

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

Departamento de Metodología de las  
Ciencias del Comportamiento



**TESIS DOCTORAL**

**Modelos no lineales de ecuaciones estructurales: la influencia  
de las características de los modelos de medida en la precisión  
de las estimaciones**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

**Karina Rodríguez Navarro**

Director

**Jesús María Alvarado Izquierdo**

**Madrid, 2017**

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

**FACULTAD DE PSICOLOGÍA**

Departamento de Metodología de las Ciencias del Comportamiento



**TESIS DOCTORAL**

**MODELOS NO LINEALES DE ECUACIONES ESTRUCTURALES:**

**LA INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS**

**MODELOS DE MEDIDA EN LA PRECISIÓN DE LAS**

**ESTIMACIONES**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR PRESENTADA POR

**Karina Rdz-Navarro**

Director

Jesús M. Alvarado Izquierdo

Madrid, 2016



**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
FACULTAD DE PSICOLOGÍA  
Departamento de Metodología de las Ciencias del Comportamiento



**TESIS DOCTORAL**

**MODELOS NO LINEALES DE ECUACIONES ESTRUCTURALES:  
LA INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS  
MODELOS DE MEDIDA EN LA PRECISIÓN DE LAS  
ESTIMACIONES**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR PRESENTADA POR

**Karina Rdz-Navarro**

Director

Jesús M. Alvarado Izquierdo

Madrid, 2016

© Karina Rodríguez Navarro



## ¿Cómo citar esta tesis? / How to cite this thesis?

### **Documentos escritos en castellano:**

Rdz-Navarro, K. (2016). *Modelos no lineales de ecuaciones estructurales: La influencia de las características de los modelos de medida en la precisión de las estimaciones*. (Tesis doctoral no publicada). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.

### **Documents written in English:**

Rdz-Navarro, K. (2016). *Modelos no lineales de ecuaciones estructurales: La influencia de las características de los modelos de medida en la precisión de las estimaciones* [Nonlinear structural equation modeling: The impact of measurement model characteristics in the accuracy of estimates]. (Unpublished doctoral dissertation). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, Spain.



*A Josefina Lara Vásquez (mi abuela, mi madre),  
pues gracias a sus sacrificios, apoyo, y cariño  
he llegado hasta aquí.*





## **AGRADECIMIENTOS**

Al finalizar todo proceso resulta un agrado dedicar algunas palabras para agradecer a todos aquellos que colaboraron para que esta tesis llegase a buen puerto.

Quisiera agradecer en primer lugar a mi director de tesis, el profesor Jesús M. Alvarado por haber confiado en mí y haberme brindado durante estos años un espacio permanente de reflexión, diálogo abierto a la innovación y al pensamiento crítico y autónomo. Quiero agradecer también a los profesores del programa de Master y Doctorado en Metodología de las Ciencias del Comportamiento y la Salud de la Universidad Complutense de Madrid y Universidad Autónoma de Madrid. En especial, al profesor Vicente Ponsoda, por la generosidad con la que compartió conmigo sus conocimientos mientras fui estudiante del programa de master, por haber orientado (tal vez sin buscarlo) los primeros pasos de esta tesis y por haberme mostrado y enseñado a trabajar con la herramienta de investigación y aprendizaje más poderosa con la que puede contar un metodólogo hoy en día (i.e., la simulación de datos).

Me gustaría agradecer también a la Comisión Nacional de Investigación en Ciencia y Tecnología (CONICYT) del Gobierno de Chile y el programa de Formación de Capital Humano Avanzado Becas Chile (N° 72120061) por entregarme el apoyo económico para formarme como investigadora en metodología cuantitativa y realizar esta tesis.

Finalmente, quiero dedicar algunas palabras muy especiales a agradecer a Rodrigo A. Asún por sus invaluable comentarios y sugerencias que ayudaron a enriquecer y mejorar los capítulos que componen esta tesis, pero por sobretodo, por haber sido mi principal soporte emocional durante este largo y enriquecedor trayecto.



