parametrización  $\beta_1=1$  y  $\beta_2=2$ , mientras que para los modelos con dos puntos de corte,  $\tau = .33$  y  $\tau_2 = .66$ , elegimos los valores  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_2 = 2.5$  y  $\beta = 1$ , **DSC1**, y  $\beta = 1$ ,  $\beta = 1.5$  y  $\beta = 2$ , **DSC2**, donde la media de los valores de  $\beta$  en la muestra es 1.5, la misma que en el modelo con un sólo cambio estructural.

## 5.- ANALISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación presentamos las distribuciones asintóticas de los diferentes estadísticos bajo sus respectivas hipótesis nulas, así como los resultados de las simulaciones realizadas para el modelo de referencia ( $\beta=1, \alpha_1=0, \alpha_2=-1, \theta=-.5$  y  $\sigma=1$ ) bajo diversas alternativas con inestabilidad paramétrica.

### 5.1. Distribuciones Asintóticas

Las tablas 1 y 2 presentan los percentiles más significativos para la distribución asintótica ( $T=1000$ ) de los 6 estadísticos, bajo su correspondiente hipótesis nula, tabulada para cada una de las especificaciones paramétricas elegidas. La tabla 1 presenta los resultados para los estadísticos del supremo, mientras que la tabla 2 presenta los resultados relativos a la media.

En primer lugar, debemos señalar que las distribuciones asintóticas de los contrastes **SupF** y **MeanF** para los modelos **M1-M5**, apenas difiere de la tabulada por Hansen en su trabajo original, 16.2 (1%), 12.4 (5%), 10.6 (10%), y 6.78 (1%), 4.57 (5%) y 3.73 (10%), respectivamente, mientras que las distribuciones tabuladas bajo los valores paramétricos de los modelos **M6** ( $\theta=0, \rho=.8$ ) y **M7** ( $\theta=-.5, \rho=.8$ ), difieren significativamente de aquellas. Por tanto, estos resultados todavía parecen indicar que estas distribuciones no son independientes de los parámetros ruidosos, y en particular, parece bastante sensible al valor del parámetro  $\rho$ , la correlación serial en las desviaciones temporales del equilibrio a largo plazo, a pesar del preblanqueo incorporado en el procedimiento de Andrews y Monahan.

En segundo lugar, se comprueba que las distribuciones asintóticas de los contrastes **SupHJ** y **MeanHJ** no son una  $\chi^2$  con 1 grado de libertad, la distribución derivada por los autores para el caso de punto de corte conocido. Al igual que para los estadísticos de Hansen, las distribuciones tabuladas para los modelos **M6** y **M7** difieren notablemente de las calculadas para los restantes modelos.

Finalmente, la distribución obtenida para el estadístico **InfADF** apenas varía entre modelos (que ahora comparten el mismo valor,  $\rho=1$ ), siendo muy similar a la tabulada por Gregory y Hansen en su artículo original, -5.47 (1%), -5.28 (2.5%), -4.95 (5%) y -4.68 (10%), por lo que este contraste parece bastante robusto al proceso generador de los datos. Una situación similar ocurre con el estadístico **MeanADF**, cuya distribución se tabula aquí por primera vez.

Con estos datos preliminares, y a falta de evaluar con mayor precisión la influencia en la distribución asintótica de los diferentes contrastes de otros parámetros ruidosos potenciales (orden de retardos, ventana de puntos de corte potenciales, etc.), utilizamos en el estudio de la potencia y tamaño de los contrastes valores críticos tabulados específicamente para el modelo de referencia.

### 5.2. Potencia Asintótica de los Contrastos

Para analizar la potencia de los diferentes contrastes se consideran 7 modelos alternativos: un modelo no cointegrado (**NC**), un modelo cointegrado sin cambio estructural (**C**), 3 modelos cointegrados con un sólo cambio estructural en  $\tau=.25$  (**SC1**),  $\tau=.5$  (**SC2**) y  $\tau=.9$  (**SC3**), y finalmente 2 modelos cointegrados con doble cambio estructural, en  $\tau_1=.33$  y  $\tau_2=.66$ , con cambio reversible (**DSC1**) y con cambio creciente (**DSC2**).

En esta sección analizamos la potencia asintótica de los contrastes ( $T=1000$ ), mientras que en la siguiente sección analizaremos la potencia en muestras finitas. La tabla 3, filas 1-5, y la tabla 4, filas 1-2, presentan información sobre el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula en los 3 estadísticos del supremo, **SupF**, **InfADF** y **SupHJ**, en cada uno de los modelos

considerados, para muestras de tamaño  $T=1000$ , obtenidos a partir de los percentiles 90 y 95 de la correspondiente distribución asintótica. Estos porcentajes de rechazo ha sido estimados sobre un total de 5000 replicaciones.

El contraste **SupF** no muestra poder frente a alternativas no cointegradas (NC), con porcentajes de rechazo menores que bajo la hipótesis nula (C). La potencia asintótica del contraste frente a alternativas con un sólo cambio estructural es significativa, aunque disminuye con la localización del punto de corte, tal y como habíamos anticipado en la sección 3.1. Frente a alternativas con 2 cambios estructurales, la potencia del estadístico disminuye en comparación con el escenario anterior, siendo significativamente mayor en el caso de cambio reversible.

