

## Forma y simetría en la naturaleza. Enseñanza adaptada a personas ciegas a través de métodos cristallográficos

### *Shape and symmetry in nature for blind people: a special educational crystallographic approach*

M<sup>a</sup> VICTORIA LÓPEZ-ACEVEDO CORNEJO<sup>1</sup>; JUAN CARLOS CHICOTE GONZÁLEZ<sup>1</sup>; JAVIER GOÑI LÓPEZ<sup>1</sup> Y ANA LÓPEZ-HERCE CID<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Cristalografía y Mineralogía. Facultad de CC Geológicas. Universidad Complutense. C/José Antonio Nováis, 2. 28040 Madrid

<sup>2</sup> Departamento de Orientación. Colegio Ágora. C/Marqués de Portugalete, 17. 28027 Madrid. E-mail: vcomejo@geo.ucm.es; jcchicote@yahoo.es; correo\_javi@hotmail.com; analopezagora@gmail.com

**Resumen** El presente trabajo constituye una aportación al conocimiento de la forma y la simetría adaptado a la enseñanza de personas ciegas y con discapacidad visual. En él se pone de manifiesto el carácter transversal de la Cristalografía y sus posibilidades para el desarrollo intelectual y sensitivo de personas con esta discapacidad. La metodología se basa en la utilización de los mismos métodos de estudio que la “Cristalografía Morfológica” emplea para trabajar con los “modelos cristallográficos”.

**Palabras clave:** Forma, simetría, personas ciegas, háptico, cristalografía morfológica, modelos cristallográficos.

**Abstract** *This work deals with shape and symmetry in nature and its teaching and learning using special educational methods for blind and visually impaired people. The paper highlights the transversal nature of Crystallography and its potential for the sensory and intellectual development of people with visual disabilities. The methodology is based on, and adapted from, the classical techniques used in Morphological Crystallography, using three-dimensional crystallographic models.*

**Keywords:** *Shape, symmetry, blind people, haptic, morphological crystallography, crystallographic models.*

## INTRODUCCIÓN

Entendemos como forma la configuración externa de “algo” y como simetría la correspondencia exacta en forma, tamaño y posición “de cada una de sus partes”. Es decir, la simetría entraña la repetición de dichas partes; por ejemplo, nuestro cuerpo está constituido idealmente, por dos mitades idénticas, de manera que cada mitad es el reflejo exacto de la otra mitad. Si ahora reflexionamos un momento acerca de las morfologías de los objetos que nos rodean, nos daremos cuenta de que hay muy pocos que sean asimétricos. La mayoría son simétricos y entre ellos, lo dominante es la simetría por reflexión que reconocemos en nuestro cuerpo. Sin embargo existen importantes excepciones, la mayoría pertenecientes al medio natural, algunos organismos vivos y sobre todo los minerales. Estos últimos, son cristales naturales que a menudo, presentan formas poliédricas de gran belleza.

El estudio de estas formas tuvo una importancia clave en el desarrollo de la Cristalografía y de la Mineralogía, indisolublemente unidas en sus primeros tiempos (Touret, 2004; López-Acevedo, 2006). Éste se inició con la búsqueda de las relaciones geométricas y simétricas que se podían apreciar entre las caras de los poliedros cristalinos. Con el fin de facilitar las medidas y observaciones necesarias para solucionar las incógnitas planteadas, aquellos primeros científicos realizaron unas réplicas idealizadas de los minerales que estudiaban, que constituyen los “modelos cristallográficos” (Fig. 1).

Apoyándose en ellos, desarrollaron una “teoría de la simetría”, respaldada por un potente soporte matemático. Descubrieron que no todos los cristales se ajustan bien a un sistema de ejes cartesiano, sino que se podían encontrar hasta “siete sistemas” de ejes de referencia más adecuados. Finalmente, asignaron un nombre específico a cada “forma” o grupo



Fig. 1.- Modelos cristalográficos de cerámica realizados por Romé de L'Isle (s. XVIII) que simulan cristales hexagonales.

de formas identificadas en los poliedros. De esta manera, la “Cristalografía Morfológica” quedó consagrada como “la ciencia del orden y la simetría”, y los modelos cristalográficos como los elementos que lo habían hecho posible. Estos elementos, conocidos familiarmente como “tarugos”, abarcables con la mano y realizados con diferentes materiales (Fig. 2), se emplean tradicionalmente para la enseñanza de la forma y la simetría de los cristales.