# ÍNDICE

|   |            |
|---|------------|
| <b>AGRADECIMIENTOS</b> .....  | <b>9</b>   |
| <b>ÍNDICE</b> .....   | <b>11</b>  |
| ÍNDICE DE TABLAS .....  | 13         |
| ÍNDICE DE FIGURAS .....   | 14         |
| <b>RESUMEN</b> .....  | <b>15</b>  |
| <b>ABSTRACT</b> .....   | <b>17</b>  |
| <b>PREFACIO</b> .....   | <b>19</b>  |
| <b>CAPÍTULO I</b> .....   | <b>23</b>  |
| <b>INTRODUCCIÓN GENERAL</b> .....   | 23         |
| <b>CAPÍTULO II</b> .....  | <b>31</b>  |
| <b>REEXAMINANDO LOS MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES: EL EFECTO DE LAS MEDICIONES PARALELAS Y CONGENÉRICAS</b> ..... | 31         |
| <i>Resumen</i> .....  | 33         |
| <i>Abstract</i> .....   | 34         |
| <i>Introducción</i> .....   | 35         |
| <i>Modelos no lineales de ecuaciones estructurales</i> .....  | 38         |
| El procedimiento EXUC .....   | 39         |
| El método LMS.....  | 41         |
| Evidencia de estudios previos.....  | 42         |
| <i>Estudio de Simulación</i> .....  | 47         |
| Resultados .....  | 50         |
| <i>Ejemplo Empírico</i> .....   | 58         |
| Resultados .....  | 60         |
| <i>Discusión y Conclusiones</i> .....   | 63         |
| <b>CAPÍTULO III</b> .....   | <b>69</b>  |
| <b>¿INTERACCIONES, CUADRADOS O AMBOS? REVISANDO LA CONTROVERSIAS SOBRE LA ESPECIFICACIÓN DE LOS MODELOS SEM NO LINEALES</b> .....   | 69         |
| <i>Resumen</i> .....  | 71         |
| <i>Abstract</i> .....   | 72         |
| <i>Introducción</i> .....   | 73         |
| El método LMS.....  | 75         |
| Problemas derivados de la multicolinealidad.....  | 81         |
| Debates en torno a la especificación del modelo .....   | 84         |
| <i>Estudio de Simulación</i> .....  | 88         |
| Resultados .....  | 92         |
| <i>Discusión y Conclusiones</i> .....   | 101        |
| <b>CAPÍTULO IV</b> .....  | <b>107</b> |
| <b>APLICANDO MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES A FACTORES MEDIDOS CON ÍTEMS: ¿SON LAS PARCELAS LA SOLUCIÓN?</b> ..... | 107        |
| <i>Resumen</i> .....  | 109        |
| <i>Abstract</i> .....   | 110        |
| <i>Introducción</i> .....   | 111        |
| Modelamiento no lineal con el método LMS.....   | 113        |
| El impacto de indicadores no normales y no continuos sobre LMS.....   | 116        |
| Las parcelas como posible solución .....  | 118        |
| <i>Estudios de Simulación</i> .....   | 120        |
| <i>Estudio 1: El impacto de tratar a los ítems como indicadores continuos</i> .....   | 121        |
| Resultados .....  | 124        |
| Conclusiones .....  | 126        |

|   |            |
|---|------------|
| <i>Estudio 2: ¿Son las parcelas una solución adecuada?</i> .....                                    | 127        |
| Resultados .....  | 129        |
| Conclusiones .....  | 132        |
| <i>Discusión y Conclusiones</i> .....   | 134        |
| <b>CAPÍTULO V</b> .....   | <b>139</b> |
| <b>UNA NOTA TUTORIAL SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO LMS EN FACTORES MEDIDOS CON ITEMS</b> ..... | <b>139</b> |
| <i>Resumen</i> .....  | 141        |
| <i>Abstract</i> .....   | 142        |
| <i>Introducción</i> .....   | 143        |
| Modelamiento no lineal de variables latentes .....  | 144        |
| El método LMS para variables categóricas (LMS-Cat).....   | 146        |
| Identificación del modelo y estandarización .....   | 151        |
| Implementación de LMS-Cat en Mplus .....  | 153        |
| <i>Estudio de Simulación</i> .....  | 155        |
| Resultados .....  | 158        |
| <i>Conclusiones y Recomendaciones Prácticas</i> .....   | 161        |
| <b>CAPÍTULO VI</b> .....  | <b>167</b> |
| <b>CONCLUSIONES</b> .....   | <b>167</b> |
| <i>Discusión y conclusiones generales</i> .....   | 169        |
| <i>Recomendaciones para el investigador aplicado</i> .....  | 177        |
| 1.- Evalúe la pertinencia de testear modelos no lineales.....                                       | 177        |
| 2.- Evalúe la pertinencia de los supuestos distribucionales de LMS .....                            | 178        |
| 3.- Considere cuidadosamente su tamaño muestral .....   | 180        |
| 4.- Seleccione cuidadosamente sus instrumentos de medida .....                                      | 181        |
| 5.- Evalúe la estructura dimensional de sus modelos de medida .....                                 | 181        |
| 6.- Siga principios jerárquicos al estimar los modelos.....   | 182        |
| 7.- Evalúe cualitativamente de la calidad del modelo estimado .....                                 | 183        |
| 8.- Tenga en cuenta la carga computacional .....  | 185        |
| <i>Limitaciones de los estudios y direcciones futuras</i> .....                                     | 186        |
| <b>REFERENCIAS</b> .....  | <b>189</b> |
| <b>ANEXO</b> .....  | <b>205</b> |
| EJEMPLO DE CÓDIGO DE SIMULACIÓN DE DATOS EN R .....   | 205        |

## ÍNDICE DE TABLAS

### Tablas Capítulo II

|  |    |
|--|----|
| Tabla 1. <i>Porcentaje de réplicas convergentes y admisibles en EXUC.</i>            | 50 |
| Tabla 2. <i>Sesgo relativo de la estimación de los parámetros no lineales.</i>       | 54 |
| Tabla 3. <i>Sesgo relativo de los errores típicos de los parámetros no lineales.</i> | 55 |
| Tabla 4. <i>Potencia de las estimaciones de los parámetros no lineales.</i>          | 57 |
| Tabla 5. <i>Predicción de las actitudes hacia la Unión Europea.</i>                  | 61 |

