

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL CON MAPLE

▼ EMPEZANDO CON MAPLE

- ▶ Familiarizándonos con la pantalla.
- ▶ Cargar paquetes
- ▶ Copia de seguridad
- ▶ Reinicializando
- ▶ Ayudas de Maple
- ▶ Modo documento y modo hoja Maple

▶ OPERACIONES BÁSICAS CON VECTORES Y MATRICES

▼ DETERMINANTES, TRASPUESTAS, INVERSAS Y RANGOS

- ▶ Determinantes
- ▶ Traspuestas
- ▶ Inversas
- ▶ Rangos

▶ REDUCCIÓN A UNA MATRIZ ESCALONADA, FORMA ESCALONADA REDUCIDA, SUSTITUCIÓN HACIA ATRÁS

▼ RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

- ▶ Cramer

▶ Sistemas generales

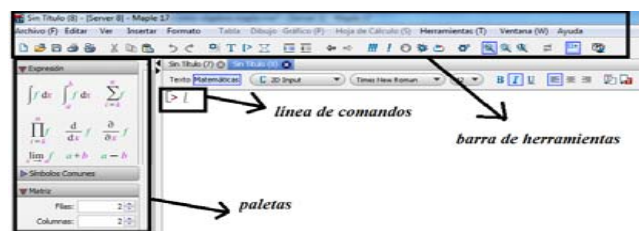
- ▶ PASAR DEL SISTEMA A LA FORMA MATRICIAL Y VICEVERSA
- ▶ ELIMINAR O SELECCIONAR FILAS O COLUMNAS DE UNA MATRIZ
- ▶ USO DE LOS TUTORIALES

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL CON MAPLE

EMPEZANDO CON MAPLE

Familiarizándonos con la pantalla.

Al iniciar Maple te saldrá una pantalla como la que te mostramos en el gráfico debajo



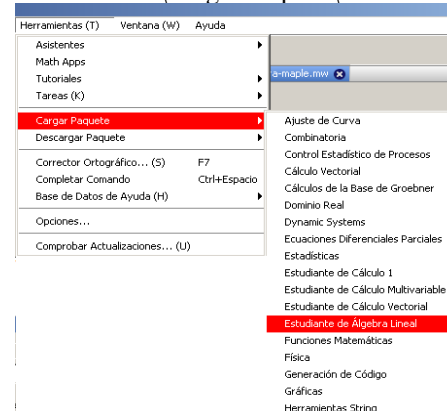
Si te fijas a tu izquierda aparecen unos desplegables que llamaremos las "paletas", que te permitirán hacer operaciones matemáticas o introducir matrices o vectores sin conocer la instrucción Maple. En la barra de herramientas tienes por ejemplo los menús de ayuda que te permitirán empezar a manejarte con Maple.

En la línea de comandos es donde introduces las instrucciones. En este ejemplo tenemos dos documentos abiertos "Sin Título 7" y "Sin Título 8". Puedes moverte entre ellos pulsando en el rectángulo correspondiente. Ahora mismo está señalado SinTítulo(8).

Cargar paquetes

Con el fin de no sobrecargar la memoria, solo los comandos más habituales se cargan al abrir Maple. Los demás están almacenados en "paquetes" que hay que abrir para acceder a ellos. Para algunas de las operaciones que aparecen a continuación hay que cargar el paquete de Álgebra Lineal para estudiantes. Para otras hay que cargar el paquete de Álgebra lineal. Cargamos de momento el paquete de Álgebra Lineal para estudiantes. Para ello arriba, en la barra de tareas, selecciona

Herramientas\Cargar Paquete\Estudiante de Álgebra Lineal.



