

ICAE

Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

FACULTAD DE ECONOMICAS

Campus de Somosaguas

28223 MADRID

Teléfono 394 26 11 - FAX 294 26 13



W
h9
(9720)

Documento de trabajo

**Un modelo multivariante para el empleo por
sectores, activos y parados en España**

Silvia Relloso Pereda

No. 9720

Diciembre 1997

ICAE

Instituto Complutense de Análisis Económico

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

UN MODELO MULTIVARIANTE PARA EL EMPLEO POR SECTORES,

ACTIVOS Y PARADOS EN ESPAÑA*

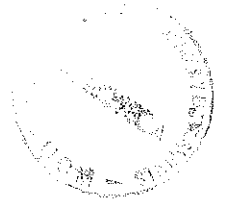
Silvia Relloso Pereda

Departamento de Economía Cuantitativa

Universidad Complutense de Madrid

Campus de Somosaguas, 28223, Madrid

Tfno: 394 23 84, e-mail: eccua27@sis.ucm.es



ABSTRACT

This paper presents a multivariate stochastic model for Spanish employment disaggregated into five productive sectors, population and active population, which presents methodologic novelties. It is shown that both the disaggregation of employment into productive sectors and the study of relationships among the resulting components are important in order to obtain relevant improvements in understanding employment and unemployment.

RESUMEN

Este trabajo presenta la elaboración de un modelo multivariante estocástico para el empleo en España desagregado en cinco sectores productivos, la población y la población activa. Los modelos multivariantes estocásticos desarrollados presentan novedades metodológicas. Se muestra que la desagregación del empleo en sectores productivos y el estudio de sus relaciones es importante para obtener mejoras relevantes en la comprensión del empleo y el paro.

n.c.: X-53-297056-9

* Este trabajo se deriva de la tesis doctoral realizada por la autora bajo la dirección del profesor Arthur B. Treadway. La autora desea agradecer el apoyo recibido por los miembros del Servicio de Previsión y Seguimiento de la Economía Española y la ayuda financiera facilitada por Caja de Madrid. Los posibles errores son responsabilidad única de la autora.

N.E.: 5310279602

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo presenta un estudio de las relaciones entre el número de Ocupados (E_t), el número de Parados (D_t), la Población en edad de trabajar menos la población contada aparte (P_t) y la Población Activa (A_t) de España. Se muestra que la desagregación de E_t en sectores productivos es relevante para (1) conocer la distinta evolución pasada y futura de cada componente y (2) analizar las relaciones entre ellos, que (3) puede ser muy útil para mejorar la comprensión de la evolución de E_t , A_t y D_t . Los sectores de E_t considerados son: Agricultura, Ganadería y Pesca (EA_t), Industria (EI_t), Construcción (EC_t), Servicios Privados (EP_t) y Servicios Públicos (EU_t). Se expone de forma breve la metodología empleada para la elaboración de los modelos multivariantes estocásticos (MS) usados en el estudio de las relaciones.

En este trabajo se usan datos trimestrales de la Encuesta de Población Activa (EPA) elaborada por el Instituto Nacional de Estadística (INE). La muestra empleada en los análisis abarca desde el III/1976 al III/1993. Las series no son homogéneas en cuanto a las definiciones de activos, ocupados y parados, ya que en el II/1987 se produjo un cambio metodológico de la encuesta, tratado en los análisis mediante un término de intervención de tipo escalón. Hay información extramuestral que afecta a alguna de las series analizadas y que ha sido usada para corregir los datos: (1) en el I/1984 se produce un cambio de criterio en el tratamiento dado a los trabajadores eventuales agrarios de Andalucía y Extremadura (Informe Anual del Banco de España, 1984, Nota (1), página 60) por lo que las series se corrigen restando en las series de ocupados y sumando en la de parados el escalón correspondiente desde el III/1976 hasta el IV/1983 y (2) desde el II/1988 la EPA se realiza también en Ceuta y Melilla (Informe Anual del Banco de España, 1988, Nota (1), página 48 y Boletín Trimestral de Coyuntura del INE, N° 29), por lo que se trabaja con las series corregidas de este efecto, sumando a cada una el escalón correspondiente desde el III/1976 hasta el I/1988. Los datos están disponibles para todo lector interesado, contactando con la autora.

Todos los modelos presentados están estimados por Máxima Verosimilitud Exacta (MVE).

Dada la complejidad de los modelos que se elaboran, el desarrollo de este trabajo no habría sido factible de no disponer de los algoritmos de evaluación y optimización de la función de verosimilitud de los modelos ARMA multivariantes desarrollados por Mauricio (1995, 1996 y 1997).

Es interesante estudiar cada sector de forma individual, no sólo para intentar conocer su evolución pasada y futura, sino también para comprender mejor las variaciones que se producen en el agregado (Collado *et al.* (1996)). Un primer estudio de las series de ocupados por sectores revela la diferente evolución que han experimentado a lo largo de la muestra. La Figura 1 recoge el cambio que ha experimentado el peso (en porcentaje) de cada componente de E_t sobre el total entre 1976 y 1993. El porcentaje corresponde a las medias anuales. El sector de mayor peso (con gran diferencia) en E_t es EP_t , con una tendencia creciente a lo largo de la muestra analizada (pasa del 32% al 43%). A EP_t le sigue EI_t , si bien éste tiene un peso ligeramente decreciente (pasa del 27% al 21%). EA_t tiene a finales de 1993 un peso sobre el agregado del 10%, similar al de EC_t (9%), pero la tendencia de EA_t es claramente decreciente a lo largo de la muestra, ya que a mediados de 1976 suponía el 22% de E_t , un peso ligeramente inferior al que tenía EI_t , mientras que el peso de EC_t sobre el agregado se mantiene prácticamente constante. EU_t es el sector con menor peso al inicio de la muestra, ligeramente inferior a EC_t y mantiene una tendencia creciente, de forma que en el III/1993 supone un 16% de E_t , ocupando el tercer lugar en importancia entre los sectores analizados.

Los gráficos presentados en la Figura 2 muestran la diferente evolución de los componentes de E_t . También se presentan los gráficos de E_p , D_p , A_p , I_t y P_p , para facilitar una visión de conjunto de los agregados analizados. El eje de ordenadas no es común a todos los gráficos. Es importante recordar el distinto peso de cada sector sobre E_t al observar los gráficos. La Tabla 1 recoge los valores finales e iniciales de cada variable y la diferencia entre ambas fechas, resumiendo así de forma breve la evolución de cada variable entre el III/1976 y el III/1993. La destrucción de empleo en la Agricultura, Ganadería y Pesca ha sido muy importante, seguida de lejos por la destrucción en la Industria, siendo la creación de empleo en el Sector Servicios insuficiente para absorber la destrucción producida.

El trabajo se organiza en 5 secciones. En la Sección 2 se presenta el Modelo Conceptual Inicial (MCI) utilizado. La Sección 3 recoge los resultados del análisis univariante de cada variable y resume las principales implicaciones del uso del Modelo Estacional Generalizado (MEG), expuesto en Gallego (1995) y en Gallego y Treadway (1996). La Sección 4 trata del análisis de las relaciones entre las variables. Se expone de forma breve la metodología empleada en la elaboración de los modelos MS que recogen dichas relaciones. La Sección 5 resume las principales conclusiones.

2. MODELO CONCEPTUAL INICIAL

Para abordar el estudio del problema del paro, se parte de un MCI que orienta el análisis empírico. Este MCI parte de un conjunto de identidades contables que satisfacen dichas variables:

$$E_t \equiv EA_t + EI_t + EC_t + EP_t + EU_t \quad (1)$$

$$A_t \equiv E_t + D_t \quad (2)$$

$$P_t \equiv A_t + I_t \quad (3)$$

donde I_t denota la Población Inactiva.

El estudio de las variables sigue varios pasos. Primero se analiza la evolución de E_p , que se estudia a través de sus componentes, EA_p , EI_p , EC_p , EP_t y EU_p , de forma que E_t se trata por la identidad (1). Una vez analizados el comportamiento y las relaciones de los componentes de E_p , se analizan sus relaciones con P_t y A_p . Las variables D_t e I_t se tratan por las identidades (2) y (3).

El MCI usado en el estudio de las relaciones entre estas variables incluye dos supuestos de identificación no contrastables: (1) P_t no recibe influencias contemporáneas de E_p , de sus componentes ni de A_t y (2) E_t y sus componentes no reciben influencias contemporáneas de A_p . Estos dos supuestos facilitan la identificación exacta del sistema en (A_p, E_p, P_p) . El MCI incluye otros supuestos que deben ser contrastados empíricamente: (1) A_t no recibe influencias contemporáneas de P_p , de E_t ni de sus componentes, hipótesis que se rechazan empíricamente, (2) A_t no recibe efectos retardados de P_p , (3) A_t no recibe efectos retardados de E_t ni de sus componentes, (4) P_t no recibe efectos retardados

de A_p , de E_t ni de sus componentes, (5) E_t y sus componentes no reciben efectos contemporáneos ni retardados de P_t y (6) E_t y sus componentes no reciben efectos retardados de A_p .

En el MCI, por tanto, P_t se considera exógena. Se puede contrastar si recibe efectos retardados de las otras variables del sistema, pero es una *hipótesis no contrastable de identificación* que no recibe efectos contemporáneos. Otra *hipótesis no contrastable de identificación* es que A_t no influye contemporáneamente en E_t . El autoempleo es una excepción que puede ser investigada mediante la desagregación entre asalariados y no asalariados, tema no abordado en este trabajo.

En los datos analizados, se observa una correlación contemporánea positiva entre A_t y E_t . Si se excluye que ésta sea interpretable como un efecto de A_t sobre E_t , como se especifica en el párrafo anterior, hay que analizar el fundamento conceptual del efecto de E_t sobre A_t . Cuando E_t es mayor, dado A_p , la proporción de activos que trabajan es mayor. Si esta proporción se interpreta como la probabilidad de trabajar de un activo, entonces, dado el salario real de los que trabajan, el salario real esperado del activo potencial es mayor y esto incentiva que A_t sea mayor, dado P_t .

El MCI está peor definido en lo que se refiere a las relaciones entre los sectores de E_t . Se considera que EA_t puede reaccionar frente al resto de los sectores de empleo, pero sin existir realimentación contemporánea. Es decir, se parte de la hipótesis no contrastable de ausencia de efectos contemporáneos de EA_t sobre el resto de los sectores. Se puede contrastar la ausencia de efectos retardados en ambas direcciones y la ausencia de efectos contemporáneos del resto de los sectores sobre EA_t . Las hipótesis de identificación entre los otros cuatro sectores de empleo no se desarrollan hasta llegar a la fase de análisis empírico, expuesta en la Sección 4, ya que, contando con un MCI escasamente definido, se prefiere estudiar primero los datos.