En otro orden de cosas, la geometría es posiblemente uno de los temas de estudio que más se utilizan en la educación de personas ciegas y con discapacidad visual, ya que resulta casi imprescindible para la adecuada construcción mental de sus representaciones espaciales. Para ello se emplean diversos materiales: dibujos de líneas realzadas y, sobre todo, piezas tridimensionales que constituyen un material didáctico de gran utilidad (Ballesteros, 1993). Considerados desde esta perspectiva, los modelos cristalográficos pueden contribuir a enriquecer y ampliar casi exponencialmente, las oportunidades de aprendizaje en este terreno, ya que ofrecen una gran variedad de formas y simetrías, muy diferentes de las habituales, y además la posibilidad de identificarlas o describirlas según criterios perfectamente definidos y reconocibles.

De esta manera, se pone de manifiesto el carácter interdisciplinar de la Cristalografía, que cruza sus tradicionales límites de conocimiento, para adentrarse en otros campos de estudio, como es la Educación y más concretamente la Educación Especial, transfiriendo sus métodos y proporcionando, en este caso, nuevos recursos para el aprendizaje de personas ciegas y con discapacidad visual y que puede tener incidencia en diversas materias relacionadas con el arte o las ciencias en general. Por ello, se han investigado las posibilidades de adquisición del conocimiento de la forma y la simetría, a través de la “percepción háptica” de los modelos cristalográficos descritos (López-Acevedo et al., 2011). Dicha investigación la han realizado dos alumnos

ciegos, coautores de este trabajo, bajo la dirección de una profesora del Departamento de Cristalografía y Mineralogía de la Universidad Complutense de Madrid (López-Acevedo et al., 2011). El objetivo del presente trabajo consiste en mostrar algunas de las técnicas de aprendizaje adquiridas en el desarrollo de la investigación, seleccionadas “a priori” como las más idóneas, para facilitar una primera aproximación al estudio de la forma y la simetría, a nivel de Educación Infantil, Primaria y Secundaria.

## FORMA Y SIMETRÍA

### La forma

Con el fin de complementar la visión histórica que se ha dado acerca del origen de los modelos cristalográficos que han servido de base para este trabajo, así como introducir y fomentar el interés por la forma, su abstracción y su comprensión espacial, se sugieren dos visitas, al “Museo Geominero” del Instituto Geológico y Minero de España y al “Museo Tiflológico” de la Organización Nacional de Ciegos Españoles.

En el primero, tienen una guía en Braille, para que las personas ciegas puedan hacer un recorrido táctil por el museo. Este recorrido consta de numerosos ejemplares de minerales y fósiles, todos ellos con su etiqueta en Braille, que se pueden tocar, comprobando propiedades como dureza, temperatura o densidad, y disfrutando de su belleza geométrica. En el segundo se podrán tocar obras artísticas y material tiflológico perceptible a través del tacto, entre el que destacan las maquetas de algunos símbolos de la arquitectura e ingeniería mundial, como la torre Eiffel o la Alhambra, entre otros.

De esta manera se van a poner de manifiesto las grandes diferencias existentes entre distintos tipos de formas: las puramente artísticas, irregulares o caprichosas, las arquitectónicas, regulares y simétricas, las de los seres vivos, fósiles en este caso,

Fig. 2.- Ejemplares de madera pertenecientes a la colección de modelos cristalográficos del Departamento de Cristalografía y Mineralogía de la Facultad de Ciencias Geológicas de la Universidad Complutense de Madrid



verdaderamente sofisticadas algunas veces, y las de los minerales, geoméricamente perfectas (cuando están bien desarrollados).

Además se puede organizar una pequeña colección de “formas” si cada alumno aporta una pieza (conchas, caracolas, fósiles, un cubo de pirita u otros minerales cristalizados, figuras de ajedrez, animalitos de juguete, etc.) que podrían llegar a ser muy útiles más adelante.