### Tablas Capítulo III

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1. <i>Modelos poblacionales y modelos de análisis de datos.</i>   | 90 |
| Tabla 2. <i>Medias de los parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional <math>\eta = \alpha + \gamma_1\zeta_1 + \gamma_2\zeta_2 + \zeta</math>.</i>   | 93 |
| Tabla 3. <i>Medias de parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional <math>\eta = \alpha + \gamma_1\zeta_1 + \gamma_2\zeta_2 + \omega_{12}\zeta_1\zeta_2 + \zeta</math>.</i>   | 94 |
| Tabla 4. <i>Medias de parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional <math>\eta = \alpha + \gamma_1\zeta_1 + \gamma_2\zeta_2 + \omega_{11}\zeta_1^2 + \omega_{22}\zeta_2^2 + \zeta</math>.</i>                             | 96 |
| Tabla 5. <i>Medias de parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional <math>\eta = \alpha + \gamma_1\zeta_1 + \gamma_2\zeta_2 + \omega_{12}\zeta_1\zeta_2 + \omega_{11}\zeta_1^2 + \omega_{22}\zeta_2^2 + \zeta</math>.</i> | 97 |
| Tabla 6. <i>Desviación estándar e incrementos en la desviación estándar de los parámetros estimados.</i>  | 99 |

### Tablas Capítulo IV

|  |     |
|--|-----|
| Tabla 1. <i>Media de los parámetros estimados y error Tipo I usando ítems tipo Likert.</i> | 124 |
| Tabla 2. <i>Sesgo de estimación de los errores típicos usando ítems tipo Likert.</i>       | 126 |
| Tabla 3. <i>Media de parámetros estimados y error Tipo I usando parcelas de ítems.</i>     | 131 |
| Tabla 4. <i>Sesgo de estimación de los errores típicos usando parcelas de ítems.</i>       | 132 |

### Tablas Capítulo V

|  |     |
|--|-----|
| Tabla 1. <i>Ejemplos de sintaxis para la implementación LMS-Cat en Mplus</i> | 154 |
| Tabla 2. <i>Síntesis de modelos de estructura del estudio de simulación</i>  | 156 |
| Tabla 3. <i>Resultados análisis con LMS-Cat</i>                              | 159 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

### Figuras Capítulo II

*Figura 1.* Especificación de un modelo SEM no lineal usando cuatro indicadores por factor. \_ 40

*Figura 2.* Valores predichos para las actitudes hacia la Unión Europea. \_\_\_\_\_ 62

### Figuras Capítulo III

*Figura 1.* Correlación entre términos de orden superior en función de la correlación entre los factores exógenos  $\xi_1$  y  $\xi_2$ . \_\_\_\_\_ 83

### Figuras Capítulo IV

*Figura 1.* Tipos de ítems según su distribución. \_\_\_\_\_ 122

### Figuras Capítulo V

*Figura 1.* Tipos de distribución de los ítems. \_\_\_\_\_ 157

## RESUMEN

La presente tesis doctoral evaluó el impacto de las características de los modelos de medida en la precisión de las estimaciones de modelos no lineales de variable latente. Para lograr este objetivo, se desarrollaron cuatro estudios Monte Carlo. El primer estudio evaluó el desempeño del *extended unconstrained approach* (EXUC) y el método *latent moderated structural equation modeling* (LMS), en situaciones en las cuales los modelos de ecuaciones estructurales (SEM) estaban compuestos de efectos lineales, de interacción y cuadráticos analizados simultáneamente; y se investigó las limitaciones de los procedimientos respecto al uso de indicadores paralelos y congénicos, un número relativamente grande de indicadores y, cargas factoriales relativamente bajas. El segundo estudio analizó la relevancia de evaluar conjuntamente efectos de interacción y cuadráticos como ‘modelo basal’ al utilizar el método LMS para ajustar modelos SEM no lineales y evaluó las consecuencias empíricas de la especificación del modelo de estructura (i.e., correcta especificación, incorrecta especificación, subespecificación y sobreespecificación) en situaciones en las cuales varió la fiabilidad compuesta de los factores y el tamaño muestral. El tercer estudio evaluó las consecuencias para la estimación de parámetros y las tasas de error Tipo I de utilizar ítems –en lugar de indicadores continuos– de cinco alternativas de respuesta tratados como variables continuas y, las consecuencias de usar parcelas de ítems como indicadores continuos de los modelos de medida de los factores usados para ajustar modelos SEM con el método LMS. El cuarto estudio buscó explicar cómo opera una nueva versión del método LMS adaptada a indicadores categóricos (LMS-Cat) y cómo puede ser implementada en Mplus; adicionalmente, se evaluó el error Tipo I y la potencia de LMS-Cat para estimar modelos con un único efecto de interacción y modelos con efectos de interacción y cuadráticos simultáneos.