Te aparecerá:

Cargando [Student:-LinearAlgebra](#)

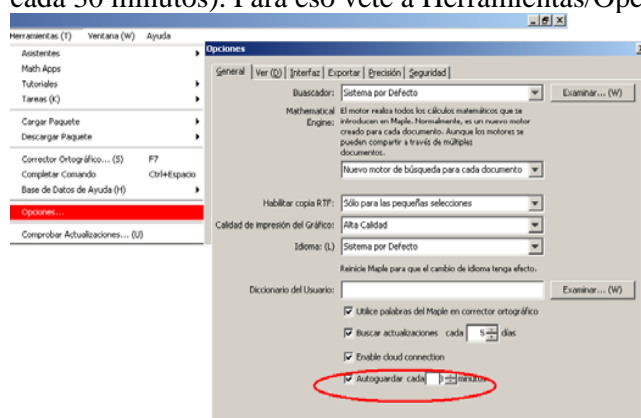
Otra forma de cargar un paquete es con la instrucción "with". La ventaja es que te permite ver todos los comandos que hay en ese paquete.

```
> with(Student[LinearAlgebra])  
[&x, ``, AddRow, AddRows, Adjoint, ApplyLinearTransformPlot, BackwardSubstitute, (1.2.1)  
BandMatrix, Basis, BilinearForm, CharacteristicMatrix, CharacteristicPolynomial,  
ColumnDimension, ColumnSpace, CompanionMatrix, ConstantMatrix,  
ConstantVector, CrossProductPlot, Determinant, Diagonal, DiagonalMatrix,  
Dimension, Dimensions, EigenPlot, EigenPlotTutor, Eigenvalues, EigenvaluesTutor,  
Eigenvectors, EigenvectorsTutor, Equal, GaussJordanEliminationTutor,  
GaussianElimination, GaussianEliminationTutor, GenerateEquations,  
GenerateMatrix, GramSchmidt, HermitianTranspose, Id, IdentityMatrix,  
IntersectionBasis, InverseTutor, IsDefinite, IsOrthogonal, IsSimilar, IsUnitary,  
JordanBlockMatrix, JordanForm, LUdecomposition, LeastSquares,  
LeastSquaresPlot, LinearSolve, LinearSolveTutor, LinearSystemPlot,  
LinearSystemPlotTutor, LinearTransformPlot, LinearTransformPlotTutor,  
MatrixBuilder, MinimalPolynomial, Minor, MultiplyRow, Norm, Normalize,  
NullSpace, Pivot, PlanePlot, ProjectionPlot, QRdecomposition, RandomMatrix,  
RandomVector, Rank, ReducedRowEchelonForm, ReflectionMatrix, RotationMatrix,  
RowDimension, RowSpace, SetDefault, SetDefaults, SumBasis, SwapRow,  
SwapRows, Trace, Transpose, UnitVector, VectorAngle, VectorSumPlot, ZeroMatrix,
```

LL [ZeroVector](#)]

▼ Copia de seguridad

Para que el trabajo con Maple sea algo mas ágil es conveniente que modifiques cada cuánto tiempo debe hacer una copia de seguridad (por defecto está cada 3 minutos). Pon por ejemplo cada 30 minutos). Para eso vete a Herramientas/Opciones



▼ Reinicializando

Si en algún momento Maple hace cosas raras que no entiendes puede ser conveniente que "limpies" la memoria (que no es lo mismo que "limpiar" lo que te aparece en la pantalla). Eso lo haces escribiendo:

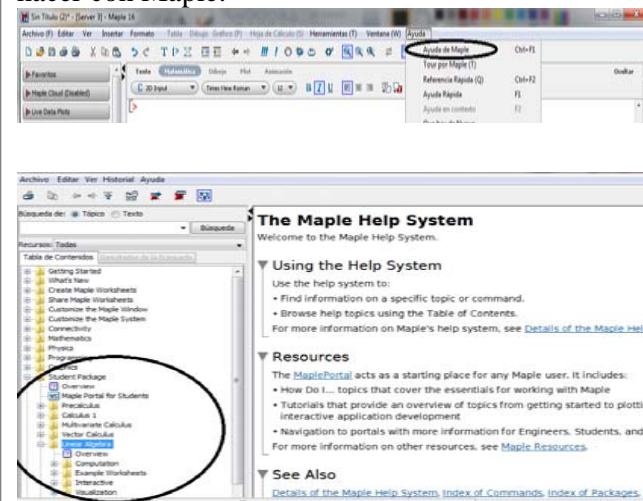
restart

y pulsando el intro.