### La simetría

Al inicio de este trabajo hemos hablado de la simetría por reflexión que reconocemos en nuestro cuerpo y en la mayor parte de los objetos que nos rodean. El concepto de reflexión está interiorizado en las personas ciegas que utilizan pauta y punzón para escribir las letras en Braille: las letras se escriben al clavar el punzón en el reverso del papel (guiadas por la pauta), es decir, se inscriben en bajo relieve y además, de derecha a izquierda, resultando unos puntos (letras) en alto relieve, sobre el anverso del papel, que se leen de izquierda a derecha. Ambas cosas, letras inscritas (de derecha a izquierda) y letras leídas (de izquierda a derecha) tienen simetría especular. Finalmente, la huella que el dedo percibe al leer el documento Braille, es la imagen especular de lo que está escrito; huella y escrito son simétricos por un plano de reflexión que actúa como un espejo y que estaría situado entre el dedo y el documento.

Una práctica interesante consistiría en buscar ejemplos de “cosas” asimétricas, frente a otras simétricas y entre estas últimas, intentar dilucidar si solo tienen un único plano de reflexión, que las divide en dos mitades idénticas, o si por el contrario, se adivina en ellas un grado mayor de simetría, como dos o más planos, o una simetría diferente de la especular.

Tradicionalmente, el estudio de la simetría se inicia con modelos bidimensionales, es decir, con dibujos simétricos que en este caso podrían ser sustituidos por las fichas de un dominó. Si nos fijamos en la disposición de los puntos que indican su valor (éstos deberán estar bien marcados) comprobaremos que se trata de una colección excepcional, en la que se reúnen todas las simetrías y asimetrías que hemos citado y que además, tienen una morfología que recuerda al signo generador de las letras Braille, consistente en una matriz rectangular de seis puntos. Así, entre las 28 fichas del dominó hay once completamente asimétricas (Fig. 3a), diez con

un único plano de reflexión que las divide longitudinalmente (Fig. 3b), cinco que tienen dos planos de reflexión perpendiculares entre sí, que las dividen transversal y longitudinalmente. Estas últimas son algunas de las denominadas “dobles” (Fig 3c). Y finalmente, quedan el dos y el tres doble, en las que se adivina simetría, pero de otro tipo. En este caso, no se trata de simetría especular, sino de rotación (Fig 3c). En ellas, el grupo de dos o tres puntos, respectivamente, que está situado en una mitad de la ficha, se repite en la otra mitad, gracias a un giro de 180 grados, alrededor de un imaginario eje, que se supone perpendicular a la ficha, clavado en su punto medio exactamente. Esta operación del giro se estudiará con más detalle en los siguientes apartados.

### Elementos de Simetría

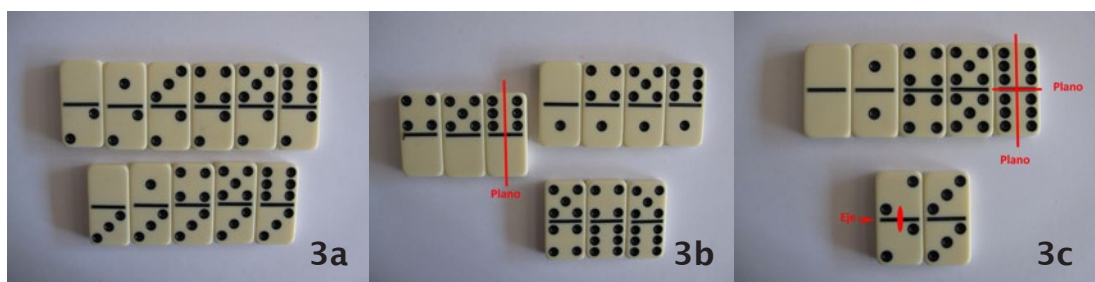
La simetría que presentan externamente los poliedros cristalinos, se describe en función de unos “elementos” que hacen coincidir puntos equivalentes del cristal, caras, aristas, etc., mediante una “operación de simetría”. Ya conocemos los “planos” que realizan la “reflexión” y dan lugar a la “simetría especular”, sin embargo, también existen otros elementos como los “ejes” que realizan la operación del “giro” dando lugar a la “simetría de rotación” o el “centro” que realiza la “inversión”.