Los resultados revelaron que: (a) El método LMS fue la mejor opción para ajustar modelos SEM no lineales cuando los factores exógenos provenían de una distribución normal y sus ventajas comparativas eran más prominentes cuando las cargas factoriales eran relativamente bajas y los indicadores eran congénicos. EXUC fue una opción adecuada para ajustar el modelo sólo cuando los indicadores eran paralelos y tenían cargas factoriales altas. (b) Cuando los factores exógenos están correlacionados, utilizar un modelo de estructura mal especificado para el análisis de datos podría generar parámetros estimados espurios o sobreestimados y tasas de error Tipo I aumentadas, por lo tanto, cuando se realiza una investigación para buscar un efecto de interacción o un efecto cuadrático entre variables latentes, se deben testear simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos en el modelo de estructura, aunque para ello se requieren altas fiabilidades compuestas de los factores y grandes tamaños muestrales. (c) Tratar a los ítems categóricos como indicadores continuos en los modelos de medida de las variables latentes usadas para analizar relaciones no lineales entre ellas, podría generar sesgos importantes en la estimación de parámetros y tasas de error Tipo I aumentadas, especialmente cuando los ítems son asimétricos; estos problemas no son posibles de superar al utilizar parcelas de ítems. (d) Usar el método LMS-Cat permite obtener estimaciones de parámetros insesgados y tasas de error Tipo I y potencia aceptables cuando se ajustan modelos no lineales con efectos de interacción o modelos que incluyen efectos de interacción y cuadráticos testeados simultáneamente, incluso cuando los ítems son asimétricos.

Los resultados son discutidos de acuerdo a la literatura previa en modelos SEM no lineales y proveen recomendaciones prácticas para la investigación aplicada. Adicionalmente, se discuten las limitaciones de los estudios realizados en el contexto de esta tesis y se proponen futuras líneas de investigación.

## **ABSTRACT**

Current doctoral dissertation assessed the impact of measurement model characteristics in the accuracy of nonlinear latent variable model estimates. In order to fulfill this goal, four Monte Carlo studies were conducted. The first study assessed the performance of the extended unconstrained approach (EXUC) and the latent moderated structural equation modeling (LMS) method, in situations where structural equation models (SEM) are comprised by linear, quadratic and interaction terms tested simultaneously, and we investigated the limitations of both procedures with regard to using parallel and congeneric indicators, a relatively large number of indicators and relatively low factor loadings. The second study analyzed the relevance of assessing interaction and quadratic effects as a base-line model when using the LMS method to fit a nonlinear SEM model and assessed the empirical consequences of structural model specification (i.e., correct specification, incorrect specification, underspecification and over-specification) in situations where sample size and composite factor reliability varied across conditions. The third study assessed the consequences for nonlinear model parameter estimates and Type I error rates of using items –instead of continuous indicators– comprised of five-response alternatives treated as continuous variables and the consequences of using item-parcels as continuous indicators of the measurement models used to fit nonlinear SEM models by using the LMS method. The fourth study aimed to explain how a new version of the LMS method adapted to categorical items (LMS-Cat) operates and how it can be implemented in Mplus; in addition, we assessed Type I error rates and power when using LMS-Cat to estimate models with a single interaction effect and models with interaction and quadratic effects tested simultaneously.

Research findings derived from studies revealed that: (a) The LMS method was the best option to fit nonlinear SEM models when exogenous factors are normally distributed and the advantages of LMS are more prominent when indicators are congeneric and factor loadings are relatively low. The EXUC procedure was a suitable option to fit the model only when indicators were parallel and factor loadings were large. (b) When exogenous factors are correlated, using a misspecified structural model for data analyses may result in spurious or overestimated parameter estimates and large Type I error rates, therefore, whenever research is conducted to seek for either an interaction or a quadratic relationship between latent variables, interaction and quadratic effects must be tested simultaneously in the structural model, although in those situations larger composite factor reliability and large sample size is required. (c) Treating categorical items as continuous indicators for the measurement model of the latent variables used to assess nonlinear relationships between them may result in non-negligible bias of parameter estimates and large Type I error rates, especially when items are asymmetric; these problems are not possible to overcome by using item-parcels as indicators for latent variable measurement models. (d) Using the LMS-Cat method allows for unbiased parameter estimates, acceptable Type I error rates and acceptable power when fitting a nonlinear model comprised by interaction terms and more complex models that estimate interaction and quadratic terms simultaneously, even when items are asymmetric.

Results are discussed in line with previous literature in nonlinear SEM models and, some practical recommendations for applied research are provided. In addition, we discussed the limitations of the research studies in this thesis and some research lines arising from current thesis are proposed.