El contraste **InfADF** tiende a mostrar una gran potencia, el 100% de rechazos, en la mayor parte de los modelos alternativos, potencia que sólo se ve reducida ligeramente cuando el punto de corte se halla fuera del intervalo considerado  $\tau \in (.15, .85)$ , o existe más de un punto de corte. Esta potencia impide discriminar entre modelos cointegrados con y sin cambio estructural. En los modelos con doble cambio estructural, el estadístico sigue exhibiendo una potencia significativa, mayor en el segundo caso, **DSC2**, cuando el cambio estructural es creciente. La ligera distorsión asintótica en el tamaño nominal del contraste parece deberse al criterio de selección de retardos en el contraste **ADF** (Dickey-Fuller aumentado). Mientras que en la derivación de la distribución asintótica se usa el número de retardos correspondiente al modelo teórico (0 en nuestro caso), en el análisis de la potencia se permite que el programa seleccione de manera automática el número de retardos en el contraste **ADF** según la recomendación de Perron y Vogelsang (1992).

Finalmente, el contraste **SupHJ** presenta mayor potencia cuanto más tarde en el tiempo se produce el cambio, aunque rechaza la hipótesis nula de manera apreciable bajo la alternativa de ausencia de cointegración. Es decir, este contraste, más que ningún otro, apenas distingue entre formas alternativas de inestabilidad paramétrica. Este contraste también muestra una potencia significativa en presencia de 2 cambios estructurales, siendo significativamente mayor en el primer caso, **DSC1**, donde se producía un cambio en reversión. La mayor potencia frente

a cambios al final de la muestra resulta paradójica, ya que al igual que en el contraste **H**, esperaríamos encontrar mayor potencia frente a cambios tempranos en la muestra. Aparentemente, este resultado parece estar causado por el sesgo en el estimador de Johansen del vector de cointegración,  $\beta$ , cuando hay cambio estructural.

La tabla 5, filas 1-5, y la tabla 6, filas 1-2, presentan información sobre el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula en los 3 estadísticos de la media, **MeanF**, **MeanADF** y **MeanHJ**. Estos estadísticos tienen un comportamiento similar al de sus homólogos del supremo, aunque con una leve disminución en la potencia. Las dos únicas circunstancias reseñables son una mayor potencia de **MeanF** (relativa a **SupF**) en los modelos con dos cambios estructurales (tal y como sugiere Hansen en su artículo), y una menor potencia de **MeanADF** (relativa a **InfADF**) en el modelo **DCS1** (segundo cambio reversible).

### 5.3. Comportamiento en Muestras Finitas

Pasamos ahora a comentar cómo varían los resultados de la sección anterior cuando se utilizan muestras más pequeñas. Las filas 6-20 de la tabla 3 y las filas 3-8 de la tabla 4 recogen información sobre el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula que se producen, en cada uno de los 7 escenarios alternativos, al utilizar los valores críticos asintóticos en muestras de 250, 100 y 50 observaciones, de los tres estadísticos del supremo.

Al igual que ocurría en los resultados asintóticos, el contraste **SupF** sigue sin mostrar poder frente a alternativas no cointegradas, NC, aunque el porcentaje de rechazos, ahora ya mayores que para la hipótesis nula, C, aumenta levemente al disminuir el tamaño muestral. Sin embargo, es sorprendente, que bajo la hipótesis nula, el porcentaje de rechazos disminuye con el tamaño muestral, por lo que sospechamos que hay importantes sesgos en la distribución empírica del estadístico en muestras finitas. La potencia del contraste frente a alternativas con cambio estructural tiende a disminuir con el tamaño muestral, aunque este fenómeno es más acusado para los modelos con punto de corte en  $\tau = .25$  y  $\tau = .5$ , donde la potencia inicial era alta. Por tanto, la mayor potencia asintótica frente a cambios tempranos en la muestra no parece extenderse a muestras pequeñas. Por ejemplo, para muestras de

tamaño 100, la potencia del contraste es baja y más o menos uniforme en las 6 alternativas a la hipótesis nula consideradas.

El contraste **InfADF** sigue mostrando una potencia apreciable, incluso en muestras muy pequeñas, si bien el tamaño nominal del test aumenta a medida que disminuye el tamaño muestral. Por ejemplo, para muestras de 100 observaciones, el porcentaje de rechazos bajo la hipótesis nula se duplica. La distinción entre las alternativas de cointegración y de cointegración con un cambio estructural es más evidente en muestras pequeñas, mostrando el contraste mayor potencia frente a éstas últimas, especialmente para los modelos **SC1** ( $\tau = .25$ ) y **SC2** ( $\tau = .5$ ). Por ejemplo, para muestras de 100 observaciones, la potencia del contraste para estos 2 modelos es superior al 70%, disminuyendo al 55% en los modelos **C**, **SC3** y **DSC2**. Por contra, la potencia del contraste para el modelo **DSC1**, donde hay reversión en el segundo cambio, disminuye sensiblemente con el tamaño muestral, siendo equiparable al tamaño nominal del contraste para  $T=50$ .