#### Ejes, giros y simetría de rotación

Para entender el funcionamiento de un eje, podemos pensar en los mismos molinos de viento que Don Quijote veía como peligrosos gigantes. Las aspas de estos molinos, consistentes en cuatro paletas idénticas dispuestas en torno a un eje, son un claro ejemplo de simetría de rotación. Efectivamente, dicho eje actúa como un eje “cuaternario”, que repite la paleta cada 90 grados, un total de cuatro veces en un giro completo de 360 grados. En el caso de los poliedros cristalinos, los podemos tomar como ejes imaginarios que atraviesan dichos poliedros y que los hacen girar 360 grados, repitiendo a intervalos iguales, sus caras, aristas y vértices.

Según el número de veces que se repitan los elementos del cristal se tienen diferentes ejes: senario, ternario y binario, según los repitan seis, tres o dos veces a intervalos exactamente iguales de 60, 120 y 180 grados, respectivamente. Además existe el eje monario. Nuestro cuerpo está atravesado de arriba abajo por un eje de este tipo que después de hacer-

Fig. 3.- Fichas de dominó.  
3a.- asimétricas. 3b.- con un plano longitudinal.  
3c.- arriba: dos planos perpendiculares (longitudinal y transversal); abajo: con un eje de giro.



nos girar una vuelta completa (de 360 grados) nos deja igual que estábamos antes de darla.

Es posible que en este punto, alguien se haya preguntado porqué no se habla de ejes de orden 5 o de orden mayor que 6. La razón es que la simetría que presenta externamente un poliedro cristalino, es un reflejo de la simetría con que se distribuyen las partículas materiales (átomos, iones o moléculas) que constituyen su estructura interna y ésta es absolutamente incompatible con dichos ejes. Sin embargo, esto no significa que no exista esta simetría en otro tipo de medios. Por ejemplo, la simetría pentagonal, es relativamente frecuente en los seres vivos, como los erizos o las estrellas de mar.

Para poder practicar y entender el funcionamiento de los ejes, podemos buscar molinillos de viento, que generalmente van a funcionar exactamente igual que lo harían el cuaternario o el senario, ya que suelen tener cuatro o seis paletas. También son muy útiles los juegos magnéticos. En el mercado existe una amplia gama de ellos, que ofrecen desde piezas variadísimas, pensadas para construir todo tipo de formas y figuras geométricas, hasta otras más específicas como las del ajedrez y similares. Estos juegos, además de su versatilidad, tienen la ventaja de que permiten construcciones relativamente esta-

bles, que se pueden retocar y revisar tantas veces como sea necesario, así como disfrutar del resultado final, sin temor a descolocarlas.

En la figura 4 se muestra la operación que realiza un eje cuaternario. Dicho eje (que es imaginario) se representa con un cuadrado y se supone situado perpendicular a la superficie (clavado en ella). Además se toman cuatro figuras idénticas: cuatro caballos de ajedrez. El eje, al girar irá repitiendo estas figuras en torno a él, a intervalos de 90 grados, hasta colocar las cuatro después de completar una vuelta de 360 grados. Vemos que todos los caballos indican con su hocico el sentido del giro, antihorario en este caso.

#### El centro de inversión. La inversión

La operación que realiza el centro se denomina inversión y consiste en que cambia el signo de las coordenadas del punto sobre el que actúa. Por ejemplo, un punto P de coordenadas x, y, z, se invierte a otro punto P<sub>inv</sub> de coordenadas menos x, menos y, menos z. El punto inicial (P) y su inverso (P<sub>inv</sub>), quedan situados en los extremos de una línea recta que pasa por el centro de inversión y a la misma distancia de él.