## PREFACIO

*El escritor verdadero escribe  
sobre la realidad que ha sufrido y amado  
(Ernesto Sábato)*

Durante los pasados cuatro años han sido numerosas las personas que me han preguntado “¿en qué estás haciendo tu tesis?” o “¿de qué trata tu tesis?”. La mayor parte de las veces mi respuesta ha sido escueta y he respondido simplemente: “de metodología” o “de estadística”, pero una vez mi interlocutor pidió más detalles y se los dí, a lo que respondió con cara de asombro: “¿y cómo se te ocurrió ese tema?”. Fue ahí cuando logré conectar los puntos y recordé el momento en que se gestó esta tesis, hace ya bastantes años cuando era estudiante de segundo año de Sociología en la Universidad de Chile.

Por aquel entonces, yo cursaba una de las asignaturas obligatorias de la línea de estadística de la carrera que versaba sobre asociación de variables. El profesor de la asignatura, luego de explicar las enormes ventajas de la correlación lineal, nos explicó que la complejidad del mundo social hace que las relaciones entre variables generalmente no sean lineales, por lo que para poder dar cuenta de nuestros objetos de estudio, debíamos estar atentos la existencia de relaciones no lineales y nos mostró un gráfico donde se veía con una enorme claridad una relación cuadrática casi perfecta y cómo al calcular una correlación y/o una regresión lineal éramos ciegos a la verdadera relación entre las variables.

Esa imagen caló hondo en mi y sentí gran ansiedad de poder avanzar pronto en los cursos de estadística para poder aprender a analizar ese tipo de relaciones. Para mi sorpresa, el análisis de relaciones no lineales entre variables no era cubierto por ninguno de los cursos que tomé a lo largo de la carrera, con lo que cuando me enfrentaba a un análisis de datos frecuentemente me preguntaba por los errores que podía estar cometiendo sin saber.

Años más tarde me volví a topar con el mundo de las relaciones no lineales. En aquel entonces yo era una estudiante de master en la London School of Economics (Reino Unido) y el tópico apareció al final de un curso sobre modelos de regresión. Debo confesar que mi falta de conocimientos en matemáticas de aquel entonces me impidió comprender gran parte de lo que mis profesores explicaban en sus clases, pero lo que si me quedó claro era que desde el apasionante mundo de la estadística el problema de la no linealidad no tenía una respuesta simple y que destinar un espacio a estudiarlas era un buen camino a seguir.

Una vez concluido mi master, tenía claro que quería seguir estudios doctorales pero no tenía claro en qué. La sociología me había dejado de interesar hace mucho tiempo y no encontraba un tema dentro de la disciplina que me generase verdadera motivación. Durante dos años busqué incansablemente un tema sociológico que me resultase interesante, hasta que finalmente me rendí a aceptar que la estadística y la metodología cuantitativa era lo que realmente me apasionaba y que, dentro de ella, las relaciones no lineales seguían siendo un tema pendiente dentro de mi aprendizaje, por lo que valía la pena ir a por ellas. Cuatro años han pasado desde ese momento y, a pesar de lo duro –y por qué no decirlo, doloroso también– que ha sido hacer esta tesis doctoral, no me he arrepentido ni por un segundo de la decisión que tomé.

Esta tesis recoge los principales productos derivados de cuatro investigaciones que he realizado durante estos años sobre modelos no lineales de variable latente. Cada una de ellas fue concebida y escrita como un artículo de investigación, pues mi programa original consistía en hacer una tesis por publicaciones. Sin embargo, los largos periodos de espera derivados de los rigurosos procesos de arbitraje por pares de las revistas indexadas de prestigio en el campo, impidieron que ese fuera el formato final de esta tesis. Pese a ello, he decidido mantener el formato de artículos, transformados en capítulos, de modo que el lector interesado sólo en una parte de esta tesis no requiera leer todo el documento para comprender el trabajo realizado.

Los artículos que conforman esta tesis fueron escritos originalmente en inglés y uno de ellos ha sido recientemente publicado en *Multivariate Behavioral Research*. Para efectos de este documento –y con el objetivo de respetar los acuerdos de publicación con las revistas científicas– los manuscritos originales publicados y/o enviados a evaluación se han adaptado y se presentan en esta tesis escritos en castellano latinoamericano. En el proceso de traducción se intentó respetar al máximo la riqueza lingüística del castellano, no obstante, cuando algún concepto era más preciso en inglés o se trataba del nombre de algún procedimiento, se optó por dejarlo en inglés.

En conjunto, esta tesis busca responder la pregunta respecto a la influencia que tienen las características de los modelos de medida sobre las estimaciones de modelos no lineales de variable latente. Con estos capítulos o artículos he buscado contribuir a definir directrices para los investigadores aplicados interesados en lograr descripciones más precisas de sus objetos de estudio a través del análisis de relaciones no lineales. Espero que la lectura de esta tesis les motive y apasione tanto como a mí me ha apasionado su investigación y escritura.



# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN GENERAL

*Every major unsolved problem in science,  
from consciousness to cancer to the collective  
craziness of the economy, is non linear  
(Steven Strogatz)*





Los investigadores de las ciencias sociales y del comportamiento están frecuentemente interesados en analizar sistemas de relaciones e interrelaciones entre variables. Para ello generalmente utilizan técnicas y modelos lineales de análisis ya que estos constituyen el sistema de modelos de análisis multivariable más desarrollado del que se dispone (McDonald, 1986). Sin embargo, es sabido que en la naturaleza (e.g., física, biológica, económica, social, etc.) las relaciones no lineales son la regla más que la excepción. Es por ello que las distintas disciplinas científicas han dedicado esfuerzos a desarrollar técnicas que permitan dar cuenta de este tipo de relaciones.

En ciencias sociales, una de las técnicas estadísticas que probablemente ha tenido más auge en años recientes son los modelos de ecuaciones estructurales (también conocidos como modelos SEM por sus siglas en inglés). Si bien en sus orígenes, los modelos SEM fueron concebidos como un método para examinar relaciones lineales (Wall, 2009), su definición en tanto herramientas de análisis de patrones de relaciones e interrelaciones entre variables observadas y/o latentes no implica asumir ni restringir estas relaciones al ámbito puramente lineal. Así, la idea detrás del desarrollo de modelos SEM no lineales debe ser entendida no como una extensión de los modelos SEM lineales sino como un esfuerzo por hacer de estas técnicas una herramienta más completa y útil (Wall & Amemiya, 2004).

Probablemente debido a que el interés principal de los investigadores en ciencias sociales y del comportamiento está puesto en la medición y análisis de variables latentes, los primeros trabajos tendientes a desarrollar modelos adecuados para examinar relaciones no lineales fueron desarrollados en el ámbito de los modelos de medida. Ejemplo de ello son los desarrollos del análisis factorial confirmatorio para variables ordinales (Christofferson, 1975, 1977; McDonald, 1982; Muthén, 1978) y su

posterior generalización a modelos SEM propiamente tales<sup>1</sup> (e.g., Muthén, 1983, 1984). Estos trabajos dan cuenta de la necesidad de las ciencias del comportamiento de abordar y analizar explícitamente el tipo particular de no linealidad generada como consecuencia de la medición de variables discretas y su relación con una o más variables latentes.

Dado que el interés de los científicos sociales se centra no sólo en efectos no lineales producto de los problemas inherentes a la medición de variables observadas discontinuas y su relación con variables latentes, sino también en las relaciones *entre* variables latentes que impliquen espacios latentes no lineales, el desarrollo de modelos que permitan su análisis es de enorme interés y relevancia. Uno de los primeros trabajos destinados a analizar relaciones no lineales en espacios latentes fue el análisis factorial no lineal (McDonald, 1962, 1967), no obstante, el primer modelo SEM no lineal propiamente tal fue desarrollado con bastante posterioridad.

El primer procedimiento para analizar relaciones no lineales entre variables latentes fue el *constrained approach* desarrollado por Kenny y Judd (1984). Este procedimiento se basa en la creación de productos de indicadores continuos para generar modelos de medida para variables latentes ‘fantasma’ que representaban efectos de interacción entre variables latentes o efectos cuadráticos. Debido a las dificultades técnicas de trabajar con productos de indicadores (e.g., no normalidad, multicolinealidad perfecta, correlación entre errores de medida, etc.), sus autores plantearon la necesidad de imponer una serie de restricciones a los parámetros a estimar (i.e., *parameter constrains*), las cuales exigían altos conocimientos de álgebra matricial de los investigadores interesados en utilizar el procedimiento y, al mismo tiempo, lo hacía muy propenso a errores de implementación. Pese a ello, el *constrained approach*

---

<sup>1</sup> Para efectos del presente documento se entenderá por modelos SEM propiamente tales a aquellos modelos que analizan simultáneamente modelos de medida y modelos de estructura; excluyendo de ellos los modelos que únicamente desarrollan modelos de medida.

marca un importante hito dentro del desarrollo de los modelos SEM, inaugurando toda una corriente de investigación metodológica en modelos no lineales.

A partir del trabajo seminal de Kenny y Judd, se han desarrollado diversos procedimientos y métodos para estimar modelos no lineales de variable latente basados en el principio general de creación de productos de indicadores. Por ejemplo, el procedimiento *constrained with mean structure* (Jaccard & Wan, 1995; Jöreskog & Yang, 1996), el procedimiento por *single-indicator* (Ping, 1995), el procedimiento *partially constrained* (Wall & Amemiya, 2001), el *unconstrained approach* (UC; Marsh, Wen, & Hau, 2004) y el procedimiento *extended unconstrained approach* (EXUC; Kelava & Brandt, 2009). Paralelamente, se han desarrollado otras corrientes destinadas a analizar efectos no lineales entre variables latentes, entre las cuales destacan el método *two-stage least squares* (Bollen & Paxton, 1998), métodos analíticos de distribuciones como el *latent moderated structural equations* (LMS; Klein & Moosbrugger, 2000) y el *quasi-maximum likelihood* (QML; Klein & Muthén, 2007), métodos basados en momentos (Mooijaart & Bentler, 2010; Wall & Amemiya, 2003), diversos procedimientos bayesianos (e.g., Lee, Song, & Tang, 2007; Kelava & Nagengast, 2012; Wall, 2009), métodos de mixturas (Kelava, Nagengast, & Brandt, 2014), entre otros.