El comportamiento del contraste **SupHJ** en muestras finitas es bastante errático. El tamaño nominal del contraste no evoluciona monótonicamente con el tamaño muestral, aumentando primero ( $T=250$ ) para posteriormente disminuir por debajo de los valores asintóticos. Por contra, la potencia del contraste frente a las diferentes alternativas, sí disminuye monótonicamente con el tamaño muestral en todos los casos. En cuanto a la potencia relativa, mientras que asintóticamente el contraste rechazaba más frecuentemente en los modelos con cambio estructural (y dentro de éstos, más frecuentemente cuanto más tarde ocurriera el cambio), en muestras finitas la potencia en estos modelos (cuya jerarquía se sigue manteniendo) disminuye más rápidamente que en la alternativa de no cointegración. Por ejemplo, para muestras de 100 observaciones, el contraste rechaza la hipótesis nula en el modelo sin cointegración, **NC**, más frecuentemente que en los modelos **SC1** y **SC2** con un cambio estructural. La potencia del contraste frente a alternativas con 2 cambios estructurales se mantiene aceptablemente alta, excepto para muestras con 50 observaciones, aunque contrariamente a lo que ocurre con los otros dos contrastes, la mayor potencia se centra en el modelo **DSC1**.

Las filas 6-20 de la tabla 5 y las filas 3-8 de la tabla 6 recogen la información correspondiente al porcentaje de rechazos de la hipótesis nula que se producen al utilizar los valores críticos asintóticos de los tres estadísticos de la media. De esta información merecen destacarse las siguientes pautas de comportamiento. En primer lugar, la potencia del estadístico **MeanF** es mayor que la de su homólogo **SupF**, tanto en los modelos con un sólo punto de corte como en los de dos. Por ejemplo, para muestras con 100 observaciones, el porcentaje de rechazos en los modelos con algún cambio estructural se duplica.

En segundo lugar, la potencia del estadístico **MeanADF**, que disminuye con el tamaño muestral, es menor que la de su homólogo **InfADF**, excepto frente a alternativas con cointegración, **C**, donde la potencia es mayor. Como consecuencia, el estadístico **MeanADF** muestra mayor potencia frente a alternativas sin cambio estructural que frente a alternativas con él. Por ejemplo, en muestras con  $T=100$ , el estadístico **MeanADF** rechaza la hipótesis nula de no cointegración un 70% de las veces cuando el modelo está cointegrado, **C**, una potencia sensiblemente superior a la del estadístico **ADF** para la contrastación de cointegración. Por tanto, este estadístico tiene un uso potencial en la contrastación de la existencia de cointegración, más que en la contrastación de inestabilidad paramétrica.

Finalmente, el tamaño nominal del contraste **MeanHJ** es mayor que la de su homólogo **SupHJ**, con los que su potencia aparente es mayor. Sin embargo, su potencia relativa, la que compara el porcentaje de rechazos frente a las alternativas con el porcentaje de rechazos bajo la hipótesis nula, es muy similar.

#### 5.4. Estimación del Punto de Corte

Asociada a los estadísticos **SupF** (Hansen), **SupHJ** (Hansen y Johansen) e **InfADF** (Gregory y Hansen), hay una observación cuya posición muestral puede considerarse como un estimador indirecto del punto de corte. El estudio del comportamiento de los diferentes estimadores del punto de corte se realiza sólo cuando éstos van asociados a un rechazo de la correspondiente hipótesis nula. Las tablas 7 y 8 presentan información sobre la media y la desviación estándar de dichos estimadores, en los diferentes escenarios considerados, a partir

de los cuales puede evaluarse el sesgo y la precisión de cada uno de ellos.

En primer lugar, cabe destacar que el estimador del punto de corte asociado al contraste **SupHJ** presenta, para cualquier tamaño muestral, un sesgo acusado y escasa sensibilidad a cambios en el punto de corte, situándose el punto de corte estimado siempre al principio de la muestra (para  $T=50$ , debido a los requerimientos del estimador de Johansen, el primer punto de corte posible es  $t=30$ , es decir la posición 0.6). Por ello, nos concentraremos en el análisis de los resultados para los contrastes **SupF** y **InfADF**.

Asintóticamente, el comportamiento de los dos estimadores es similar, exceptuando los modelos con 2 cambios estructurales. En modelos sin cambio estructural, **NC** y **C**, la media de las estimaciones es aproximadamente el punto medio de la muestra ( $\tau = .5$ ). El estimador de Hansen es ligeramente más preciso en modelos cointegrados, mientras que el estimador de Gregory y Hansen lo es en modelos no cointegrados. Sin embargo, en modelos con cambio estructural, la precisión de este último es siempre mayor, ya que es también el contraste con mayor potencia (proporción de rechazos). Ambos estadísticos no presentan apenas sesgo en los modelos **SC1** y **SC2**, cuando el punto de corte se encuentra al principio de la muestra. Sin embargo, en el modelo **SC3**, donde el punto de corte se halla fuera del intervalo analizado por los estadísticos, ambos estimadores son sesgados por construcción, siendo sustancialmente mayor el sesgo del estimador de Hansen. En los modelos con 2 cambios estructurales (tabla 5) el estimador está obviamente sesgado, tiende a concentrarse hacia la mitad de la muestra en el modelo **DSC1** (la media de los puntos de corte es precisamente 0.5), desplazándose hacia la segunda parte de la muestra en el modelo **DSC2**, donde también es más preciso.