3. ANÁLISIS UNIVARIANTES

El estudio de las variables comienza con la elaboración de modelos univariantes estocásticos (US) y de intervención (UTI) utilizando la metodología de Análisis de Series Temporales Estadísticas

del enfoque de Box y Jenkins (Box *et al.* (1994) y Box y Tiao (1975)) y con el análisis de la estacionalidad utilizando el MEG. Aunque el estudio de E_p , D_t e I_t se realiza por las identidades descritas en la Sección 2, se elaboran los modelos US ajustados a estas variables para analizar su compatibilidad con los modelos US ajustados al resto de las variables del sistema.

El proceso seguido en el estudio de la estructura estocástica de cada serie es iterativo. El análisis univariante de cada una de las series requiere el estudio de los estadísticos de la variable analizada, la identificación de la estructura univariante estocástica estacionaria, un estudio de anomalías y análisis de robustez y la diagnosis de los modelos ajustados a cada serie. Los informes gráficos son una herramienta imprescindible en este proceso iterativo.

El análisis univariante parte de la elaboración de modelos $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_4$ para cada variable. No parece necesario aplicar una transformación Box-Cox en ningún caso. Existe una gran homogeneidad en el orden de integración, $d = 2$, $D = 1$, y en la estructura ARMA estacionaria, $IMA(2,1)(1,1)_4$, en todos los casos salvo en EU_t y en P_t que no parecen necesitar diferencia anual y presentan estructura $IMA(2,1)$. En las Tablas 2 y 3 se recogen los modelos $IMA(p,q)(D,Q)_4$ ajustados a cada variable, detallando los incidentes influyentes. Los símbolos estadísticos utilizados son: $\hat{\theta}$, $\hat{\Theta}$ que representan los parámetros estimados de los operadores media móvil regular y anual respectivamente, S indica que el término determinista de intervención es de tipo escalón, I de tipo impulso, $\hat{\omega}_0$ y $\hat{\omega}_1$ representan los valores estimados de los coeficientes de los términos deterministas de intervención, \bar{a} denota la media muestral de la serie de residuos, entre paréntesis su desviación típica ($\hat{\sigma}_{\bar{a}}$) y $\hat{\sigma}_a$ representa la desviación típica estimada de la serie residual. Se presenta entre paréntesis la desviación típica asociada al valor estimado de cada parámetro.

Una vez que se obtienen modelos $IMA(d,q)(D,Q)_4$ aceptables, se flexibiliza la representación del operador $MA(1)_4$, para elaborar modelos estacionales generalizados siguiendo la metodología expuesta en Gallego (1995) y en Gallego y Treadway (1996). Al relajar la restricción de igual módulo para cada factor del operador $MA(1)_4$, se obtienen los siguientes resultados generales: (1) en todos los

casos se elimina un operador de frecuencia cero, por lo que las variables pasan de tener representación I(3) a tener representación I(2) en dicha frecuencia, (2) en la mayoría de las variables coexisten factores estacionales deterministas y estocásticos y (3) se logra una ligera reducción de la desviación típica residual. La Tabla 4 recoge los MEG, donde $\hat{\theta}$, $\hat{\lambda}_1$, $\hat{\lambda}_2$ representan los parámetros estimados de los operadores media móvil de frecuencias cero, uno y dos respectivamente. En general el operador MA de frecuencia dos es no invertible, lo que implica su eliminación con el factor $(1 + B)$ de la diferencia anual y la introducción del término determinista estacional correspondiente. En EI_t se eliminan los dos operadores estacionales, EA_t presenta estructura estacional puramente estocástica y para E_p , EP_t y EC_t se llega a más de una representación posible. La elección de una representación u otra depende del uso que el analista piense hacer de la misma. Los MEG son el punto de partida para el análisis de las relaciones.

4. ANÁLISIS DE RELACIONES

EL estudio de las relaciones entre las series de EPA incorporando la desagregación de E_t en sectores productivos debe ayudar a conocer mejor la estructura de E_p , P_t y A_p .

Cuando se quiere estudiar la posible relación entre dos variables, donde ambas tienen estructura de serie temporal y no hay evidencia *a priori* del sentido de causalidad entre ellas, un enfoque práctico es tratar las dos series temporales como si fueran generadas por un proceso estocástico vectorial o un modelo MS. Este tipo de modelos puede dar pistas sobre si la relación es o no unidireccional; véase Jenkins y Alavi (1981) y Tiao y Box (1981) para las dos obras básicas que inician el desarrollo de la metodología MS.

En el análisis del empleo por sectores, no hay una teoría *a priori* que indique el sentido ni la forma en que los distintos sectores de empleo pueden estar relacionados. Por ello, es útil abordar el estudio de sus relaciones dentro del marco del análisis MS.

En la mayoría de los casos, los métodos de elaboración de modelos MS presentados en la

literatura pretenden ser lo suficientemente generales como para afrontar el tratamiento de cualquier situación empírica concebible. Los métodos de elaboración de modelos MS empleados en este trabajo, parecen ser efectivos para el tratamiento de las variables aquí consideradas, pero no se pretende demostrar que tengan el mismo grado de efectividad para cualquier otra aplicación empírica.

En la metodología MS aquí empleada, el primer paso con un conjunto de m variables consiste en estimar los m modelos US (ó UTI) de forma conjunta, como un modelo MS con dinámica diagonal, es decir, con matrices AR y MA diagonales, pero con matriz de varianzas y covarianzas contemporáneas sin restringir. Esta estimación conjunta puede despejar a menudo las dudas que surgen en los análisis US y UTI sobre el grado de integración de las variables, por ejemplo, y en muchos casos constituye un buen modelo MS de partida desde el cual proceder a una reformulación. También permite obtener una evaluación inicial de las correlaciones contemporáneas y, consultando las funciones de correlación cruzadas (*ccf's*) residuales, adquirir una primera idea de cuáles son los rasgos más destacables de las relaciones entre las variables.

El proceso de elaboración de modelos MS se centra aquí, en primer lugar, en los componentes de E_t . El análisis de las relaciones entre las series de los cinco componentes se inicia con el estudio de las *ccf's* bidireccionales entre los residuos UTI de los modelos con mayor número de factores estacionales estocásticos, presentados en la Tabla 4. Se parte de estos modelos porque a los modelos con mayor grado de comportamiento estacional determinista se llega tras haber contrastado y no rechazado hipótesis sobre la no invertibilidad de algún operador MA. Los resultados sobre el orden de integración de cada variable en el modelo MS no dependen, en este caso, del punto de partida.

Se detectan fuertes correlaciones contemporáneas entre algunos de los sectores, lo que conduce a la especificación de un modelo pentavariante con dinámica diagonal, para mejorar (1) las estimaciones de los parámetros de los modelos UTI con procedimientos más eficientes de estimación y (2) las propiedades de las inferencias basadas en los residuos. En la diagonal principal de la matriz MA se recogen los modelos UTI de las variables. Al estimar este modelo los operadores de frecuencias

uno y dos asociados a EC_t , son no invertibles. Esto posibilita la eliminación en esta variable de los operadores $(1 + B^2)$ y $(1 + B)$. Se reespecifica el modelo MS imponiendo esta simplificación en EC_t , e introduciendo los factores estacionales deterministas correspondientes. El resultado de la estimación eficiente de este modelo se recoge en la Ecuación (4):

$$\begin{pmatrix} \nabla \nabla_4 NEA_t \\ \nabla^2 NEI_t \\ \nabla^2 NEC_t \\ \nabla \nabla_4 NEP_t \\ \nabla^2 NEU_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_{11}(B) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}_{22}(B) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}_{33}(B) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\theta}_{44}(B) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{\theta}_{55}(B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{at} \\ \hat{a}_{it} \\ \hat{a}_{ct} \\ \hat{a}_{pt} \\ \hat{a}_{ut} \end{pmatrix} \quad (4)$$

con:

$$\hat{\theta}_{11}(B) = (1 - .36B)(1 + .61B^2)(1 + .69B) \quad (.14) \quad (.10) \quad (.11)$$

$$\hat{\theta}_{22}(B) = (1 - .30B) \quad (.11)$$

$$\hat{\theta}_{33}(B) = (1 - .49B) \quad (.10)$$

$$\hat{\theta}_{44}(B) = (1 - .48B)(1 + .76B^2)(1 + .87B) \quad (.12) \quad (.06) \quad (.08)$$

$$\hat{\theta}_{55}(B) = (1 - .89B) \quad (.04)$$

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 1.00 & & & & \\ -0.30 & 1.00 & & & \\ -0.38 & .17 & 1.00 & & \\ -0.12 & -.18 & -.11 & 1.00 & \\ .13 & .34 & .19 & -.13 & 1.00 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \bar{a}_a &= 1.8(3.5) & \hat{\sigma}_a &= 27.7 \\ \bar{a}_i &= -0.5(2.3) & \hat{\sigma}_i &= 18.4 \\ \bar{a}_c &= -1.4(2.3) & \hat{\sigma}_c &= 18.0 \\ \bar{a}_p &= -0.4(4.3) & \hat{\sigma}_p &= 35.1 \\ \bar{a}_u &= 2.8(2.0) & \hat{\sigma}_u &= 16.6 \end{aligned} \quad (13)$$

donde \hat{P} denota la matriz de correlaciones contemporáneas estimada. Entre paréntesis y debajo de \hat{P} se presenta el error estándar estimado. NEA_t , NEI_t , NEC_t , NEP_t y NEU_t son las desviaciones de las variables de los términos deterministas de intervención y de estacionalidad detectados en la fase UTI de modelización y \hat{a}_{at} , \hat{a}_{pt} , \hat{a}_{it} , \hat{a}_{ut} y \hat{a}_{ct} denotan las series residuales. Se utiliza la notación $\theta_{ij}(B)$ para

representar un sólo factor del tipo MA(1) y $\Theta_{ij}(B)$ para el producto de más de un factor MA.

La media de los residuos no parece diferir significativamente de cero en ningún caso. El valor de la media en la serie residual de EU_t , ligeramente superior a una desviación típica, se debe a valores extremos no influyentes en los parámetros estimados. No se producen cambios significativos en el valor de los coeficientes estimados correspondientes a los términos deterministas respecto a lo obtenido en los análisis UTI, por lo que no se presentan los resultados obtenidos en esta estimación MS.

La Figura 3 recoge los gráficos de los residuos tipificados, de la función de autocorrelación simple (acf) arriba y debajo la función de autocorrelación parcial (pacf), ambos a la derecha del gráfico temporal. Se da información sobre la media muestral de la serie de residuos, su desviación típica entre paréntesis, la desviación típica muestral de la serie residual y el estadístico Q de Ljung y Box (1978).