Si bien estas propuestas han jugado un importante rol en el desarrollo de métodos y procedimientos para analizar relaciones no lineales entre variables latentes, un número importante de ellos ha evidenciado algunos problemas técnicos (e.g., sesgo en la estimación de parámetros sobre los niveles considerados como aceptables) y/o resultan difíciles de implementar en software comúnmente utilizados en investigación aplicada lo cual ha mermado su aplicación a problemas empíricos. Como resultado de investigaciones previas, hoy en día es posible afirmar que dos aproximaciones resultan

ser las más prometedoras para la investigación aplicada por sus prometedores resultados y su fácil implementación en software habitualmente empleados en investigación: el procedimiento EXUC (Kelava & Brandt, 2009), dentro de la corriente de productos de indicadores, el cual es posible de implementar en cualquier software capaz de trabajar con modelos SEM, y el método LMS (Klein & Moosbrugger, 2000), dentro de la corriente analítica de distribuciones, que se encuentra implementado en Mplus (Muthén & Muthén, 2011).

Diversas investigaciones (e.g. Kelava et al., 2011, Jackman, Leite, & Cochrane, 2011) han evaluado comparativamente ambos procedimientos, encontrando diferencias menores entre ambos. Sin embargo, la mayor parte de estas investigaciones se han restringido a comparar y evaluar el desempeño de los procedimientos en situaciones en las cuales los modelos de medida cuentan con una calidad óptima (e.g., indicadores continuos, paralelos, con cargas factoriales altas) y/o en modelos de análisis correctamente especificados (i.e., coincidentes con el modelo poblacional). Debido a que en investigación aplicada es frecuente trabajar con mediciones de menor calidad (e.g., indicadores con cargas factoriales relativamente bajas, congénicos, etc.) e indicadores categóricos, es importante establecer con claridad si es o no adecuado utilizar estos procedimientos en condiciones más cercanas a la investigación aplicada.

En este marco general, la presente tesis busca contribuir a determinar la influencia de las características y calidad de los modelos de medida en las estimaciones de modelos no lineales de variable latente y avanzar en definir sus condiciones de aplicabilidad para la investigación aplicada. Para ello se desarrollaron cuatro estudios independientes aunque interrelacionados, que contribuyen de manera progresiva a estos objetivos. Cada uno de los estudios fue escrito originalmente en inglés en formato artículo autocontenido para facilitar su envío a revistas científicas. Se ha optado por

mantener este formato para facilitar la lectura de las personas interesadas aspectos particulares de esta investigación. Cada estudio se presenta escrito en castellano, no obstante, para respetar los acuerdos de publicación con las revistas científicas, se han introducido modificaciones y adaptaciones a los artículos originalmente enviados y/o publicados.

El primer estudio está basado en un manuscrito que fue aceptado y recientemente publicado<sup>2</sup> en *Multivariate Behavioral Research* y busca determinar el funcionamiento del procedimiento EXUC y el método LMS en situaciones en las cuales la calidad de los modelos de medida formados por indicadores continuos decrece, para determinar la calidad mínima (i.e., magnitud de las cargas factoriales y tipo de medición, paralela y/o congénica) que debiesen tener los indicadores para poder utilizar dichos procedimientos ante modelos que evalúen simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos<sup>3</sup>.

Basándose en los resultados de la primera investigación, el segundo estudio busca determinar las consecuencias empíricas de posibles errores de especificación (i.e., incorrecta especificación, subespecificación, y sobreespecificación) en el tipo y número de efectos no lineales del modelo de estructura, así como también determinar el tamaño de muestra y los requisitos de fiabilidad compuesta de cada factor para estimar adecuadamente modelos no lineales de variable latente que analicen efectos de interacción, efectos cuadráticos y/o modelos que evalúen simultáneamente ambos tipos de efectos utilizando el método LMS.

El tercer estudio busca avanzar en determinar las condiciones de aplicabilidad del método LMS ante modelos de medida conformados por indicadores observados de

---

<sup>2</sup> Nota: los artículos que he escrito y publicado, al igual que esta tesis, los he firmado bajo el nombre de Karina Rdz-Navarro (Registro de Propiedad Intelectual de Chile N°4129).

<sup>3</sup> Para favorecer la replicabilidad de los estudios presentados en esta tesis, se provee de un ejemplo de código de simulación de datos en el anexo.

tipo ordinal. Considerando las prácticas habituales en investigación con modelos no lineales de variable latente, este estudio buscó establecer las consecuencias del tratamiento de los indicadores categóricos observados como si fuesen indicadores continuos para la estimación de parámetros y tasas de error Tipo I en modelos no lineales de variable latente y evaluar si el uso de parcelas de indicadores categóricos podría resultar beneficioso en este tipo de investigaciones.