En muestras más pequeñas la superioridad del estimador **InfADF** se hace más patente. En los modelos sin cambio estructural, la media de las estimaciones sigue siendo la mitad de la muestra, aunque debido al densenso de la potencia en el contraste **SupF**, la varianza de su estimador asociado va en aumento. Cómo era de esperar, según los resultados obtenidos para los modelos **C** y **NC**, el sesgo del estimador para el modelo **SC2** es despreciable, aunque la varianza del estimador de **InfADF** es sustancialmente más pequeña. En los otros dos modelos con un sólo cambio estructural, **SC1** y **SC3**, hay sesgo evidente en los dos estimadores, siendo

el estimador **InfADF** el menos sesgado y más preciso de los dos. Finalmente, el comportamiento en muestras finitas del estimador del punto de corte, para los modelos con 2 cambios estructurales, apenas difiere de su comportamiento asintótico.

## 6.- CONCLUSIONES

Resumimos aquí los resultados del análisis comparativo de 3 contrastes para la inestabilidad paramétrica en relaciones cointegradas. Estos tres contrastes, propuestos por Hansen (1992), Hansen y Johansen (1993), y Gregory y Hansen (1996), tienen un carácter recursivo y pueden calcularse cómo el supremo o la media de los valores estimados sobre todos los posibles puntos de corte en la muestra.

En una primera instancia hemos vuelto a tabular las distribuciones asintóticas de los tres contrastes, que por estar basados en el supremo de una secuencia recursiva de estadísticos tiene una distribución no estandar. La distribución asintótica del contraste de Gregory y Hansen es muy similar a la tabulada por estos autores, sin embargo, la distribución del contraste de Hansen parece no ser independiente de ciertos "parámetros ruidosos". Finalmente, la distribución del contraste de Hansen y Johansen, que se tabula aquí por primera vez, no es la  $\chi^2$  que dichos autores proponen para el caso de punto de corte conocido, presentando el mismo problema de dependencia paramétrica que el contraste de Hansen.

Cómo era de esperar, el tamaño nominal de los contrastes se ve afectado por el tamaño muestral. Este efecto es monótonico en los contrastes de Hansen, y Gregory y Hansen, pero no así en el de Hansen y Johansen, cuyo comportamiento bajo la hipótesis nula es errático. El contraste de Hansen se muestra conservador en muestras finitas (rechaza con poca frecuencia), mientras que por el contrario el de Gregory y Hansen se muestra liberal (rechaza más frecuentemente).

La potencia asintótica de los contrastes es buena, aunque presenta dos notas destacadas. En primer lugar está la dificultad que tienen todos los contrastes para distinguir entre

alternativas con cambio estructural y sin él. Por ejemplo, los contrastes de Hansen, y Hansen y Johansen, que contrastan la hipótesis nula de cointegración, no tienen potencia para distinguir entre modelos cointegrados con cambio estructural y modelos no cointegrados, que pueden interpretarse como modelos con inestabilidad paramétrica no estacionaria. Por otro lado, el contraste de Gregory y Hansen, que contrasta la hipótesis nula de no cointegración, no tiene potencia para distinguir entre modelos cointegrados con y sin cambio estructural. En segundo lugar, la potencia de los contrastes varía según la localización del punto de corte. Mientras que los contrastes de Hansen, y Gregory y Hansen, parecen tener más potencia asintótica cuando el punto de corte está al principio de la muestra, el contraste de Hansen y Johansen la tiene cuando el punto de corte está al final de la muestra. Finalmente, en modelos con 2 cambios estructurales, la potencia asintótica de los contrastes de Hansen, y Gregory y Hansen, disminuye apreciablemente en relación a los modelos con un sólo cambio estructural.

En muestras finitas los resultados favorecen claramente al contraste de Gregory y Hansen. Aunque la potencia de todos ellos disminuye con el tamaño muestral, este contraste es ahora uniformemente superior, manteniendo buena potencia en todos los casos, y especialmente cuando el punto de corte se sitúa en la primera mitad de la muestra. Por contra, la potencia del contraste de Hansen sufre una merma, mientras que el contraste de Johansen sólo mantiene cierta potencia en el caso de punto de corte final. La potencia de los contrastes de Hansen, y Gregory y Hansen, sigue disminuyendo en presencia de más de un punto de corte.

En general, los estadísticos calculados a partir del supremo tienen mayor potencia que aquellos obtenidos a partir de la media, a excepción del contraste de Hansen. Otro hecho destacable es que el estadístico *MeanADF* demuestra tener una excelente potencia en muestras finitas frente a la alternativa de cointegración, donde tiene un comportamiento superior al de contrastes de cointegración más tradicionales como el ADF.