El siguiente paso consiste en estudiar las ccf's en retardos distintos del contemporáneo, para detectar relaciones entre los sectores de E_t . La Figura 4 recoge las ccf's entre los residuos MS de (4). En la parte inferior de los gráficos de las ccf's se detallan las series residuales que se relacionan. Así, \hat{a}_{it} vs. \hat{a}_{ct-k} indica que en la parte derecha del gráfico ($k > 0$), se muestra la ccf de \hat{a}_{it} vs. \hat{a}_{ct} mientras que la parte izquierda del gráfico ($k < 0$) recoge la ccf de \hat{a}_{ct} vs. \hat{a}_{it} . Se presenta el estadístico Q de Ljung y Box (1978), calculado para cada lado de la ccf con quince retardos.

Existen correlaciones no contemporáneas elevadas entre los residuos de las cinco variables en muchos casos. Algunas de estas correlaciones pueden ser explicadas en gran medida por la interacción entre un número reducido (uno o dos) de pares de residuos extremos, uno de cada serie, tal y como se recoge en la Tabla 5. Así, *p.e.*, casi la mitad del valor del retardo cinco de la ccf de \hat{a}_{pt} vs. \hat{a}_{at} se debe a la interacción de los residuos de EA_t en IV/77 y II/89 con los residuos de EP_t en I/79 y III/90. Estas correlaciones no se interpretan como indicios de relación, porque cualquier relación debe caracterizar el conjunto completo de datos, no solamente unos pocos.

Existen otros valores elevados en las ccf's que no pueden ser explicados por la interacción entre unos pocos pares de residuos extremos. El retardo uno de la ccf de \hat{a}_{pt} vs. \hat{a}_{it} y el retardo uno

y (con menor valor) el retardo tres de la ccf de \hat{a}_{pt} vs. \hat{a}_{ct} tienen valores positivos elevados. También se detectan valores elevados positivos en el retardo dos de \hat{a}_{it} vs. \hat{a}_{ct} , en el retardo dos de \hat{a}_{it} vs. \hat{a}_{ut} y en el retardo dos de \hat{a}_{ut} vs. \hat{a}_{ct} . Estas correlaciones indican la presencia de posibles efectos no contemporáneos del empleo en unos sectores sobre el empleo en otros. El análisis de las correlaciones parece indicar que: (1) EC_t no recibe influencias retardadas del resto de los sectores, (2) EU_t sólo recibe influencias retardadas de EC_t , (3) EI_t parece recibir influencias retardadas de EC_t y de EU_t , (4) EP_t recibe influencias retardadas de EC_t y de EI_t y (5) parece razonable suponer que EA_t no influye en instantes del tiempo distintos del contemporáneo en la evolución del resto de los sectores, supuesto no contradicho por la estructura de las ccf's. Los valores elevados de las correlaciones contemporáneas entre los residuos de EA_t con EI_t y EC_t se pueden interpretar suponiendo que EI_t y EC_t influyen en EA_t , sin realimentación, asignando un papel dependiente a EA_t .

Si se acepta la estructura de relaciones descrita entre las cinco variables, se puede elaborar un modelo MS triangular en cuanto a la dinámica. Dado que las variables EC_t y EU_t no parecen recibir influencias del resto de los componentes de E_p , se puede especificar un modelo bivariante estocástico (BS) para estas dos variables, con el fin de representar las relaciones entre ellas. Por tanto, la elaboración de un modelo MS para los cinco componentes de E_t comienza con la elaboración de un modelo BS para EC_t y EU_t , con matriz MA diagonal y estimación libre de la matriz de varianzas y covarianzas, de forma que las ccf's residuales se usan para estudiar la existencia de interacciones y realizar una reformulación MA multiplicativa que recoja las relaciones. El paso siguiente consiste en añadir EI_t al modelo, ya que esta variable parece recibir efectos de EU_t y EC_t y no de EP_t y EA_t . Se elabora un modelo triariante con dinámica diagonal por bloques donde un bloque está formado por el modelo BS de EC_t y EU_t y el otro bloque por el modelo univariante de EI_t y donde las ccf's residuales se usan para estudiar la existencia de relaciones y proceder a una reformulación MA multiplicativa. Así, la elaboración del modelo MS para los cinco componentes de E_t es iterativa, de forma que en cada etapa se estima un primer modelo con dinámica diagonal por bloques, utilizando

el modelo MS previo más pequeño para un bloque, el modelo univariante de la nueva variable incorporada para especificar el otro bloque y permitiendo que la correlación contemporánea entre los dos bloques se estime libremente. La diagnosis de las ccf's residuales se utiliza para especificar una reformulación MA multiplicativa, que deberá recoger las interacciones entre los dos bloques, es decir, entre la nueva variable incorporada y las variables que forman el otro bloque. Se presta mayor atención a los efectos correspondientes a los retardos más bajos y se descuentan las distorsiones debidas a interacciones entre un escaso número de valores residuales elevados, para asegurar que las relaciones utilizadas sean escasas y robustas. Tras la estimación eficiente de cada modelo, se realiza la diagnosis del mismo, comprobando que los residuos sean compatibles con la estructura de ruido blanco, que no existan problemas de sobreparametrización en el modelo, que se verifiquen las condiciones de invertibilidad y que las ccf's no revelen estructura adicional. Para prevenir la redundancia de operadores, que es una forma concreta de sobreparametrización, todos los operadores se tratan de forma factorizada en factores simples irreducibles. Ésta es una práctica útil de implantar, siempre que el programa de estimación eficiente empleado ofrezca tal opción.

Una vez elaborado un modelo MS para los cinco componentes de E_p , se añade P_t al modelo. Este proceso iterativo conduce al modelo MS presentado en (5). La Tabla 6 recoge los términos de intervención asociados a este modelo. Se observa que: (1) no existe evidencia en los datos en contra de las hipótesis establecidas en el MCI sobre las correlaciones entre P_t y los componentes de E_p , (2) todos los componentes de E_p , excepto EA_t , tienen una representación de la estacionalidad puramente determinista, a diferencia de lo ocurrido en el análisis US, (3) la matriz MA contiene un factor V común en la tercera columna, que implica la existencia de una relación de cointegración (4) existen términos de intervención deterministas asociados a EP_t y a EC_t que no se incluyen en los modelos UTI ajustados a estas variables, lo cual se debe a que hay valores anómalos que no resultan influyentes en el análisis UTI, pero que sí resultan serlo en el MS y (5) se consigue reducir la varianza residual de EP_t , EI_t y EU_t , en relación a la obtenida en los modelos univariantes.

$$\begin{pmatrix} \nabla^2 P_t \\ \nabla \nabla^2 NEA_t \\ \nabla^2 NEP_t \\ \nabla^2 NEI_t \\ \nabla^2 NEU_t \\ \nabla^2 NEC_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-.82B) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (.09) & & & & & \\ (1-.40B)(1+.65B^2)(1+.68B) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (.14) & (.09) & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_{pt} \\ \hat{a}_{at} \\ \hat{a}_{pt} \\ \hat{a}_{it} \\ \hat{a}_{ut} \\ \hat{a}_{ct} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 \bar{a}_p &= -0.2 \quad (2.2) & \hat{\sigma}_p &= 17.9 & Q(14) &= 8.4 \\
 \bar{a}_a &= 1.6 \quad (3.4) & \hat{\sigma}_a &= 27.5 & Q(12) &= 10.0 \\
 \bar{a}_p &= 0.6 \quad (2.6) & \hat{\sigma}_p &= 21.6 & Q(15) &= 15.4 \\
 \bar{a}_i &= -0.4 \quad (1.9) & \hat{\sigma}_i &= 15.4 & Q(14) &= 12.9 \\
 \bar{a}_u &= 1.9 \quad (1.9) & \hat{\sigma}_u &= 15.6 & Q(14) &= 19.2 \\
 \bar{a}_c &= -1.3 \quad (1.9) & \hat{\sigma}_c &= 15.9 & Q(14) &= 12.1
 \end{aligned}$$

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ 0 & 1 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & \\ 0 & -0.22 & 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .31 & 1 \\ 0 & -0.43 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Es interesante estudiar la interpretación estructural del Modelo (5). Para ello es necesario establecer hipótesis de identificación sobre las correlaciones contemporáneas entre las series residuales del modelo. Las hipótesis siguientes parecen plausibles y se usan con este fin interpretativo: (1) la correlación contemporánea entre \hat{a}_{ut} y \hat{a}_{it} se interpreta como EI_t influyendo en EU_p , (2) las correlaciones contemporáneas negativas con \hat{a}_{at} se interpretan como influencia del resto de los sectores en la evolución de EA_t y (3) cuando el valor estimado de la correlación contemporánea entre dos variables es cero, se interpreta como ausencia de influencia en los dos sentidos. Dadas las hipótesis anteriores se expresa la siguiente relación sobre los residuos del Modelo (5):

$$\hat{a}_{PEI} = \hat{M} \hat{a}_{PEI}^* \quad (6)$$

donde $\hat{a}_{PEI} = (\hat{a}_{pt}, \hat{a}_{at}, \hat{a}_{pt}, \hat{a}_{it}, \hat{a}_{ut}, \hat{a}_{ct})^T$, contiene los residuos originales del Modelo (5). $\hat{a}_{PEI}^* = (\hat{a}_{pt}^*, \hat{a}_{at}^*, \hat{a}_{pt}^*, \hat{a}_{it}^*, \hat{a}_{ut}^*, \hat{a}_{ct}^*)^T$ son residuos no correlacionados y \hat{M} es una matriz estimada de transformación, cuadrada, no singular, cuya diagonal contiene unos y que verifica: $\hat{\Sigma} = \hat{M} \hat{\Sigma}^* \hat{M}^T$, donde la matriz $\hat{\Sigma}$ denota la matriz estimada de varianzas y covarianzas de \hat{a}_{PEI} y la matriz $\hat{\Sigma}^*$ es la matriz diagonal estimada de varianzas y covarianzas de \hat{a}_{PEI}^* . Por tanto, el Modelo (5) en notación matricial se puede escribir:

$$\nabla^2 NPE_t^* = \hat{\Theta}_E(B) \hat{a}_{PEI} = \hat{\Theta}_E^*(B) \hat{a}_{PEI}^* \quad (7)$$

con: $\hat{\Theta}_E^*(B) = \hat{\Theta}_E(B) \hat{M}$ y $NPE_t^* = [P_p, (1+B)(1+B^2)NEA_p, NEP_p, NEI_p, NEU_p, NEC_p]^T$

La matriz \hat{M} es:

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \hat{\beta}_{ai} & 0 & \hat{\beta}_{ac} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\beta}_{ui} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{con:}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta}_{ai} &= -.43 \quad (.17) \\
 \hat{\beta}_{ac} &= -.64 \quad (.19) \\
 \hat{\beta}_{ui} &= .33 \quad (.10)
 \end{aligned}$$