Un buen ejemplo de inversión son las antípodas que geográficamente, constituyen el lugar de la su-

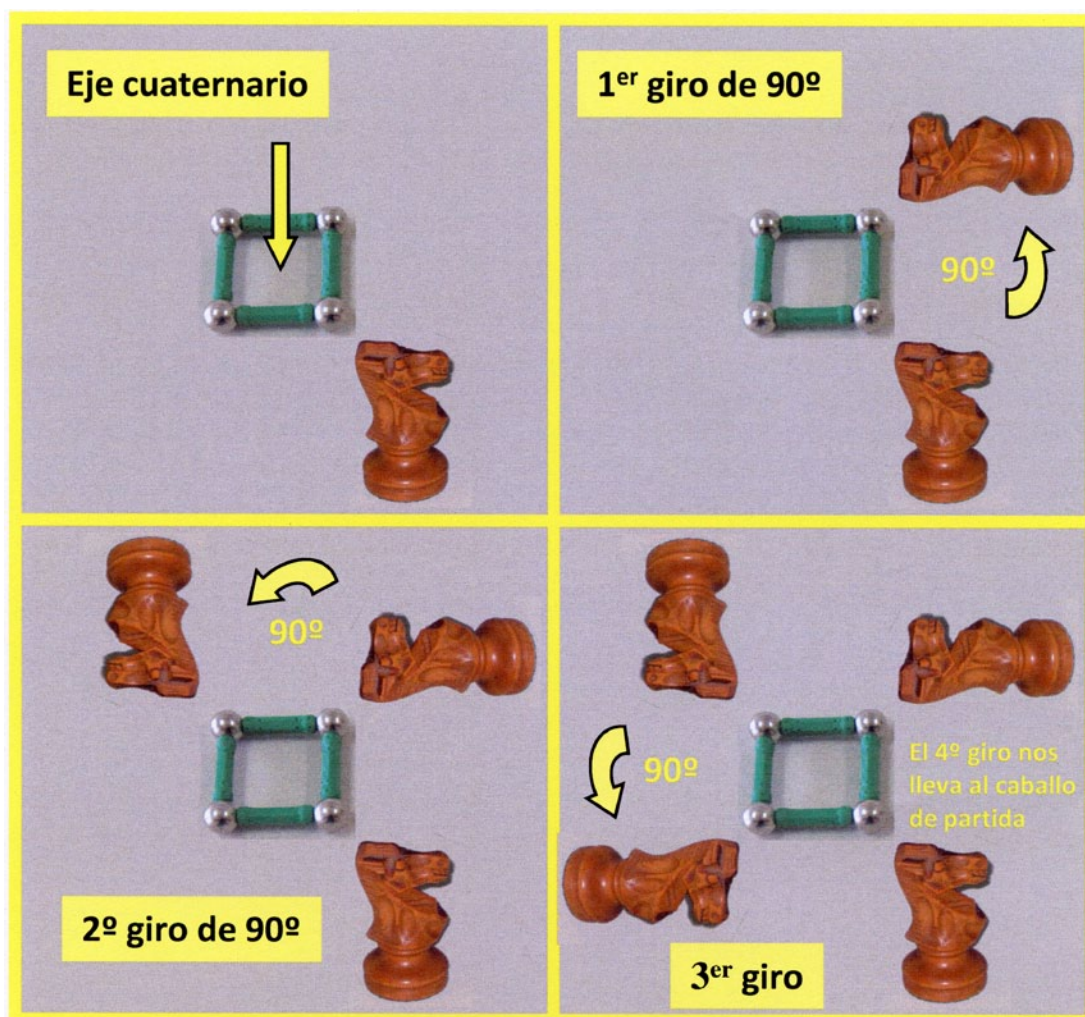


Fig. 4 (izquierda).- Actuación de un eje cuaternario que se supone perpendicular al papel. Después de cuatro giros de 90 grados, en los que va situando cada vez, un caballo de ajedrez, regresa al punto de partida. Abajo a la derecha, se tiene la operación completa.