Finalmente, los resultados para los estimadores del punto de corte asociados a cada uno de los contrastes, indican que el estimador de Hansen y Johansen presenta serios problemas de sesgo. Los otros dos estimadores presentan sesgo mínimo cuando el punto de corte está en

la mitad de la muestra, pero cuando el punto de corte no está en esa posición ambos contrastes están sesgados. Sin embargo, el estimador de Gregory y Hansen, debido a la mayor potencia del contraste, presenta menor sesgo y menor varianza, tanto si el punto está al principio o al final de la muestra.

En resumen, los resultados relativos a la potencia de los contrastes y a la precisión de los estimadores del punto de corte, sugieren que el estadístico de Gregory y Hansen presenta ventajas indudables frente a los otros dos para el análisis de inestabilidad paramétrica en relaciones cointegradas.

## BIBLIOGRAFIA

- Andrews, D.W.K. y J.C. Monahan, 1992, "An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimator," *Econometrica* 60, 953-966.
- Banerjee, A., J.J. Dolado, D.F. Hendry y G.W. Smith, 1996, "Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics Through Static Models: Some Monte Carlo Evidence," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 48, 253-277.
- Engle, R.F. y C.W.J. Granger, 1987, "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing," *Econometrica* 55, 251-256.
- Gonzalo, J., 1994, "Five Alternative Methods of Estimating Long-Run Equilibrium Relationships," *Journal of Econometrics* 60, 203-233.
- Gregory, A.W., J.M. Nason y D.G. Watt, 1996, "Testing for Structural Breaks in Cointegrated Relationships," *Journal of Econometrics* 71, 321-341.
- Gregory, A.W. y B.E. Hansen, 1996, "Residual-Based Tests for Cointegration in Models with Regime Shifts," *Journal of Econometrics* 70, 99-126.
- Hansen, B.E., 1992, "Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes," *Journal of Business & Economic Statistics* 10, 321-335.
- Hansen, H. y S. Johansen, 1993, "Recursive Estimation in Cointegrated VAR-Models," Institute of Mathematical Statistics, University of Copenhagen.
- Johansen, S., 1988, "Statistical Analysis of Cointegrating Vectors," *Journal of Economic Dynamics & Control* 12, 231-254.
- Johansen, S., 1991, "Estimation and Hypothesis Testing of Cointegrating Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models," *Econometrica* 60, 1551-1580.
- Mackinnon, J.G., 1991, "Critical Values for Cointegration Tests," in *Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, R. Engle and C. Granger (eds.), Oxford University Press.
- Osterwald-Lenum, M., 1992, "A Note with Quantiles of Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, 461-471.
- Perron, P. y T.J. Vogelsang, 1992, "Nonstationarity and Level Shifts with an Application to Purchasing Power Parity," *Journal of Business and Economics Statistics* 10, 301-320.
- Phillips, P.C.B. y B.E. Hansen, 1990, "Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with I(1) Processes," *Review of Economic Studies* 57, 99-125.
- Stock, J.H. y M.W. Watson, 1993, "A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated Systems," *Econometrica* 61, 783-820.

## TABLA 1

### PERCENTILES DE LA DISTRIBUCION ASINTOTICA DE LOS ESTADISTICOS SupF, SupHJ e InfADFBAJO SU CORRESPONDIENTE HIPOTESIS NULA

PERCENTILES del estadístico SupF de HANSEN

MODELO	1%	2.5%	5%	10%	20%	50%
M1	15.520	13.665	12.067	10.465	8.704	6.014
M2	15.250	13.367	11.866	10.359	8.594	5.942
M3	15.491	13.698	12.070	10.449	8.712	6.013
M4	15.505	13.691	12.064	10.457	8.707	6.011
M5	15.434	13.572	12.001	10.430	8.678	5.987
M6	13.142	11.502	10.338	8.961	7.420	5.058
M7	13.193	12.098	10.815	9.379	7.790	5.341

PERCENTILES del estadístico SupHJ de HANSEN y JOHANSEN

MODELO	1%	2.5%	5%	10%	20%	50%
M1	7.390	5.924	4.807	3.691	2.625	1.356
M2	7.390	5.924	4.807	3.691	2.625	1.356
M3	7.390	5.924	4.807	3.691	2.625	1.356
M4	7.390	5.924	4.807	3.691	2.625	1.356
M5	7.390	5.924	4.807	3.691	2.625	1.356
M6	8.658	6.977	5.472	4.160	2.990	1.513
M7	8.316	6.652	5.286	4.084	2.873	1.465

PERCENTILES del estadístico InfADF de GREGORY y HANSEN

MODELO	1%	2.5%	5%	10%	20%	50%
M1	-5.462	-5.121	-4.908	-4.633	-4.344	-3.753
M2	-5.463	-5.171	-4.906	-4.643	-4.337	-3.746
M3	-5.462	-5.121	-4.908	-4.633	-4.344	-3.753
M4	-5.462	-5.121	-4.908	-4.633	-4.344	-3.753
M5	-5.462	-5.121	-4.908	-4.633	-4.344	-3.753