Se obtiene así una forma estructural del Modelo (5) como un conjunto de modelos de transferencia desacoplados, es decir, con residuos no correlacionados, presentada en (8) y (9):

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 NEC_t &= \hat{\theta}_c(B) \hat{a}_{ct}^* & \hat{\sigma}_c^* &= 15.9 \\
 NEU_t &= \nabla_{ui}(B) NEI_t + \nabla_{uc}(B) NEC_t + \frac{\hat{\theta}_u(B) \hat{\theta}_i(B)}{(\hat{\theta}_i(B) + \hat{\beta}_{ui} \hat{\alpha}_{iu}(B) \nabla) \nabla^2} \hat{a}_{ut}^* & \hat{\sigma}_u^* &= 14.8 \\
 &\hat{g} = .06(.03) \quad \hat{g} = .06(.06) \\
 NEI_t &= \nabla_{iu}(B) \nabla NEU_t + \nabla_{ic}(B) \nabla NEC_t + \frac{\hat{\theta}_i(B)}{\nabla^2} \hat{a}_{it}^* & \hat{\sigma}_i^* &= 15.4 \\
 &\hat{g} = 8.8(4.0) \quad \hat{g} = -.52(.20) \\
 NEP_t &= \nabla_{pi}(B) NEI_t + \nabla_{pu}(B) \nabla NEU_t + \nabla_{pc}(B) \nabla NEC_t + \frac{\hat{a}_{pt}^*}{\nabla} & \hat{\sigma}_p^* &= 21.6 \\
 &\hat{g} = .80(.13) \quad \hat{g} = -7.0(3.7) \quad \hat{g} = 3.7(1.9) \\
 (1+B)(1+B^2) NEA_t &= \nabla_{ai}(B) NEI_t + \nabla_{au}(B) \nabla NEU_t + \nabla_{ac}(B) \nabla NEC_t + \hat{\theta}_a(B) \frac{\hat{a}_{at}^*}{\nabla^2} & \hat{\sigma}_a^* &= 23.5 \\
 &\hat{g} = -1.4(.49) \quad \hat{g} = 12.3(4.6) \quad \hat{g} = -1.9(.55) \\
 P_t &= \hat{\theta}_p(B) \hat{a}_{pt}^* & \hat{\sigma}_p^* &= 17.9
 \end{aligned} \tag{8}$$

donde \hat{g} denota la ganancia a largo plazo estimada y con:

$$\begin{aligned}
 \nabla_{ui}(B) &= \frac{\hat{\beta}_{ui} \hat{\theta}_u(B)}{\hat{\theta}_i(B) + \hat{\beta}_{ui} \hat{\alpha}_{iu}(B) \nabla} & \nabla_{pu}(B) &= -\frac{\hat{\alpha}_{pi}(B) \hat{\alpha}_{iu}(B)}{\hat{\theta}_u(B)} \\
 \nabla_{uc}(B) &= \frac{\hat{\alpha}_{uc}(B) \hat{\theta}_u(B)}{\hat{\theta}_c(B)} & \nabla_{pc}(B) &= \frac{\hat{\alpha}_{pi}(B) \hat{\alpha}_{uc}(B) \hat{\alpha}_{iu}(B) + \hat{\alpha}_{pc}(B)}{\hat{\theta}_c(B)} \\
 \nabla_{iu}(B) &= \frac{\hat{\alpha}_{iu}(B)}{\hat{\theta}_u(B)} & \nabla_{ai}(B) &= \frac{\hat{\beta}_{ai} \hat{\theta}_a(B)}{\hat{\theta}_i(B)} \\
 \nabla_{ic}(B) &= -\frac{\hat{\alpha}_{uc}(B) \hat{\alpha}_{iu}(B)}{\hat{\theta}_c(B)} & \nabla_{au}(B) &= -\frac{\hat{\beta}_{ai} \hat{\alpha}_{iu}(B) \hat{\theta}_a(B)}{\hat{\theta}_i(B) \hat{\theta}_u(B)} \\
 \nabla_{pi}(B) &= \hat{\alpha}_{pi}(B) & \nabla_{ac}(B) &= \frac{\hat{\theta}_a(B) [\hat{\beta}_{ai} \hat{\alpha}_{iu}(B) \hat{\alpha}_{uc}(B) \nabla + \hat{\beta}_{ac} \hat{\theta}_i(B)]}{\hat{\theta}_i(B) \hat{\theta}_c(B)}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Todas las ganancias a largo plazo estimadas son significativamente distintas de cero, salvo la que recoge el efecto de EC_t sobre EU_t . La cuarta ecuación de (8) revela una relación de cointegración CI(2,1) en el vector (NEP_t, NEI_t) con coeficientes estimados (1, -.80), que implica que las variaciones de empleo en los dos sectores operan en un equilibrio estacionario. Se detectan efectos positivos a largo plazo de EC_t sobre EU_t (muy débil) y de la variación de EC_t sobre EP_t , lo que parece indicar que aumentos de empleo en Construcción provocan ligeros aumentos de empleo en Servicios Públicos y que una variación positiva del empleo en Construcción tiene un ligero efecto positivo en el nivel de empleo en Servicios Privados. El efecto sobre el empleo en Industria de una variación del empleo en Construcción es negativo. La variación de EU_t tiene efectos positivos sobre el nivel de EI_t y de EA_t . La creación de empleo en Industria, parece inducir la creación de empleo en Servicios Públicos (poco) y Privados (mucho). Aumentos de EC_t y de EI_t provocan la destrucción de empleo en Agricultura. Se detectan efectos negativos a largo plazo de la variación de EU_t sobre EP_t .

La Figura 5 recoge los gráficos de los residuos de los sectores de empleo no correlacionados.

Una vez analizadas las relaciones entre los componentes de E_t y P_t se aborda el estudio de las relaciones de estas variables con A_t . En la Figura 6 se recogen las ccf's entre \hat{a}_{At} (que denota la serie residual asociada al Modelo UTI de A_t) y \hat{a}_{pp} y entre \hat{a}_{At} y los residuos no correlacionados de los sectores de E_t obtenidos a partir del Modelo (5). El estudio de estas ccf's parece indicar que solamente existen correlaciones contemporáneas, que son de signo positivo con la excepción de la correlación contemporánea negativa entre \hat{a}_{At} y \hat{a}_{ct}^* . En este caso, se comprueba que hay valores anómalos en las series residuales, en las fechas III/86 y II/93, cuya interacción explica gran parte de la correlación contemporánea negativa. Descontando su efecto, se puede considerar que ésta no difiere significativamente de cero.

Dadas las hipótesis no contrastables del MCI, estas correlaciones contemporáneas se interpretan asignando un papel dependiente a A_t , por lo que se elabora un modelo de transferencia con un sólo output (UT) para A_t . La diagnosis de las ccf's entre los residuos de este modelo permitirá evaluar si

los supuestos contrastables de partida son aceptables.

Al incorporar los componentes de E_t como inputs en el modelo UT, hay que tener en cuenta que, si se utilizan las series de empleo corregidas por sus términos de intervención, los valores anómalos que recogen dichas intervenciones se interpretan como anomalías propias de cada serie que no tienen efecto alguno sobre A_t . Este supuesto sería apropiado para los errores conocidos de los datos, p.e., debidos a cambios de la metodología de la EPA, pero es restrictivo cuando no se dispone de información extramuestral que lo justifique. Si no se corrigen las series de empleo de los términos de intervención, los valores anómalos en cada serie tienen efectos sobre A_t . Si se descomponen las series de empleo, cada término de intervención de cada sector de empleo puede tener un efecto distinto sobre A_t . El problema con tal descomposición es que, dado el tamaño de la muestra y el elevado número de valores anómalos, no es factible estimar por separado el efecto que tiene cada término de intervención de cada sector de empleo sobre A_t . Una especificación intermedia y factible consiste en suponer que cada intervención influye en A_t de igual forma al sector de empleo al que está asociada. Por tanto, se estiman tres modelos UT: (1) con los componentes de E_t corregidos de todos sus términos deterministas, de estacionalidad y de intervención, (2) con los sectores de E_t corregidos de los términos de estacionalidad determinista y del término escalón en II/87, ya que este anómalo se debe a un cambio metodológico de la EPA y (3) con las series corregidas según se ha descrito en (2) pero con EI_t y EU_t corregidos también de los escalones en IV/92 y en I/93, ya que términos análogos no resultan significativamente distintos de cero en el modelo de transferencia que emplea como input el agregado de empleo, modelo elaborado para las operaciones de previsión y seguimiento de E_t , A_t y D_t , publicadas hasta diciembre de 1996 en el boletín mensual *Previsión y Seguimiento de la Economía Española*. Los resultados de las estimaciones indican que es más apropiado el tercer modelo UT, ya que la diagnosis de éste supera a la de los otros dos: se obtiene una menor varianza residual, la serie residual de A_t parece más centrada y sus acf y pacf son más limpias. El coeficiente que recoge el efecto de EU_t sobre A_t en el segundo caso no es significativamente distinto de cero. Sin embargo,

cuando se corrige EU_t por los escalones en IV/1992 y I/1993 dicho coeficiente es significativamente distinto de cero. No se producen cambios significativos en el coeficiente que recoge el efecto de EI_t sobre A_t , al corregir EI_t por los escalones en IV/1992 y I/1993.

Al estimar este modelo UT, se observa en la serie residual un valor anómalo próximo a tres desviaciones típicas en II/1993. Se incluye el término de intervención $(\omega_0 - \omega_1 B) \xi_t^{S, II/93}$ en el modelo UT, donde ξ_t^{S, t^*} denota una variable de intervención de tipo escalón, ya que al incluir un escalón en II/93 el valor del residuo en III/93 es superior a dos desviaciones típicas. En la estimación del modelo UT con este término de intervención los operadores MA son no invertibles. Si se estima el modelo UT imponiendo las restricciones $\theta_A = 1.0$ y $\lambda_A = -1.0$, donde θ_A y λ_A denotan los parámetros de los operadores MA de frecuencias cero y uno respectivamente, no se observa ningún cambio significativo en el resto de los parámetros estimados ni en la diagnosis. Este resultado indica una relación de cointegración CI(2,1) en la frecuencia cero y CI(1,1) en la frecuencia uno que permite simplificar la estructura estocástica del ruido en relación a lo obtenido con el modelo univariante de A_t recogido en la Tabla 6, pudiéndose representar el ruido por un paseo aleatorio. Se eliminan los operadores no invertibles, introduciendo los términos de estacionalidad determinista correspondientes, con el resultado recogido en la ecuación (10), donde el superíndice c indica que las series están corregidas de la estacionalidad determinista y del escalón en II/87, y adicionalmente de los escalones en IV/92 y I/93 en EI_t y EU_t . Se observa una reducción de la varianza residual de $\hat{a}_{A_t}^*$ del 62% respecto a su modelo univariante.