No lo hacemos porque no queremos que descargue el paquete que ya ha cargado.

▼ Ayudas de Maple

Maple dispone de un menú de ayuda muy útil, que tienes en la barra de herramientas de arriba de la hoja Maple. Si te fijas cuando se despliega el menú de ayuda aparece a la izquierda el paquete de estudiante y dentro de él, el de álgebra lineal. Vete metiendo por los diferentes submenús y verás todo lo que puedes hacer con Maple.

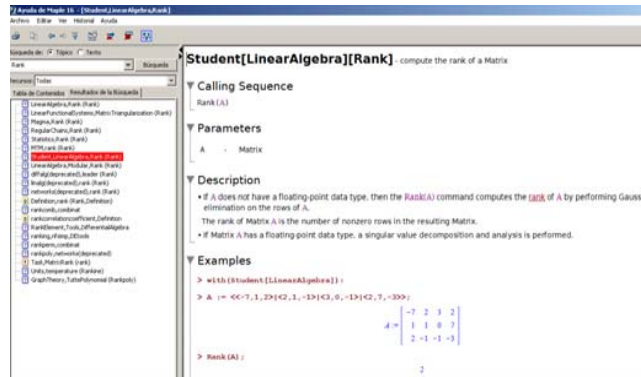


Cuando te manejes algo mejor con Maple tendrás una idea aproximada de cuál es el comando que debes usar para una determinada operación. Si quieres obtener información adicional sobre esa instrucción basta que pongas una interrogación delante del comando (o las primeras letras del comando) y darle al intro.

Por ejemplo

?Rank

Verás que se te abre un menú de ayuda donde a la izquierda aparecen todos los comandos (y el paquete en el que se encuentran) que tienen esas letras que tú has dado, si seleccionas uno de ellos a la derecha aparecerá cómo usar ese comando y algún ejemplo



Modo documento y modo hoja Maple

Verás que a veces aparece en tu pantalla el símbolo ">" en rojo y otras veces no. Es porque en Maple hay dos maneras de trabajar: documento y hoja Maple. La primera es para estructurar texto, la otra es para operaciones matemáticas complicadas con Maple.

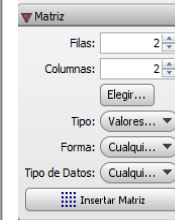
Siempre que aparece ">" estás en modo hoja Maple. Pasas de una manera a la otra pulsando los símbolos "T" (de texto) y ">" que aparecen en la barra de arriba. Nosotros trabajaremos en modo "Hoja Maple" cuando estemos realizando operaciones matemáticas, y en modo texto cuando queramos introducir los enunciados de los ejercicios, o aclaraciones/explicaciones en las soluciones a estos ejercicios.



OPERACIONES BÁSICAS CON VECTORES Y MATRICES

Insertar matrices o vectores en nuestra hoja Maple es sencillo usando las

paletas que tienes a tu izquierda.



La única operación que se realiza de manera diferente a la que harías si estuvieras con una calculadora es la del producto de matrices, que se hace con el punto (el del punto y seguido). El producto de una matriz por un número se hace con el asterisco. Veamos un ejemplo.

Ejemplo

Definimos primero una matriz (que llamaremos A) de 3 filas y dos columnas, luego otra que llamaremos B cuadrada de dimensión 2, y otra C también cuadrada de dimensión 2.