**TABLA 2**

**PERCENTILES DE LA DISTRIBUCION ASINTOTICA DE LOS ESTADISTICOS MeanF, MeanHJ y MeanADF BAJO SU CORRESPONDIENTE HIPOTESIS NULA**

**PERCENTILES del estadístico MeanF de HANSEN**

<u>MODELO</u>	<u>1%</u>	<u>2.5%</u>	<u>5%</u>	<u>10%</u>	<u>20%</u>	<u>50%</u>
M1	6.609	5.404	4.553	3.694	2.789	1.681
M2	6.572	5.299	4.463	3.632	2.786	1.662
M3	6.622	5.425	4.554	3.694	2.791	1.682
M4	6.612	5.405	4.554	3.692	2.784	1.686
M5	6.581	5.394	4.534	3.692	2.774	1.676
M6	6.219	5.007	4.313	3.489	2.649	1.596
M7	6.210	5.141	4.368	3.540	2.710	1.619

**PERCENTILES del estadístico MeanHJ de HANSEN y JOHANSEN**

<u>MODELO</u>	<u>1%</u>	<u>2.5%</u>	<u>5%</u>	<u>10%</u>	<u>20%</u>	<u>50%</u>
M1	1.645	1.263	0.976	0.686	0.450	0.201
M2	1.645	1.263	0.976	0.686	0.450	0.201
M3	1.645	1.263	0.976	0.686	0.450	0.201
M4	1.645	1.263	0.976	0.686	0.450	0.201
M5	1.645	1.263	0.976	0.686	0.450	0.201
M6	1.893	1.372	1.062	0.755	0.495	0.222
M7	1.844	1.347	1.028	0.736	0.480	0.217

**PERCENTILES del estadístico MeanADF de GREGORY y HANSEN**

<u>MODELO</u>	<u>1%</u>	<u>2.5%</u>	<u>5%</u>	<u>10%</u>	<u>20%</u>	<u>50%</u>
M1	-4.270	-4.003	-3.783	-3.517	-3.222	-2.719
M2	-4.260	-4.024	-3.797	-3.530	-3.226	-2.720
M3	-4.270	-4.003	-3.783	-3.517	-3.222	-2.719
M4	-4.270	-4.003	-3.783	-3.517	-3.222	-2.719
M5	-4.270	-4.003	-3.783	-3.517	-3.222	-2.719

**TABLA 3**

**PORCENTAJES DE RECHAZO DE LA HIPOTESIS NULA EN LOS ESTADISTICOS SupF, SupHJ e InfADF**

		<u>SupF</u>		<u>InfADF</u>		<u>SupHJ</u>	
		<u>90%</u>	<u>95%</u>	<u>90%</u>	<u>95%</u>	<u>90%</u>	<u>95%</u>
<b>T=1000</b>	NC	0.086	0.066	0.115	0.058	0.474	0.334
	C	0.092	0.046	1.000	1.000	0.098	0.048
	SC1	0.885	0.843	1.000	1.000	0.462	0.363
	SC2	0.641	0.568	1.000	1.000	0.677	0.584
	SC3	0.428	0.368	0.849	0.805	0.936	0.911
<b>T=250</b>	NC	0.089	0.069	0.168	0.092	0.446	0.309
	C	0.046	0.020	0.990	0.970	0.189	0.116
	SC1	0.471	0.320	0.997	0.991	0.385	0.278
	SC2	0.314	0.198	0.998	0.993	0.510	0.377
	SC3	0.138	0.097	0.774	0.683	0.759	0.654
<b>T=100</b>	NC	0.106	0.081	0.192	0.114	0.280	0.178
	C	0.036	0.019	0.555	0.395	0.169	0.101
	SC1	0.107	0.064	0.720	0.595	0.158	0.095
	SC2	0.087	0.052	0.788	0.673	0.253	0.162
	SC3	0.115	0.094	0.546	0.417	0.451	0.318
<b>T=50</b>	NC	0.155	0.128	0.229	0.142	0.066	0.034
	C	0.076	0.054	0.343	0.225	0.062	0.031
	SC1	0.112	0.080	0.510	0.389	0.034	0.016
	SC2	0.111	0.084	0.617	0.502	0.039	0.021
	SC3	0.175	0.146	0.408	0.296	0.180	0.105

**TABLA 4**

**PORCENTAJES DE RECHAZO DE LA HIPOTESIS NULA  
EN LOS ESTADISTICOS SupF, SupHJ e InfADF  
MODELO CON DOS CAMBIOS ESTRUCTURALES**

		SupF		InfADF		SupHJ	
		90%	95%	90%	95%	90%	95%
		<b>T=1000</b>	<b>DCS1</b>	0.147	0.098	0.626	0.552
	<b>DSC2</b>	0.710	0.622	0.966	0.946	0.658	0.546
<b>T=250</b>	<b>DCS1</b>	0.096	0.070	0.370	0.270	0.711	0.568
	<b>DSC2</b>	0.256	0.146	0.840	0.754	0.454	0.328
<b>T=100</b>	<b>DCS1</b>	0.087	0.068	0.297	0.217	0.480	0.341
	<b>DCS2</b>	0.078	0.050	0.535	0.387	0.227	0.142
<b>T=50</b>	<b>DCS1</b>	0.118	0.095	0.269	0.186	0.064	0.032
	<b>DCS2</b>	0.110	0.085	0.377	0.257	0.040	0.019