La Figura 7 recoge los residuos, acf y pacf correspondientes al Modelo (10) y la Figura 8 las ccf's entre $\hat{a}_{A_t}^*$ y los residuos de los inputs estocásticos. Los valores elevados de las correlaciones se deben en gran medida a la interacción de pares de valores extremos en los residuos (véase Tabla 7).

$$\begin{aligned}
A_t = & 233.2 \xi_t^{S,II/87} - 143.2 \xi_t^{S,IV/88} + 59.8 \xi_t^{S,III/91} - 40.4 \xi_t^{S,II/92} + \\
& (22.6) \quad (10.7) \quad (12.5) \quad (17.6) \\
& (104.3 + 62.1B) \xi_t^{S,III/93} - 29.4 \sin \frac{\pi}{2} t + 17.4 \cos \frac{\pi}{2} t - 11.2(-1)^t + \\
& (20.1) \quad (13.2) \quad (2.7) \quad (3.3) \quad (1.4) \\
g = & 166.4(30.1) \\
0.50 P_t + 0.38(1+B)EA_t^c + 0.49EP_t^c + 0.47EI_t^c + 0.25EU_t^c + NA_t & (10) \\
(0.05) \quad (0.06) \quad (0.07) \quad (0.10) \quad (0.13)
\end{aligned}$$

$$\nabla NA_t = \hat{a}_{A_t}^*$$

$$\bar{a} = .4(2.6) \quad \hat{\sigma}_A^* = 21.8 \quad Q(15) = 19.3$$

Los resultados obtenidos con el Modelo (10) sugieren que: (1) cambios en el nivel de EC_t provocan cambios en sentido contrario en el nivel de D_t , pero no afectan al nivel de A_t , ni de I_t , (2) un aumento en el nivel de EP_t de mil personas genera un aumento en el nivel de A_t (reducción en el nivel de I_t) de 490 personas y una reducción en el nivel de D_t de 510 personas, es decir, no todo el incremento en el nivel de EP_t se traslada a A_t , sino que se produce una salida de D_t y (3) los efectos de EI_t y de EU_t son similares a los de EP_t , aunque un incremento en el nivel de EU_t genera un aumento en el nivel de A_t menor y una reducción en el nivel de D_t mayor. Un aumento en el nivel de P_t en mil personas genera aumentos en el nivel de A_t y de I_t de 500 personas.

5. CONCLUSIONES

El estudio del empleo desagregado en sectores productivos ha hecho posible: (1) conocer el distinto comportamiento de cada sector, (2) estudiar las relaciones entre los componentes y (3) evaluar el diferente efecto de cada componente sobre el empleo agregado, la población activa y los parados.

El uso del Modelo Estacional Generalizado ha permitido evaluar el grado de integración de cada variable en distintas frecuencias. En todos los casos en los que la metodología Box y Jenkins

estándar lleva a una especificación IMA(2,1)(1,1)₄, el uso del Modelo Estacional Generalizado conduce a: (1) reducir el orden de integración de todas las variables en la frecuencia cero, pasando de representaciones I(3) a representaciones I(2), (2) obtener representaciones mixtas de la estacionalidad y/o representaciones totalmente deterministas y (3) obtener una ligera reducción de la desviación típica residual.

En el estudio de las relaciones entre las variables consideradas, se ha usado una forma iterativa de elaboración de modelos multivariantes, que parece útil en la práctica y que ofrece novedades metodológicas, pero que no pretende ser una metodología general de elaboración de modelos multivariantes.

En el modelo multivariante de los cinco componentes de Ocupados cabe destacar: (1) existen relaciones entre los cinco componentes, (2) se encuentra una relación de cointegración CI(2,1) en el vector (NEP_t, NEI_t) , (3) EC_t , EI_t y EP_t tienen solamente estacionalidad determinista y (4) existen valores anómalos que no resultan influyentes en el análisis univariante de cada variable, pero que sí lo son en el modelo multivariante.

Utilizando el Modelo Conceptual Inicial se elabora un modelo de transferencia para la Población Activa que se caracteriza por: (1) recoger el efecto de cada sector de Ocupados y de la Población Total sobre la Población Activa, (2) una relación de cointegración CI(2,1) en la frecuencia cero y CI(1,1) en la frecuencia dos, que permite simplificar la estructura del ruido en relación a su representación US, ya que éste se puede representar por un paseo aleatorio, (3) una representación de la estacionalidad de la serie de Población Activa puramente determinista y (4) una importante reducción (62%) de la varianza residual de Población Activa en relación a la generada por el modelo univariante.

Es evidente, por tanto, la importancia de desagregar el total de Ocupados en sectores productivos y analizar a fondo tanto las relaciones que existen entre los sectores como las de éstos con la Población Total y la Población Activa.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Banco de España (1984). *Informe Anual*. Madrid.
- Banco de España (1988). *Informe Anual*. Madrid.
- Box, G.E.P., G.M. Jenkins y G.C. Reinsel (1994). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 3ª edición. New Jersey: Prentice Hall.
- Box, G.E.P. y G.C. Tiao (1975). Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Data. *Journal of the American Statistical Association*, 70, pp. 70-79.
- Caja de Madrid (6/1995-12/1996). *Previsión y Seguimiento de la Economía Española*. Madrid.
- Collado, J.C., E. Alonso y M.I. Martínez (1996). *El Empleo en España y Europa. Un análisis comparado por sectores*. Colección Economía Española, 3. Fundación Argentaria. Madrid: Visor Distribuciones.
- Gallego, J.L. (1995). *Una Familia general de procesos estocásticos estacionales*. Tesis Doctoral. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Complutense de Madrid.
- Gallego, J.L. y A.B. Treadway (1996). *The General Seasonal ARIMA Family of Stochastic Processes*. DT 96-01. Departamento de Economía, Universidad de Cantabria.
- Instituto Nacional de Estadística. *Boletín Trimestral de Coyuntura*. Septiembre 1988. Madrid.
- Instituto Nacional de Estadística (1987). *Encuesta de Población Activa. Descripción de la encuesta, definiciones e instrucciones para la cumplimentación del cuestionario*. Madrid.
- Instituto Nacional de Estadística. *Encuesta de Población Activa. Resultados detallados*. Tercer trimestre de 1976 - Segundo trimestre de 1996. Madrid.
- Instituto Nacional de Estadística (1988). *Encuesta de Población Activa. Series revisadas. III/1976 - I/1987*. Madrid.
- Jenkins G.M. y A.S. Alavi (1981). Some Aspects of Modelling and Forecasting Multivariate Time Series. *Journal of Time Series Analysis*, 2, pp. 1-47.
- Ljung, G.M. y G.E.P. Box (1978). On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models. *Biometrika*, 65(2), pp. 297-303.
- Mauricio, J.A. (1995). Exact Maximum Likelihood Estimation of Stationary Vector ARMA Models. *Journal of American Statistical Association*, 90, pp. 282-291.
- Mauricio, J.A. (1996). Some Computational Aspects of Exact Maximum Likelihood Estimation of Time Series Models. *COMPSTAT 1996 - Proceedings on Computational Statistics*, pp. 361-366. Heidelberg: Physica-Verlag.
- Mauricio, J.A. (1997). The Exact Likelihood Function of a Vector Autoregressive Moving Average Model. *Applied Statistics*, 46(1), pp. 157-171.
- Reloso, S. (1997) *Un Modelo Multivariante para la Previsión y el Seguimiento del Empleo por Sectores, Activos y Parados*. Tesis Doctoral. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Complutense de Madrid.
- Tiao, G.C. y G.E.P. Box (1981). Modeling Multiple Time Series with Applications. *Journal of the American Statistical Association*, 75, pp. 802-816.

Tabla 1: Valores finales e iniciales de cada variable en la muestra analizada (miles de personas)

	III/1993	III/1976	Cambio		III/1993	III/1976	Cambio
EA_t	1177.9	2786.8	-1608.9	E_t	11877.3	12444	-566.7
EI_t	2534.2	3407.6	-873.4	D_t	3545.9	712.6	2833.3
EC_t	1088.8	1143.9	-55.1	A_t	15423.2	13156.6	2266.6
EP_t	5107.4	3990.2	1117.2	I_t	15728.9	12115.9	3613
EU_t	1969	1115.5	853.5	P_t	31152.1	25272.5	5879.6

Tabla 2: Modelos IMA(d,q)(D,Q)₄ con incidentes influyentes con $\lambda = 1$, $d = 2$, $q = 1$, $Q = 0$, 1

SERIE	INCIDENTES INFLUYENTES				D	ESTRUCTURA ESTOCÁSTICA	
	FECHA	TIPO	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$		$\hat{\theta}$	$\hat{\phi}$
E_t	II/87	S	190.5(39.1)		1	.41(.11)	.82(.10)
	IV/89	S	-107.4(41.6)				
	IV/92	S	-161.3(45.9)	157.4(41.6)			
				$g = -318.7(50.4)$			
EA_t	I/85	S	84.4(11.7)		1	.60(.13)	.52(.13)
	II/87	S	64.0(18.6)				
	I/89	S	-74.6(22.8)				
	IV/89	S	-71.7(15.7)				
	I/92	S	36.8(17.7)				
EI_t	II/80	I	-49.1(10.1)		1	.42(.14)	1.00(.10)
	II/82	IC	18.2(5.7)				
	II/87	S	63.2(16.6)				
	I/88	S	-53.4(10.1)				
	IV/92	S	-60.6(17.5)	81.1(17.5)			
				$g = -141.7(20.6)$			
EC_t	I/92	S	-30.9(17.5)		1	.64(.10)	.72(.14)
EP_t	II/87	S	187.7(29.6)		1	.68(.13)	.63(.09)
EU_t	I/87	S	-60.8(11.6)	118.7(11.4)	0	.88(.05)	
			$g = -179.5(.52)$				
	III/88	I	-60.3(11.1)				
	I/92	S	-44.6(16.2)				
	IV/92	S	-44.5(15.9)	39.2(16.1)			
				$g = -83.7(21.7)$			

Tabla 2: Modelos $IMA(d,q)(D,Q)_4$ con incidentes influyentes con $\lambda = 1, d = 2, q = 1, Q = 0, 1$.
(Continuación)