La sentencia de asignación es :=

A continuación calcularemos $A*B$, y $B+2*C$

$$> A := \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

$$> B := \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.1.2)$$

$$> C := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(2.1.3)$$

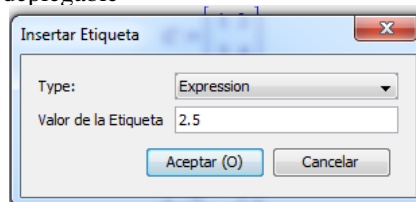
$$C := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 5 & -16 \\ -6 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1.4)$$

$$B + 2 \cdot C = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \quad (2.1.5)$$

Verás que los resultados aparecen en color azul y etiquetados con un número. Ese número o etiqueta será de utilidad si queremos referenciar luego a ese resultado.

Por ejemplo, la instrucción anterior está etiquetada como "2.5" porque es la quinta de la sección 2. Si ahora queremos por ejemplo hallar 5 veces esa matriz, basta con que pulsemos Ctrl+L (L de "label") y saldrá un desplegable



ponemos el número de la etiqueta que queremos referenciar e intro. Aparecerá en la línea de comandos esa etiqueta y solo nos queda multiplicar por 5:

$$(2.1.5) \cdot 5 = \begin{bmatrix} 30 & 5 \\ 25 & 35 \end{bmatrix} \quad (2.1.6)$$

Si quieres realizar una operación pero no necesitas verlo en la pantalla pon detrás de la instrucción \therefore . Por ejemplo

$$\therefore E := (2.1.5) + (2.1.6) :$$

Está en memoria, pero no lo ves. Comprobamos que está en memoria diciendo que nos de su valor.

$$E = \begin{bmatrix} 36 & 6 \\ 30 & 42 \end{bmatrix} \quad (2.1.7)$$

Si quieres ampliar una matriz (por ejemplo la matriz C anterior) con la identidad, primero tienes que ver cómo definir la matriz identidad. Puedes hacerlo con la paleta, pero es más fácil con el comando Id(n) donde n es la dimensión de la matriz.

Ejemplo

$$Id(2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

Ahora ampliamos la matriz C con la identidad.

Para ello definimos una nueva matriz usando los corchetes <> e indicamos las dos matrices que queremos concatenar separándolas con una barra vertical.

La barra vertical la pones usando las teclas AltGr+1 (aquí + significa que tienes que dejar pulsada la tecla AltGr cuando pulsas la tecla 1).

$$E := \langle C | Id(2) \rangle = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

$$F := \langle B | C \rangle = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

Puedes definir un sistema de ecuaciones a partir de la matriz de coeficientes (por ejemplo la matriz A anterior) y los vectores de variables y términos independientes.

Ejemplo

Definimos el vector de términos independientes y el de variables, y posteriormente el sistema

$$x := \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}; b := \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$x := \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

$$A \cdot x = b \quad (2.3.2)$$

$$\begin{bmatrix} 2x_1 \\ 3x_1 + 7x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

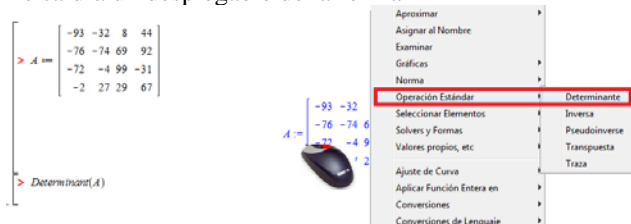
DETERMINANTES, TRASPUESTAS, INVERSAS Y RANGOS

Determinantes

Introduce una matriz 4x4 aleatoria, su determinante se calcula con el comando "Determinant".

También puedes hacerlo introduciendo la matriz primero y luego colocándote encima del resultado y pulsando el botón derecho del ratón.

Te saldrá un desplegable de la forma



Ahi busca determinante. Ves que también está la inversa, la traza, ..