**TABLA 5**

**PORCENTAJES DE RECHAZO DE LA HIPOTESIS NULA  
EN LOS ESTADISTICOS MeanF, MeanHJ y MeanADF**

		MeanF		MeanADF		MeanHJ	
		90%	95%	90%	95%	90%	95%
		<b>T=1000</b>	<b>NC</b>	0.090	0.061	0.092	0.042
	<b>C</b>	0.098	0.050	1.000	1.000	0.098	0.048
	<b>SC1</b>	0.790	0.699	0.960	0.919	0.395	0.305
	<b>SC2</b>	0.673	0.579	0.804	0.724	0.0587	0.474
	<b>SC3</b>	0.393	0.315	0.571	0.518	0.953	0.933
<b>T=250</b>	<b>NC</b>	0.099	0.063	0.114	0.058	0.452	0.318
	<b>C</b>	0.080	0.037	0.999	0.998	0.171	0.095
	<b>SC1</b>	0.441	0.302	0.772	0.663	0.313	0.199
	<b>SC2</b>	0.473	0.344	0.567	0.457	0.423	0.304
	<b>SC3</b>	0.194	0.127	0.432	0.354	0.825	0.761
<b>T=100</b>	<b>NC</b>	0.112	0.073	0.122	0.066	0.357	0.248
	<b>C</b>	0.067	0.031	0.724	0.567	0.224	0.139
	<b>SC1</b>	0.192	0.108	0.490	0.337	0.187	0.117
	<b>SC2</b>	0.201	0.111	0.330	0.203	0.265	0.175
	<b>SC3</b>	0.141	0.098	0.286	0.192	0.623	0.512
<b>T=50</b>	<b>NC</b>	0.150	0.103	0.148	0.082	0.205	0.134
	<b>C</b>	0.089	0.051	0.389	0.248	0.176	0.110
	<b>SC1</b>	0.149	0.086	0.317	0.193	0.119	0.074
	<b>SC2</b>	0.145	0.087	0.204	0.112	0.177	0.070
	<b>SC3</b>	0.175	0.128	0.200	0.122	0.400	0.297



**TABLA 6**

**PORCENTAJES DE RECHAZO DE LA HIPOTESIS NULA  
EN LOS ESTADISTICOS MeanF, MeanHJ y MeanADF  
MODELO CON DOS CAMBIOS ESTRUCTURALES**

		MeanF		MeanADF		MeanHJ	
		90%	95%	90%	95%	90%	95%
		<b>T=1000</b>	<b>DCS1</b>	0.198	0.155	0.327	0.233
	<b>DSC2</b>	0.811	0.724	0.859	0.786	0.626	0.516
<b>T=250</b>	<b>DCS1</b>	0.127	0.075	0.214	0.143	0.697	0.541
	<b>DSC2</b>	0.557	0.407	0.625	0.500	0.443	0.319
<b>T=100</b>	<b>DCS1</b>	0.103	0.066	0.160	0.096	0.475	0.310
	<b>DCS2</b>	0.223	0.121	0.354	0.217	0.266	0.172
<b>T=50</b>	<b>DCS1</b>	0.114	0.079	0.135	0.076	0.160	0.095
	<b>DCS2</b>	0.159	0.095	0.203	0.112	0.126	0.076

**TABLA 7**

**MEDIAS Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LOS ESTADISTICOS  
NsupF, NinfADF y NsupHJ PARA LA ESTIMACION DEL PUNTO DE CORTE**