SERIE	INCIDENTES INFLUYENTES				D	ESTRUCTURA ESTOCÁSTICA	
	FECHA	TIPO	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$		$\hat{\theta}$	$\hat{\phi}$
D_t	IV/88	S	-140.9(27.6)		1	.44(.12)	.56(.17)
	IV/89	S	71.0(27.4)				
	III/91	S	75.4(27.0)				
	I/92	S	-28.2(32.2)				
	IV/92	S	100.8(31.8)	-98.0(36.6)			
			$g = 198.8(40.8)$				
A_t	II/87	S	211.5(27.6)		1	.71(.14)	.65(.11)
	IV/88	S	-138.3(19.8)				
	III/91	S	84.2(32.4)				
	I/92	S	-42.4(31.5)				
	II/93	S	73.0(39.4)	-103.7(38.7)			
			$g = 176.7(48.4)$				
I_t	II/87	S	-209.3(26.3)		1	.78(.13)	.67(.12)
	IV/88	S	135.9(25.0)				
	III/91	S	-80.1(33.0)				
	I/92	S	49.2(29.4)				
	II/93	S	-93.9(38.6)	99.6(38.7)			
			$g = -193.5(61.1)$				
P_t					0	.82(.09)	

Tabla 3: Información diagnóstica de los modelos $IMA(d,q)(D,Q)_4$

SERIE	$\bar{a} (\hat{\sigma}_a)$	$\hat{\sigma}_a$	SERIE	$\bar{a} (\hat{\sigma}_a)$	$\hat{\sigma}_a$
E_t	-3.6(6.1)	48.6	EC_t	-1.0(2.4)	19.3
EA_t	-1.9(3.5)	28.9	D_t	2.0(4.4)	35.5
EP_t	-0.4(4.5)	36.1	A_t	-4.4(4.5)	37.4
EI_t	-0.3(2.4)	19.1	I_t	3.1(4.6)	37.2
EU_t	2.5(2.0)	16.7	P_t	-0.2(2.2)	17.9

Tabla 4: Representación con Modelos Estacionales Generalizados

SERIE	OPERADOR AR CON RAÍCES DE MÓDULO UNO	INCIDENTES INFLUYENTES				TÉRMINOS DETERMINISTAS ESTACIONALES			ESTRUCTURA ESTOCÁSTICA			$\hat{\sigma}_e$		
		FECHA	TIPO	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$	$\cos\pi/2t$	$\sin\pi/2t$	$(-1)^t$	$\hat{\theta}$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$			
E_t	$\nabla\nabla_4$	II/87	S	190.6(30.5)					.40(.10)	-.86(.06)	-1.0(.04)	46.5		
		IV/89	S	-103.6(24.2)										
		IV/92	S	-150.4(45.9)	156.1(42.5)									
				$g = -306.5(48.8)$										
		$\nabla^2(1+B^2)$	II/87	S	190.5(37.9)		-3.2(1.9)	.39(.11)					-.86(.06)	46.2
			IV/89	S	-104.1(39.2)									
	IV/92		S	-149.4(44.7)	155.7(42.5)									
			$g = -305.1(48.7)$											
	∇^2	II/87	S	195.5(36.0)		-15.8(4.2)	34.7(4.3)	-2.9(1.9)	.42(.10)	45.0				
		IV/89	S	-120.1(39.8)										
		IV/92	S	-185.0(40.8)	170.9(40.8)									
				$g = -355.9(48.2)$										
EA_t	$\nabla\nabla_4$	I/85	S	86.5(11.5)				.43(.20)	-.68(.10)	-.72(.14)	27.3			
		III/87	S	63.3(20.1)										
		I/89	S	-84.0(22.8)										
		IV/89	S	-70.9(20.5)										
		I/92	S	42.4(22.3)										
EI_t	$\nabla\nabla_4$	II/80	I	-49.0(8.8)				.46(.14)	-1.0(.10)	-1.0(.04)	18.9			
		II/82	IC	18.3(5.7)										
		II/87	S	63.0(6.9)										
		I/88	S	-52.7(15.0)										
		IV/92	S	-61.8(15.8)	82.0(14.9)									
				$g = -143.8(18.9)$										
	∇^2	II/80	I	-49.1(10.0)		4.8(1.7)	2.3(1.7)	3.1(.8)	.43(.14)	18.5				
		II/82	IC	18.2(5.5)										
		II/87	S	63.2(15.9)										
		I/88	S	-53.2(3.3)										
		IV/92	S	-60.9(16.8)	81.3(16.8)									
		$g = -142.2(19.0)$												

Tabla 4: Representación con Modelos Estacionales Generalizados. (Continuación)

SERIE	OPERADOR AR CON RAÍCES DE MÓDULO UNO	INCIDENTES INFLUYENTES				TÉRMINOS DETERMINISTAS ESTACIONALES			ESTRUCTURA ESTOCÁSTICA			$\hat{\sigma}_a$
		FECHA	TIPO	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$	cos $\pi/2t$	sen $\pi/2t$	(-1) ^t	$\hat{\theta}$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	
EC ₁	$\nabla\nabla_4$	I/92	S	-30.9(17.9)					.60(.10)	-.83(.14)	-.94(.05)	19.0
	∇^2	I/92	S	-30.2(16.4)		-2.4(1.8)	19.7(1.8)	2.3(1.8)	.62(.09)			18.0
EP ₁	$\nabla\nabla_4$	II/87	S	188.2(29.7)					.58(.15)	-.78(.07)	-.87(.12)	35.0
	$\nabla^2(1+B^2)$	II/87	S	179.2(30.9)			-3.6(1.6)		.64(.11)	-.80(.06)		35.1
EU ₁	∇^2	I/87	S	-60.8(11.6)	118.7(11.4)				.88(.05)			16.7
				g = -179.5(.52)								
		III/88	I	-60.3(11.1)								
		I/92	S	-44.6(16.2)								
		IV/92	S	-44.5(15.9)	39.2(16.1)							
D ₁	$\nabla^2(1+B^2)$	IV/88	S	-136.5(26.9)					-6.8(1.3)	.33(.10)	-.74(.11)	34.1
		IV/89	S	82.0(27.0)								
		III/91	S	58.7(27.2)								
		I/92	S	-44.0(28.6)								
		IV/92	S	117.4(33.7)	-93.2(35.7)							
A ₁	$\nabla^2(1+B^2)$	II/87	S	208.7(31.5)					-10.2(1.6)	.61(.12)	-.70(.08)	36.7
		IV/88	S	-137.7(30.8)								
		III/91	S	66.9(29.0)								
		I/92	S	-45.6(14.1)								
I ₁	$\nabla^2(1+B^2)$	II/87	S	-205.2(31.4)					9.9(1.5)	.63(.14)	-.64(.14)	36.4
		IV/88	S	138.6(27.6)								
		III/91	S	-69.1(30.1)								
		I/92	S	38.0(17.4)								

Tabla 5: Resumen de correlaciones elevadas y fuentes de distorsión entre los residuos del Modelo (4)

Coeficiente ccf Distorsionado			Fuentes de Distorsión		
Variable		Coeficiente (retardo)	Distorsión	Fecha (Valor tipificado)	
Retrasada	Adelantada			Retrasada	Adelantada
p	a	+40 (5)	+12 +06	I/79 (+2.2) III/90 (+1.0)	IV/77 (+2.6) II/89 (+2.0)
a	p	+25 (3)	+05 +08	IV/86 (+1.0) II/89 (+2.0)	I/86 (+2.0) III/88 (+1.6)
a	c	+23 (2)	+06 +05	I/80 (-2.3) I/87 (+2.0)	III/79 (-1.5) III/86 (+1.6)
c	i	+20 (3)	+09	II/89 (-2.4)	III/88 (-2.3)
c	p	+21 (1)	+04 +08	II/79 (+1.0) III/89 (+2.5)	I/79 (+2.2) II/89 (+1.9)
c	p	+19 (2)	+05 +03	II/89 (-2.4) III/89 (+2.5)	IV/88 (-1.4) I/89 (+0.8)
u	c	+30 (4)	+08 +10	II/86 (+2.4) II/90 (-1.6)	II/85 (+1.1) II/89 (-2.4)
u	p	+24 (2)	+07 +05	II/86 (+2.4) I/89 (+1.9)	IV/85 (+1.5) III/88 (+1.6)
i	a	+18(1)	+10	III/88(-2.3)	II/88(-1.6)
a	i	+19(1)	+10	III/90(-1.8)	II/90(-2.2)

Tabla 6: Términos de intervención del Modelo (5)

SERIE	INCIDENTES INFLUYENTES				TÉRMINOS DETERMINISTAS ESTACIONALES		
	FECHA	TIPO	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$	cos $\pi/2t$	sen $\pi/2t$	(-1) ^t
EA ₁	I/85	S	94.3(5.8)				
	II/87	S	58.7(6.6)				
	I/89	S	-84.8(9.1)				
	IV/89	S	-72.5(7.5)				
	I/92	S	50.0(9.8)				
EP ₁	II/80	S	-62.6(10.0)	78.4(7.5)			
			g = -141.0(13.0)				
	II/87	S	234.8(8.2)				36.2 (3.2)
	III/87	S	49.3(17.2)				-3.4 (1.5)
	III/88	I	67.8(16.6)				

Tabla 6: Términos de intervención del Modelo (5). (Continuación)

SERIE	INCIDENTES INFLUYENTES				TÉRMINOS DETERMINISTAS ESTACIONALES		
	FECHA	TIPO	$\hat{\omega}_0$	$\hat{\omega}_1$	$\cos\pi/2t$	$\sin\pi/2t$	$(-1)^t$
EI_t	II/80	I	-49.6(6.8)		4.5 (1.4)	1.0 (1.0)	2.6 (0.7)
	II/82	IC	21.3(4.0)				
	II/87	S	69.2(6.0)				
	I/88	S	-55.8(4.9)				
	IV/92	S	-53.1(10.6)	83.0(10.2)			
$g = -136.1(10.7)$							
EU_t	I/87	S	-64.4(8.2)	122.4(9.4)			
	$g = -186.8(12.9)$						
	III/88	I	-53.5(7.6)				
	I/92	S	-33.2(7.2)				
	IV/92	S	-35.0(9.6)	36.2(4.4)			
$g = -71.2(11.2)$							
EC_t	II/83	S	33.4(7.1)				
	II/89	I	-35.1(7.2)		17.4 (1.2)		2.3 (0.5)
	I/92	S	-42.5(4.8)				