Lo hacemos:

$$A := \begin{bmatrix} -93 & -32 & 8 & 44 \\ -76 & -74 & 69 & 92 \\ -72 & -4 & 99 & -31 \\ -2 & 27 & 29 & 67 \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

$$A := \begin{bmatrix} -93 & -32 & 8 & 44 \\ -76 & -74 & 69 & 92 \\ -72 & -4 & 99 & -31 \\ -2 & 27 & 29 & 67 \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

$$> \text{Determinant}(A) \quad 64334045 \quad (3.1.2)$$

Traspuestas

La traspuesta de una matriz A se calcula con A^+ .

Necesitamos saber cómo "subir" al exponente. Se hace pulsando la tecla shift y, sin soltarla, pulsando la tecla del acento circunflejo ^ (la que está a la derecha de la tecla P).

La otra opción es como hemos visto antes, con las opciones del botón derecho del ratón, pero es bastante más lento.

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & -5 & 1 \\ 5 & 1 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.1)$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & -5 & 1 \\ 5 & 1 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.1)$$

$$> B^+ \quad (3.2.2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Inversas

La inversa se calcula elevando a la potencia -1.

$$> A := \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}; A^{-1}$$

$$A := \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 8 & 2 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

(3.3.1)

▼ Rangos

El rango de una matriz se halla con el comando "Rank"

$$> B := \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & -5 & 1 \\ 5 & 1 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & -5 & 1 \\ 5 & 1 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

(3.4.1)

> Rank(B)

3

(3.4.2)

▼ REDUCCIÓN A UNA MATRIZ ESCALONADA, FORMA ESCALONADA REDUCIDA, SUSTITUCIÓN HACIA ATRÁS

Introducimos por ejemplo una matriz de 6 filas y 8 columnas. Para hallar su forma escalonada el comando es "GaussianElimination". Si queremos la forma escalona reducida el comando es "ReducedRowEchelonForm"

▼ Ejemplo

$$> A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 200 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 600 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 500 \end{bmatrix} :$$

> B := GaussianElimination(A)

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 600 \\ 0 & 0 & -3 & -1 & 1 & 0 & 0 & -400 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2 & 1 & 0 & -200 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -1300 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & -1 & 1800 \end{bmatrix}$$

(4.1.1)

> C := ReducedRowEchelonForm(A)

$$C := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -300 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -300 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{9} & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 500 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & -1200 \end{bmatrix}$$

(4.1.2)

Si la matriz original era la matriz ampliada de un sistema de ecuaciones entonces podemos hallar la solución con el comando "BackwardSubstitute", pero usando la matriz escalonada (la normal o reducida), no la matriz original. Lo hacemos primero con la escalonada, y luego con la reducida.

> BackwardSubstitute(B, free = 's')

$$\begin{bmatrix} -300 - \frac{1}{3} s_1 \\ -300 + s_1 \\ 300 + \frac{1}{9} s_1 \\ -\frac{4}{3} s_1 \\ 500 - s_1 \\ -1200 - \frac{2}{3} s_1 \\ s_1 \end{bmatrix}$$

(4.1.3)

> BackwardSubstitute(C, free =s')

$$\begin{bmatrix} -300 - \frac{1}{3} s_1 \\ -300 + s_1 \\ 300 + \frac{1}{9} s_1 \\ -\frac{4}{3} s_1 \\ 500 - s_1 \\ -1200 - \frac{2}{3} s_1 \\ s_1 \end{bmatrix}$$

(4.1.4)

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

Cramer

El comando para resolver sistemas lineales es "LinearSolve". Vale tanto para sistemas de Cramer como para sistemas generales.

Ejemplo

Supongamos que queremos resolver el sistema $Ax=b$. Definimos la matriz y el vector:

$$\text{> } A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; b := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(5.1.1.1)

> Determinant(A)

8

(5.1.1.2)

El determinante es distinto de cero, es un sistema de Cramer y tiene solución única.