Fig. 5 (derecha). - Se ha situado el meridiano de Greenwich en el miniglobo. Con el adhesivo de doble cara se pegan dos cangrejos, uno en Madrid y otro en su antípoda, en Weber (Nueva Zelanda). El de Madrid mira hacia el Polo Norte y señala con su pinza izquierda hacia la costa este de los EEUU en América del Norte y el otro mira al Polo Sur y señala con su pinza izquierda la costa de Chile en el oeste de América del Sur.

perficie terrestre que está diametralmente opuesto a otro dado (el diámetro que une a las dos antípodas pasa por el centro de la Tierra que en este caso sería también el centro de inversión). Por ejemplo, las antípodas de Madrid están en Weber, Nueva Zelanda. Si colocamos en Madrid una figura humana que mira hacia el Polo Norte y que tiene su brazo izquierdo extendido hacia la costa este de los Estados Unidos, en América del Norte, su antípoda situada en Weber, estará mirando hacia la Antártida, en el Polo Sur, y tendrá su brazo izquierdo extendido hacia Chile, en la costa oeste de América del Sur.

Las coordenadas geográficas (latitud y longitud) aproximadas de Madrid son 40 grados y menos 3 grados mientras que las de Weber son menos 40 grados y 3 grados, con lo que se evidencia claramente el cambio de signo en las coordenadas, provocado por el centro de inversión.

Para simular el funcionamiento del centro de inversión se puede tomar un globo terráqueo y marcar en él algún meridiano estratégico. Esto se puede hacer pegando un cable finito y flexible con cinta adhesiva sobre el meridiano seleccionado. Después colocaremos con un adhesivo de doble cara, dos figuras idénticas, en una posición y en su antípoda. Un buen ejemplo es el de Greenwich, donde podemos situar las figuras en Madrid y en Weber, Nueva Zelanda, comprobando que todos los puntos de dicha figura quedan realmente invertidos en las dos posiciones. Para facilitar esta última comprobación, se recomienda trabajar con figuras asimétricas que no enmascaren la actuación del centro (Fig. 5).

Si además se consigue información de los países o ciudades que intervienen en el juego, como música, canciones, el idioma, etc., éste puede ser más divertido.

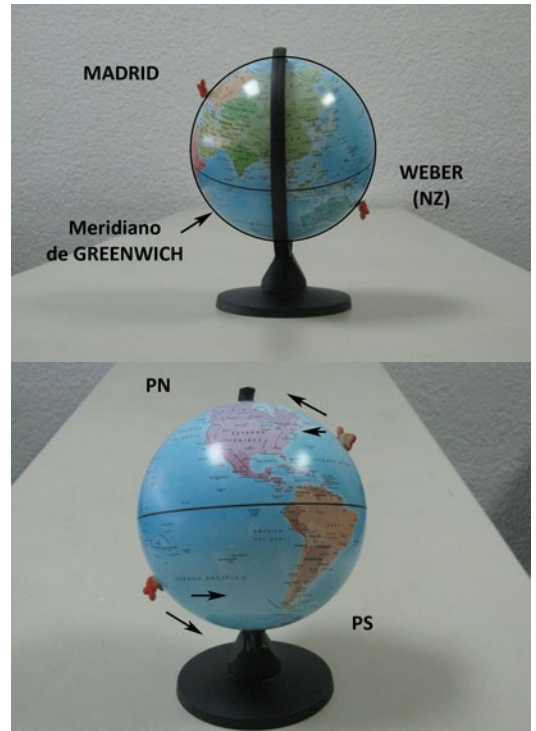
### La simetría de los modelos cristalográficos

Finalmente, si se dispone de una colección de "tarugos", se puede marcar en algunos la posición de ejes y planos, utilizando algún adhesivo, como por ejemplo el terciopelo que es fácilmente distinguible al tacto (Fig. 6). Una vez que se reconozcan y se entienda su actuación, los alumnos podrán buscar los mismos elementos en otros tarugos que no los tengan marcados.

### IDEAS PARA EL AULA

A continuación se sugieren una serie de actividades para realizar en el aula, que complementan las descritas anteriormente:

- Comprobar que efectivamente poseemos simetría de reflexión en nuestro cuerpo, como si un espejo nos dividiera de arriba abajo en dos mitades y, que todas las partes de una mitad tienen su imagen especular "al otro lado del espejo", es decir, en la otra mitad.