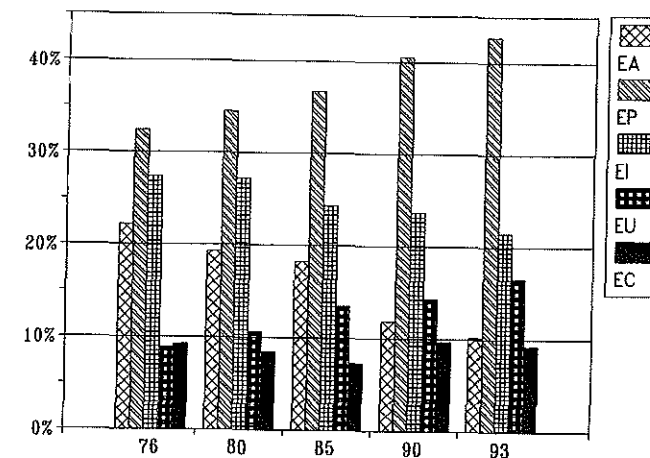
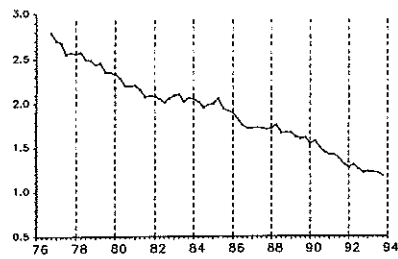


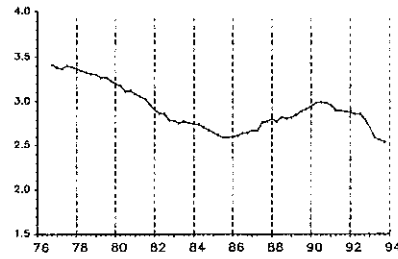
Figura 1: Proporción de los componentes de E_t sobre el total en medias anuales

Tabla 7: Resumen de correlaciones elevadas y fuentes de distorsión entre los residuos del Modelo (10) y los residuos ortogonales del Modelo (5)

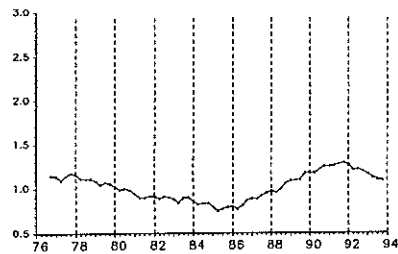
Coeficiente ccf Distorsionado			Fuentes de Distorsión		
Variable		Coeficiente (retardo)	Distorsión	Fecha (Valor tipificado)	
Retrasada	Adelantada			Retrasada	Adelantada
p	A	-24 (3)	-09 -04	I/86 (+2.2) IV/86 (-1.9)	II/85 (-2.6) I/86 (+1.0)
c	A	+25 (3)	+04 +09	I/86 (-1.0) II/91 (-1.9)	II/85 (-2.6) III/90 (-1.5)
A	P	+22 (3)	+15	I/91 (-1.5)	II/90 (-2.9)
A	p	+25 (3)	+06 +08	IV/86 (+1.7) I/90 (+1.9)	I/86 (+2.2) II/89 (+2.2)
A	u	+25 (2)	+05 +08	I/86 (+1.0) I/90 (+1.9)	II/85 (+2.2) III/89 (+2.4)
A	c	+20 (1)	+05 +06	II/78 (-1.8) IV/86 (+1.7)	I/78 (-1.7) III/86 (+2.3)
A	c	+24 (2)	+05 +06	II/78 (-1.8) II/85 (-2.6)	IV/77 (-1.8) IV/84 (-0.9)



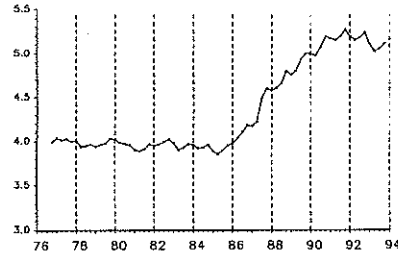
(a) Serie: EA_t



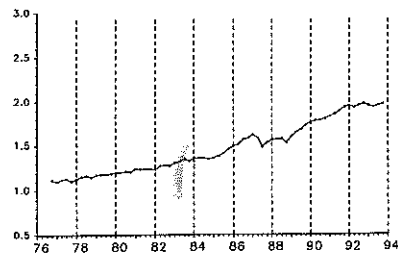
(b) Serie: EI_t



(c) Serie: EC_t



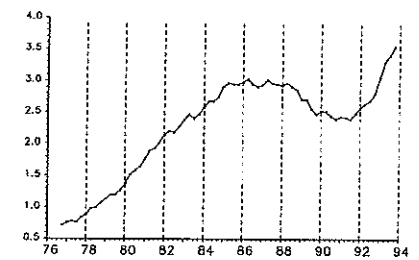
(d) Serie: EP_t



(e) Serie: EU_t



(f) Serie: E_r



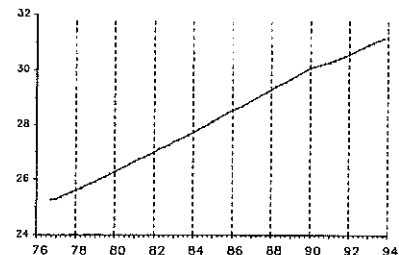
(g) Serie: D_t



(h) Serie: A_t

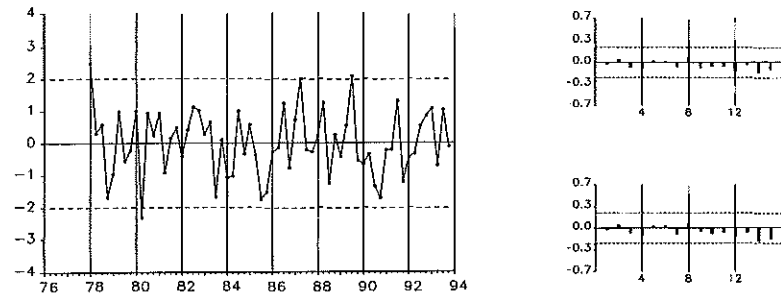


(i) Serie: I_t

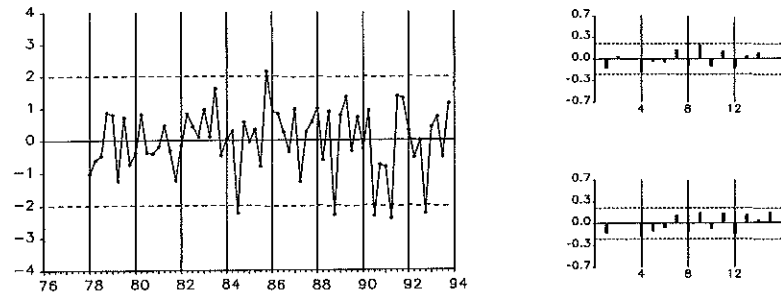


(j) Serie: P_t

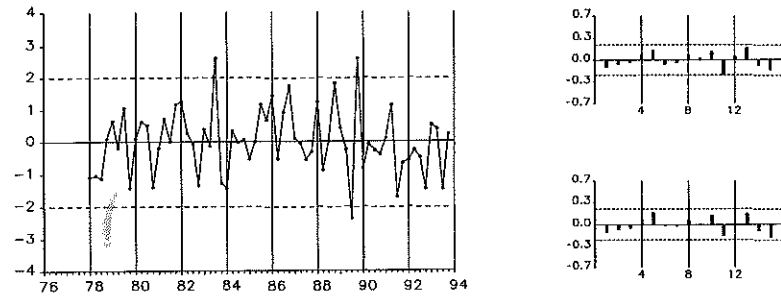
Figura 2: Series medidas en millones de personas



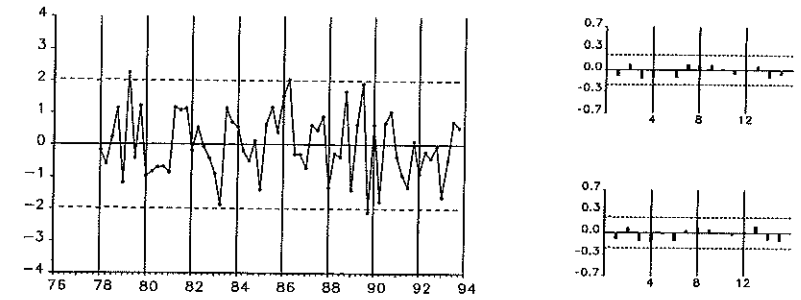
(a) Serie: \hat{a}_{ar} . Estadísticos: $\bar{a} = -1.8(3.5)$, $\hat{\sigma}_a = 27.7$ (Q(12) = 10.2)



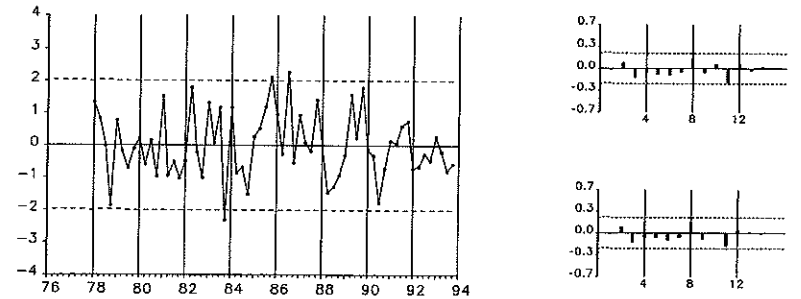
(b) Serie: \hat{a}_{tr} . Estadísticos: $\bar{a} = -0.5(2.3)$, $\hat{\sigma}_a = 18.4$ (Q(14) = 16.2)



(c) Serie: \hat{a}_{cr} . Estadísticos: $\bar{a} = -1.4(2.3)$, $\hat{\sigma}_a = 17.9$ (Q(14) = 17.1)

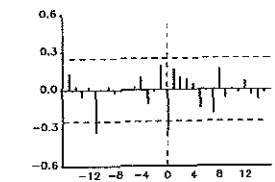


(d) Serie: \hat{a}_{pr} . Estadísticos: $\bar{a} = -0.4(4.3)$, $\hat{\sigma}_a = 34.5$ (Q(12) = 8.3)

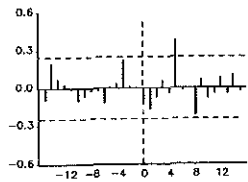


(e) Serie: \hat{a}_{ur} . Estadísticos: $\bar{a} = 2.8(2.0)$, $\hat{\sigma}_a = 15.6$ (Q(14) = 13.0)

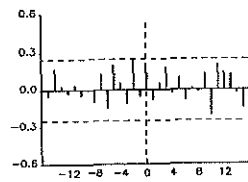
Figura 3: Residuos tipificados y estadísticos de diagnóstico del Modelo (4)



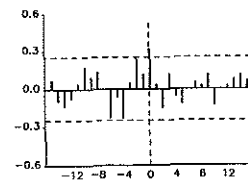
\hat{a}_{at} vs. $\hat{a}_{at,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 13.9$, $k > 0$ $Q(15) = 13.3$)



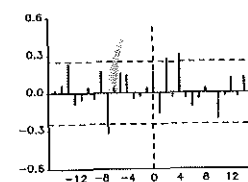
\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{at,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 9.2$, $k > 0$ $Q(15) = 22.1$)