> LinearSolve(A, b)

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{4} \\ -1 \\ \frac{7}{4} \end{bmatrix}$$

(5.1.1.3)

Si solo le damos la matriz supone que es una matriz ampliada:

> C := <A|b>

$$C := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(5.1.1.4)

> LinearSolve(C)

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{4} \\ -1 \\ \frac{7}{4} \end{bmatrix}$$

(5.1.1.5)

Sistemas generales

Ejemplo

$$\text{> } E := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}; b := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}; \text{Rank}(E); \text{Rank}(\langle E|b \rangle)$$

$$E := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

3
3

(5.2.1.1)

Como el rango de la matriz de coeficientes es igual al rango de la matriz ampliada el sistema es compatible, pero es indeterminado porque el número de incógnitas es 4 > rango. Tendremos entonces 1 grado de libertad.

> LinearSolve(E, b, free = 'x')

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{4} - \frac{5}{2} x_4 \\ -1 + 2 x_4 \\ \frac{7}{4} - \frac{7}{2} x_4 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

(5.2.1.2)

$$b := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(6.1.2)

> GenerateEquations(A, [x1, x2, x3], b)

$$[x1 + 2 x2 = 0, 3 x1 + x2 - x3 = 0, 4 x1 + 3 x2 - x3 = 0]$$

(6.1.3)

> ecs := %

El símbolo % hace referencia a la instrucción inmediatamente anterior. Luego lo que estamos haciendo es almacenando en la variable "ecs" el sistema de ecuaciones. El símbolo # permite escribir comentarios, lo que aparece a continuación de la almohadilla no lo ejecuta.

$$ecs := [x1 + 2 x2 = 0, 3 x1 + x2 - x3 = 0, 4 x1 + 3 x2 - x3 = 0]$$

(6.1.4)

> GenerateMatrix(ecs, [x1, x2, x3])

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6.1.5)

Si no le damos el vector de términos independientes, interpreta que la matriz es la ampliada

> GenerateEquations(A, [x1, x2])

$$[x1 + 2 x2 = 0, 3 x1 + x2 = -1, 4 x1 + 3 x2 = -1]$$

(6.1.6)

> ecs2 := %

$$ecs2 := [x1 + 2 x2 = 0, 3 x1 + x2 = -1, 4 x1 + 3 x2 = -1]$$

(6.1.7)

> GenerateMatrix(ecs2, [x1, x2])

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

(6.1.8)

▼ PASAR DEL SISTEMA A LA FORMA MATRICIAL Y VICEVERSA

En ocasiones nos interesa pasar del sistema a la formulación matricial o viceversa. Se hace con los comandos "GenerateEquations" y "GenerateMatrix" respectivamente. Veamos algún ejemplo.

▼ Ejemplo

Quiero generar el sistema homogéneo que corresponde a la matriz de coeficientes A:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

(6.1.1)

▼ ELIMINAR O SELECCIONAR FILAS O COLUMNAS DE UNA MATRIZ

Para seleccionar una (o varias) filas o columnas de una matriz usamos los comandos Row y Column respectivamente. Para eliminarlas usamos los

comandos DeleteRow y DeleteColumn respectivamente.
Hay que cargar previamente el paquete de Algebra Lineal.
Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo

```
> with(LinearAlgebra):
```

$$A := \begin{bmatrix} -50 & -38 & -98 & -93 & -32 & 8 & 44 \\ -22 & -18 & -77 & -76 & -74 & 69 & 92 \\ 45 & 87 & 57 & -72 & -4 & 99 & -31 \\ -81 & 33 & 27 & -2 & 27 & 29 & 67 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} -50 & -38 & -98 & -93 & -32 & 8 & 44 \\ -22 & -18 & -77 & -76 & -74 & 69 & 92 \\ 45 & 87 & 57 & -72 & -4 & 99 & -31 \\ -81 & 33 & 27 & -2 & 27 & 29 & 67 \end{bmatrix} \quad (7.1.1)$$

```
> A1 := DeleteColumn(A, 1)
#En la matriz A1 se ha eliminado la primera columna
```