- Los niños, por parejas, pueden jugar a ser "Alicia (un niño) y su imagen (el segundo niño)"; con las palmas en contacto, moverse, bailar, etc. Es el momento de hablar de Lewis Carroll y de su Alicia ("Al otro lado del espejo y lo que Alicia encontró allí").

- Además de ese plano-espejo que nos divide, tenemos un eje monario que nos atraviesa, también de arriba a abajo. Este eje monario está presente siempre en todas las cosas. Girando 360 grados, como un derviche, se comprueba su funcionamiento (hay que tener cuidado de no marearse). Es el momento de aprender quienes son los derviches, en que país viven, etc.

- Y si por un momento pensamos que somos todos iguales, mellizos, trillizos, etc., podemos simular la actuación de los ejes de giro. Dos niños agarrados con una mano a un palo vertical, que sería el eje, binario en este caso, se sitúan diametralmente opuestos y dan vueltas en torno al palo, los dos en el mismo sentido. El eje ternario lo simularían tres niños, pero situados en los vértices de un imaginario triángulo equilátero, que tendría el eje en su centro, etc.

- Si se dispone de colecciones de figuras iguales, se pueden colocar de manera que entre ellas exista simetría de reflexión o de rotación. En este último caso habría que repetir las en un círculo (que supuestamente tendría el eje pinchado en su centro) a intervalos iguales, tantas veces como indique dicho eje (2, 3, 4, 6). Una vez construidas estas combinaciones simétricas, se hacen concursos para adivinar si son simétricas por reflexión, por rotación, el tipo de eje, etc.

- El centro de inversión no se puede simular con dos amigos porque exigiría que uno de ellos esté cabeza abajo, pero se pueden buscar más países y

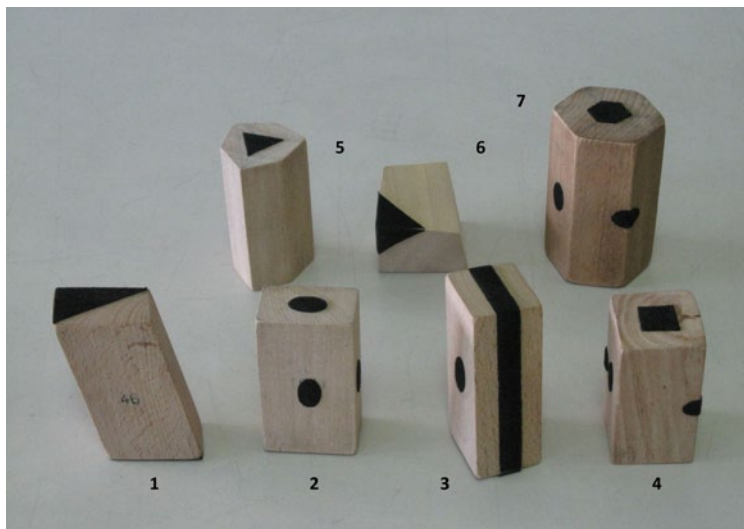


Fig. 6.- Elementos de simetría indicados con terciopelo en algunos "tarugos". 1: paralelogramo triplemente inclinado (hacia atrás y a un lado). La cara de la base en la que se apoya - que no se ve - lleva otro triángulo negro en una posición inversa a la que se ve en la fotografía. Indica claramente la inversión que se produce con respecto al centro geométrico de la figura. 2: Paralelogramo recto que lleva marcados tres ejes binarios perpendiculares entre sí, que se cortan imaginariamente en el centro de la figura. 3: Paralelogramo que se inclina hacia atrás (mono-inclinado), lleva marcados un plano de reflexión y un eje binario, que se situaría perpendicular a dicho plano. 4: Prisma de sección cuadrada que lleva marcado un eje cuaternario que lo atraviesa longitudinalmente y algunos ejes binarios perpendiculares a él, unos irían de centro de cara a centro de cara del prisma y otros de centro de arista a centro de arista. 5: Prisma de sección pseudotriangular que lleva marcado un eje ternario que lo atraviesa longitudinalmente. 6: Trapezoedro que también lleva marcado un eje ternario. 7: El prisma de sección hexagonal lleva marcado un eje senario que lo atraviesa longitudinalmente y algunos ejes binarios perpendiculares a él; unos irían de centro de cara a centro de cara del prisma y otros de centro de arista a centro de arista.