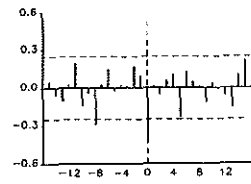
\hat{a}_{ct} vs. $\hat{a}_{at,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 14.8$, $k > 0$ $Q(15) = 14.8$)



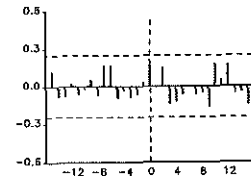
\hat{a}_{at} vs. $\hat{a}_{at,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 22.1$, $k > 0$ $Q(15) = 9.3$)



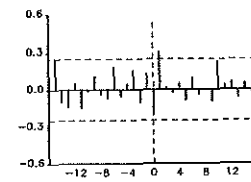
\hat{a}_{at} vs. $\hat{a}_{ct,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 19.6$, $k > 0$ $Q(15) = 21.4$)



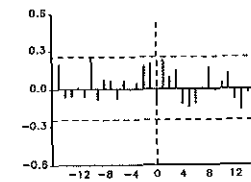
\hat{a}_{ct} vs. $\hat{a}_{at,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 7.1$, $k > 0$ $Q(15) = 7.2$)



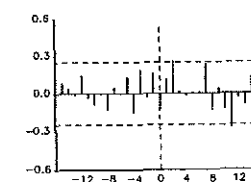
\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{at,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 10.1$, $k > 0$ $Q(15) = 14.7$)



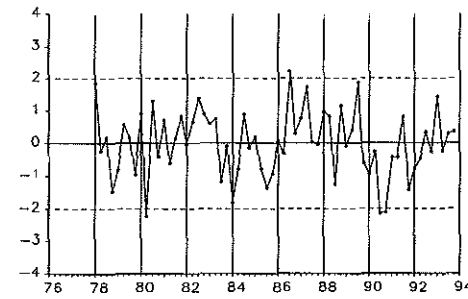
\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{at,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 13.9$, $k > 0$ $Q(15) = 14.5$)



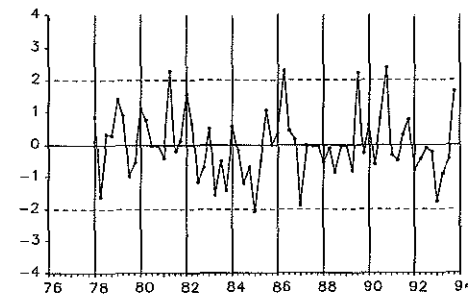
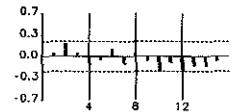
\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{ct,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 15.2$, $k > 0$ $Q(15) = 15.8$)



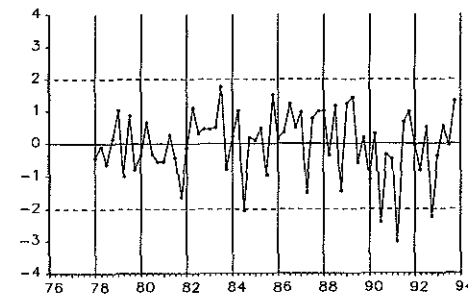
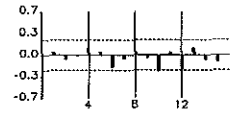
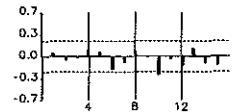
\hat{a}_{at} vs. $\hat{a}_{pt,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 11.6$, $k > 0$ $Q(15) = 26.4$)



(a) Serie: \hat{a}_{at}^* . Estadísticos: $\bar{a} = 0.6(2.9)$, $\hat{\sigma}_a^* = 23.1$ ($Q(12) = 14.0$)



(b) Serie: \hat{a}_{pt}^* . Estadísticos: $\bar{a} = 0.6(2.6)$, $\hat{\sigma}_a^* = 20.7$ ($Q(15) = 15.4$)



(c) Serie: \hat{a}_{it}^* . Estadísticos: $\bar{a} = -0.4(1.9)$, $\hat{\sigma}_a^* = 15.3$ ($Q(14) = 12.9$)

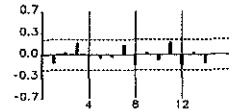
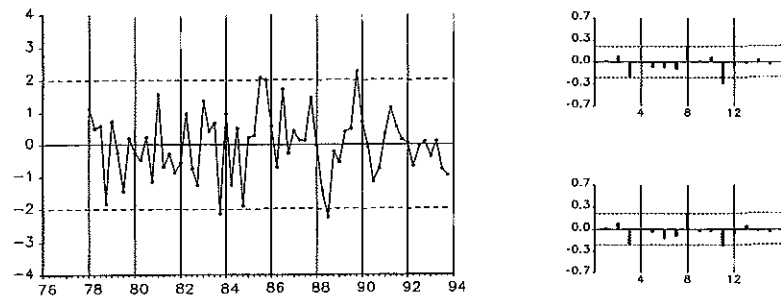
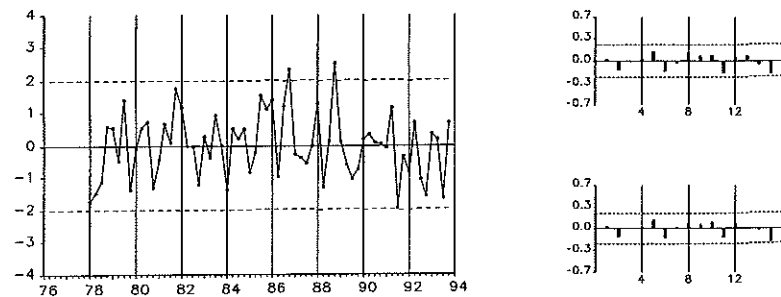


Figura 4. Instrumentos de identificación MS entre los residuos del Modelo (4)



(d) Serie: \hat{a}_{ut}^* . Estadísticos: $\bar{a} = 2.0(1.9)$, $\hat{\sigma}_a^* = 14.5$ ($Q(14) = 20.8$)



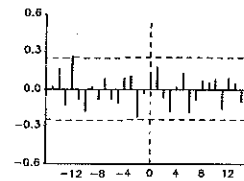
(e) Serie: \hat{a}_{ct}^* . Estadísticos: $\bar{a} = -1.3(1.9)$, $\hat{\sigma}_a^* = 15.2$ ($Q(14) = 12.1$)

Figura 5: Residuos ortogonales tipificados y estadísticos de diagnóstico

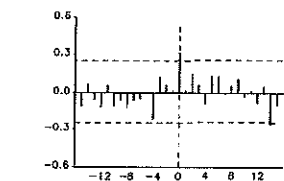


\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{At,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 18.7$, $k > 0$ $Q(15) = 14.1$)

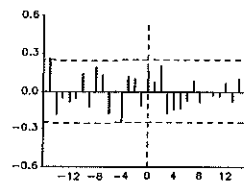
\hat{a}_{ut} vs. $\hat{a}_{At,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 15.7$, $k > 0$ $Q(15) = 8.1$)



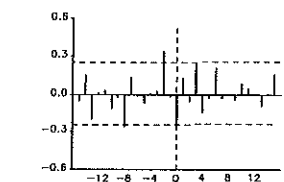
\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{At,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 19.3$, $k > 0$ $Q(15) = 14.0$)



\hat{a}_{ut} vs. $\hat{a}_{At,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 10.8$, $k > 0$ $Q(15) = 13.4$)

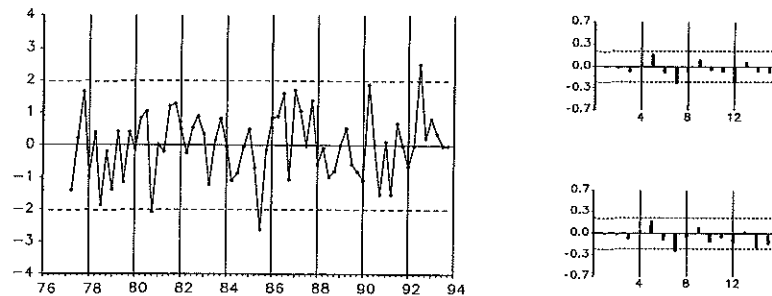


\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{At,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 25.3$, $k > 0$ $Q(15) = 13.0$)



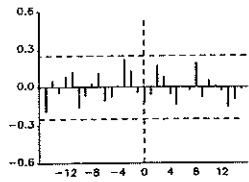
\hat{a}_{ut} vs. $\hat{a}_{At,k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 21.4$, $k > 0$ $Q(15) = 13.7$)

Figura 6: ccf's entre los residuos del modelo UTI de A_t y los residuos ortogonales del Modelo (5)

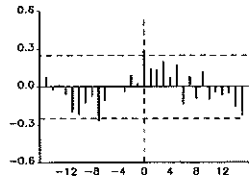


(a) Serie: \hat{a}_{At}^* . Estadísticos: $\bar{a} = 0.4(2.6)$, $\hat{\sigma}_a^* = 21.8$ ($Q(15) = 19.3$)

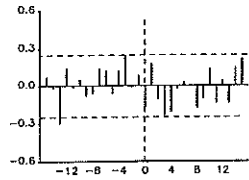
Figura 7: Residuos tipificados y estadísticos de diagnóstico del Modelo (10)



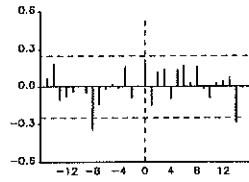
\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{Ar:k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 13.7$, $k > 0$ $Q(15) = 10.2$)



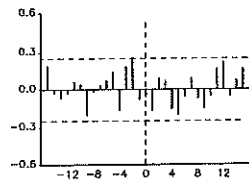
\hat{a}_{mt} vs. $\hat{a}_{Ar:k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 15.9$, $k > 0$ $Q(15) = 18.6$)



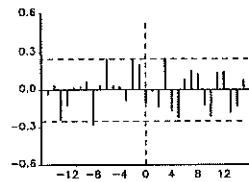
\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{Ar:k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 19.0$, $k > 0$ $Q(15) = 23.7$)



\hat{a}_{mt} vs. $\hat{a}_{Ar:k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 18.5$, $k > 0$ $Q(15) = 18.0$)



\hat{a}_{pt} vs. $\hat{a}_{Ar:k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 17.8$, $k > 0$ $Q(15) = 19.8$)



\hat{a}_{mt} vs. $\hat{a}_{Ar:k}$: ($k < 0$ $Q(15) = 24.0$, $k > 0$ $Q(15) = 26.8$)

Figura 8: ccfs entre los residuos del Modelo (10) y los residuos ortogonales del Modelo (5)