		NsupF		NinfADF		NsupHJ	
		90%	95%	90%	95%	90%	95%
		<b>T=1000</b>	<b>NC</b>	0.509 (0.231)	0.517 (0.235)	0.513 (0.188)	0.516 (0.188)
	<b>C</b>	0.504 (0.221)	0.493 (0.224)	0.496 (0.236)	0.496 (0.236)	0.260 (0.124)	0.249 (0.115)
	<b>SC1</b>	0.253 (0.041)	0.253 (0.038)	0.248 (0.016)	0.248 (0.016)	0.229 (0.068)	0.229 (0.063)
	<b>SC2</b>	0.504 (0.063)	0.504 (0.060)	0.497 (0.013)	0.497 (0.013)	0.298 (0.137)	0.303 (0.137)
	<b>SC3</b>	0.708 (0.164)	0.782 (0.163)	0.829 (0.045)	0.829 (0.046)	0.539 (0.271)	0.538 (0.270)
<b>T=250</b>	<b>NC</b>	0.506 (0.244)	0.506 (0.243)	0.518 (0.182)	0.510 (0.182)	0.285 (0.142)	0.279 (0.132)
	<b>C</b>	0.514 (0.213)	0.514 (0.209)	0.497 (0.227)	0.497 (0.227)	0.257 (0.125)	0.251 (0.110)
	<b>SC1</b>	0.263 (0.082)	0.265 (0.083)	0.269 (0.102)	0.269 (0.102)	0.237 (0.076)	0.236 (0.071)
	<b>SC2</b>	0.505 (0.093)	0.510 (0.094)	0.490 (0.064)	0.490 (0.064)	0.292 (0.131)	0.297 (0.132)
	<b>SC3</b>	0.619 (0.248)	0.579 (0.254)	0.770 (0.139)	0.766 (0.142)	0.486 (0.254)	0.482 (0.250)
<b>T=100</b>	<b>NC</b>	0.503 (0.248)	0.499 (0.251)	0.518 (0.179)	0.511 (0.177)	0.392 (0.135)	0.383 (0.120)
	<b>C</b>	0.505 (0.229)	0.504 (0.238)	0.509 (0.209)	0.507 (0.207)	0.384 (0.125)	0.377 (0.113)
	<b>SC1</b>	0.350 (0.187)	0.354 (0.192)	0.318 (0.159)	0.310 (0.151)	0.356 (0.109)	0.353 (0.099)
	<b>SC2</b>	0.518 (0.185)	0.523 (0.199)	0.488 (0.092)	0.488 (0.084)	0.385 (0.110)	0.383 (0.104)
	<b>SC3</b>	0.520 (0.241)	0.508 (0.241)	0.741 (0.164)	0.747 (0.158)	0.475 (0.189)	0.465 (0.179)
<b>T=50</b>	<b>NC</b>	0.514 (0.269)	0.517 (0.273)	0.517 (0.178)	0.514 (0.177)	0.664 (0.114)	0.641 (0.095)
	<b>C</b>	0.505 (0.263)	0.512 (0.269)	0.517 (0.189)	0.519 (0.186)	0.658 (0.110)	0.652 (0.095)
	<b>SC1</b>	0.408 (0.254)	0.422 (0.262)	0.336 (0.179)	0.322 (0.170)	0.645 (0.104)	0.633 (0.095)
	<b>SC2</b>	0.514 (0.253)	0.517 (0.263)	0.485 (0.094)	0.484 (0.086)	0.636 (0.103)	0.617 (0.083)
	<b>SC3</b>	0.499 (0.259)	0.491 (0.260)	0.710 (0.165)	0.719 (0.160)	0.684 (0.126)	0.671 (0.120)

**TABLA 8**

**MEDIAS Y DESVIACIONES ESTANDARD DE LOS ESTADISTICOS NsupF, NinfADF y NsupHJ PARA LA ESTIMACION DEL PUNTO DE CORTE MODELO CON DOS CAMBIOS ESTRUCTURALES**

		NsupF		NinfADF		NsupHJ	
		90%	95%	90%	95%	90%	95%
<b>T=1000</b>	<b>DCS1</b>	0.502 (0.189)	0.493 (0.202)	0.596 (0.137)	0.599 (0.132)	0.289 (0.109)	0.273 (0.099)
	<b>DSC2</b>	0.570 (0.152)	0.568 (0.151)	0.557 (0.147)	0.558 (0.147)	0.293 (0.156)	0.290 (0.147)
<b>T=250</b>	<b>DCS1</b>	0.466 (0.220)	0.461 (0.227)	0.562 (0.157)	0.566 (0.153)	0.301 (0.154)	0.297 (0.109)
	<b>DSC2</b>	0.550 (0.169)	0.552 (0.170)	0.535 (0.157)	0.537 (0.157)	0.272 (0.123)	0.273 (0.118)
<b>T=100</b>	<b>DCS1</b>	0.451 (0.237)	0.443 (0.241)	0.545 (0.164)	0.550 (0.162)	0.365 (0.093)	0.359 (0.086)
	<b>DCS2</b>	0.526 (0.219)	0.528 (0.228)	0.532 (0.166)	0.534 (0.165)	0.368 (0.115)	0.361 (0.104)
<b>T=50</b>	<b>DCS1</b>	0.491 (0.266)	0.489 (0.273)	0.531 (0.157)	0.537 (0.154)	0.635 (0.083)	0.629 (0.075)
	<b>DSC2</b>	0.500 (0.265)	0.499 (0.270)	0.524 (0.161)	0.527 (0.159)	0.660 (0.115)	0.645 (0.106)

**TABLA 9**

**PORCENTAJES DE RECHAZO DE LA HIPÓTESIS NULA DE NO COINTEGRACION DEL ESTADISTICO DICKEY-FULLER AUMENTADO**

	T=1000		T=250		T=100		T=50	
	90%	95%	90%	95%	90%	95%	90%	95%
<b>NC</b>	0.100	0.050	0.090	0.047	0.084	0.041	0.073	0.038
<b>C</b>	1.000	1.000	0.982	0.939	0.416	0.263	0.157	0.087
<b>SC1</b>	0.600	0.497	0.504	0.385	0.239	0.146	0.129	0.070
<b>SC2</b>	0.281	0.195	0.240	0.153	0.118	0.064	0.066	0.033
<b>SC3</b>	0.242	0.205	0.221	0.172	0.107	0.063	0.059	0.029
<b>DSC1</b>	0.145	0.090	0.146	0.085	0.089	0.044	0.049	0.024
<b>DSC2</b>	0.279	0.190	0.245	0.154	0.115	0.058	0.063	0.032