sus antípodas, que se señalarían en la superficie del globo terráqueo con unas etiquetas escritas en Braille. Por ejemplo: los siguientes países del Trópico de Cáncer: Puerto Rico, Libia, Hong Kong y las Islas Hawai, tienen sus antípodas en el Trópico de Capricornio, que son: Australia, Islas Sociedad, Bolivia y Botswana, respectivamente. La cultura, la música, el idioma, etc., pueden ser buenos alicientes para trabajar en este caso.

– Clasificar desde el punto de vista de la simetría, la pequeña colección de piezas aportadas por los alumnos al empezar este estudio.

– ¿Alguien consiguió un erizo o una estrella de mar? Si pensamos que estas figuras las pudo haber generado algún elemento de simetría ¿cuál sería éste?

– Proponer el diseño de otros objetos y figuras con distintos elementos de simetría.

## CONCLUSIONES

La investigación llevada a cabo constituye una primera aproximación a la comprensión del espacio cristalino microscópico, a través de los elementos propios de la cristalografía morfológica, para que su conocimiento pueda adquirirse mediante el sentido del tacto, más propiamente el sentido háptico.

Para ello se han aprovechado diversas técnicas de aprendizaje entre las que destacan los modelos tridimensionales de las formas cristalográficas básicas, siendo el canal de entrada de la información las manos de los estudiantes con discapacidad visual.

Las técnicas recomendadas en este trabajo para el estudio y reconocimiento de la forma y la simetría, en aulas de Educación Infantil, Primaria y Secundaria, se resumen en:

- Visitas a exposiciones en centros que disponen de recorridos aptos para el reconocimiento de formas por parte de personas con esta discapacidad.

- Utilización de algunas herramientas de uso cotidiano que permiten comprender el concepto de

simetría y practicar con los elementos que la hacen posible.

- Juegos en los que el alumno participa directamente, como una parte intrínseca del conjunto simétrico que gracias a él, puede existir y desarrollarse.

Estos materiales y técnicas dan prioridad a una visión experimental y activa de interactuar con las formas. De esta manera se interiorizan las nociones básicas, que son la puerta de entrada a la abstracción matemática y a la sólida teoría que sustenta a la cristalografía morfológica.

En posteriores trabajos deben realizarse ensayos con una muestra significativa de estudiantes con ceguera y discapacidad visual que permitan corroborar los planteamientos realizados, así como la evolución de las capacidades de abstracción y comprensión del entorno circundante tras adquirir los conocimientos básicos de cristalografía.

## BIBLIOGRAFÍA

Ballesteros, S (1993). Percepción háptica de objetos y patrones realzados: una revisión. *Psicothema*, 5 (2), 311-321.

López-Acevedo, V (2006). Modelos cristalográficos en terracota de Jean Baptiste Romé de L'Isle (Siglo XVIII). Catálogo de la colección del Departamento de Cristalografía y Mineralogía de la Universidad Complutense de Madrid. *Boletín de la Real Sociedad Española de Historia Natural, Sección Geología*, 101 (1-4), 5-29.

López-Acevedo, V., Chicote, J. C., Goñi, J. (2011). Forma y Simetría. Enseñanza adaptada a personas ciegas a través de los modelos cristalográficos. *Reduca (Geología), Serie Cristalografía*. 3(2): 1-56. <http://www.revistareduca.es/index.php/reduca-geologia/issue/view/53>.

Touret, L. (2004). Crystal models: milestone in the birth of Crystallography and Mineralogy as Sciences. En: *Dutch Pioneers of the Earth Sciences*. J. L. R. Touret y R. P. W. Visser, Eds. Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Amsterdam. 43 – 58. ■

Fecha de recepción del original: 28/02/2011

Fecha de aceptación definitiva: 20/06/2011