$$A1 := \begin{bmatrix} -38 & -98 & -93 & -32 & 8 & 44 \\ -18 & -77 & -76 & -74 & 69 & 92 \\ 87 & 57 & -72 & -4 & 99 & -31 \\ 33 & 27 & -2 & 27 & 29 & 67 \end{bmatrix} \quad (7.1.2)$$

```
> A2 := Column(A, [2..4, 6])
#En la matriz A2 se han seleccionado las columnas 2,3,4 y 6,
pero aparecen como vectores columna
```

$$A2 := \begin{bmatrix} -38 \\ -18 \\ 87 \\ 33 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -98 \\ -77 \\ 57 \\ 27 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -93 \\ -76 \\ -72 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 69 \\ 99 \\ 29 \end{bmatrix} \quad (7.1.3)$$

```
> <A2[2]|A2[3]>
#He seleccionado los vectores columna que aparecen los lugares
2 y 3 en A2 y he construido la matriz concatenando esos dos
vectores.
```

$$\quad (7.1.4)$$

$$\begin{bmatrix} -98 & -93 \\ -77 & -76 \\ 57 & -72 \\ 27 & -2 \end{bmatrix} \quad (7.1.4)$$

Ejemplo

Supongamos que queremos, usando la regla de Cramer, hallar la solución del sistema
 $x+y+3z=1$
 $x-y-z=2$
 $2x+y+z=4$
y comprobar que la solución que proporciona Maple es la correcta.
Introducimos la matriz y el vector de términos independientes

```
> A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}; b := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (7.2.1)$$

```
> C := Column(A, [1..3])
```

$$C := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7.2.2)$$

```
> x1 := \frac{\text{Determinant}(\langle b|C[2]|C[3] \rangle)}{\text{Determinant}(A)}; x2 := \frac{\text{Determinant}(\langle C[1]|b|C[3] \rangle)}{\text{Determinant}(A)}; x3 := \frac{\text{Determinant}(\langle C[1]|C[2]|b \rangle)}{\text{Determinant}(A)}
```

$$x1 := 2$$

$$x2 := \frac{1}{2}$$

$$x3 := -\frac{1}{2} \quad (7.2.3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} > A \left\langle 2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

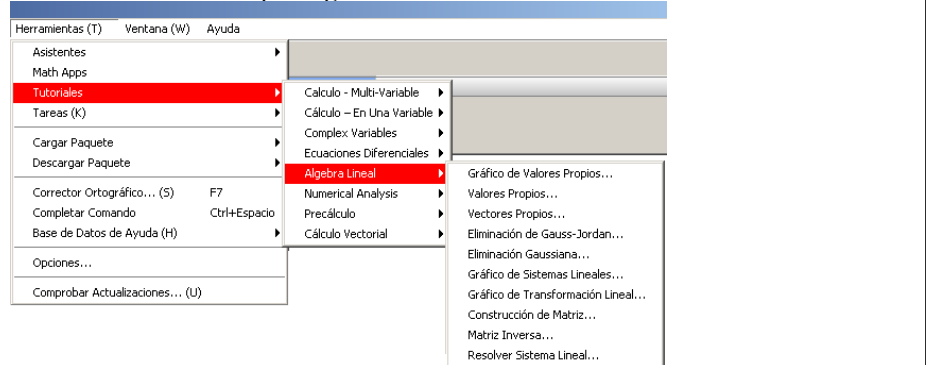
#Comprobamos que es solución

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(7.2.4)

USO DE LOS TUTORIALES

Maple dispone de tutoriales que pueden ayudarte a practicar con lo visto en clase sin necesidad de que hagas tú los cálculos tediosos:



Prueba por ejemplo a calcular la inversa de la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ por el

método de Gauss-Jordan usando el tutorial correspondiente. Te saldrá una pantalla como la que aparece debajo en la que podrás ir efectuando tú las operaciones elementales o decirle a Maple que te vaya ayudando.