El cuarto estudio, busca explorar una potencial solución a los problemas observados en el tercer estudio analizando la posibilidad de combinar el método LMS con la formulación de *latent response variable* (McKelvey & Zavoina, 1975; Muthén, 1983) para poder estimar modelos no lineales de variable latente en situaciones en que los modelos de medida están compuestos por indicadores categóricos. De acuerdo con esto, se elabora una nota tutorial explicando cómo funciona este procedimiento y se realiza una investigación Monte Carlo tendiente a evaluar la calidad de sus estimaciones en un grupo de condiciones seleccionadas, entregando también indicaciones y recomendaciones a los investigadores aplicados interesados en esta metodología.

Finalmente, en las conclusiones se discuten los resultados de las investigaciones realizadas en esta tesis y se profundiza en las potencialidades y limitaciones de los modelos no lineales examinados, en miras a entregar algunas directrices a los investigadores aplicados interesados en analizar relaciones no lineales a través de modelos de ecuaciones estructurales.

## CAPÍTULO II

### **REEXAMINANDO LOS MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES: EL EFECTO DE LAS MEDICIONES PARALELAS Y CONGENÉRICAS**

Este capítulo es una adaptación de:

Rdz-Navarro, K., & Alvarado, J. M. (2015). Reexamining nonlinear structural equation modeling procedures: The effect of parallel and congeneric measures. *Multivariate Behavioral Research*, 50(6), 645-661. DOI: 10.1080/00273171.2015.1071236. © Taylor & Francis.





## Resumen

El presente estudio evalúa, por medio de un estudio Monte Carlo, el desempeño del *extended unconstrained approach* (EXUC) y el método *latent moderated structural equation modeling* (LMS) en situaciones en las que se analiza simultáneamente efectos cuadráticos y de interacción, y se investigan sus limitaciones respecto al uso de mediciones paralelas y congénicas en condiciones en las cuales se trabaja con números relativamente altos de indicadores con baja fiabilidad. Los resultados mostraron que LMS es la mejor opción para testear múltiples efectos no lineales, y que sus ventajas tienden a ser más prominentes cuando las fiabilidades de los indicadores son bajas y heterogéneas. Por su parte, el procedimiento EXUC fue una opción aceptable para estimar el modelo solo cuando los indicadores eran paralelos y tenían altas fiabilidades. Se incluye un ejemplo empírico para mostrar el uso de los procedimientos y se discute la importancia y características que deben tener los modelos de medida para poder modelar adecuadamente relaciones no lineales.

## **Abstract**

The current study examines the performance of the extended unconstrained approach (EXUC) and the latent moderated structural equation modeling method (LMS) in situations where quadratic and interaction terms are tested simultaneously; and investigate their limitations with regard to the use of parallel and congeneric measures, relatively low indicator reliabilities, and relatively large numbers of indicators. By means of a Monte Carlo study, we found LMS to be the best option for testing multiple nonlinear effects, and its advantages became more prominent when indicator reliabilities were heterogeneous and small. The EXUC was an acceptable option for estimating the model when indicators were parallel and exhibited large indicator reliabilities. An empirical example of the results is provided, and the relevance of measurement model characteristics to assess nonlinear relationships is discussed.

## Introducción

En las últimas tres décadas, se han desarrollado diversos procedimientos para testear relaciones no lineales entre variables latentes (e.g., Algina & Moulder, 2001; Bollen & Paxton, 1998; Kenny & Judd, 1984; Klein & Moosbrugger, 2000; Klein & Muthén, 2007; Marsh, Wen, & Hau, 2004, 2006; Ping, 1995, 1996; Wall & Amemiya, 2001). La mayor parte de ellos permite testear un solo efecto no lineal (e.g., efecto de interacción) sobre una variable endógena latente u observada. No obstante para evitar detectar efectos no lineales espurios y/o sobreestimados por problemas de especificación se ha sugerido analizar simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos en los modelos (Ganzach, 1997, 1998; Klein, Schermelleh-Engel, Moosbrugger, & Kelava, 2009; Lubinski & Humphreys, 1990).

Dentro de los modelos de ecuaciones estructurales (SEM) no lineales, el *extended unconstrained approach* (EXUC; Kelava & Brandt, 2009) y el método *latent moderated structural equations* (LMS; Klein & Moosbrugger, 2000) permiten estimar simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos y están disponibles para los investigadores aplicados<sup>4</sup>. Estudios previos (e.g., Brandt, Kelava, & Klein, 2014; Kelava & Nagengast, 2012; Kelava et al. 2011), han mostrado que el desempeño de EXUC y LMS es bastante similar cuando los factores exógenos provienen de una distribución normal. Sin embargo, las características de esos procedimientos sugieren que las diferencias entre ellos podrían ser profundas como resultado de contar con

---

<sup>4</sup> LMS está implementado en Mplus (Muthén & Muthén, 2011) y EXUC puede ser implementado en cualquier software capaz de estimar modelos SEM.

indicadores con baja fiabilidad, indicadores paralelos o indicadores congénéricos<sup>5</sup>, y/o utilizar un número relativamente alto de indicadores por factor.

La literatura sugiere que la fiabilidad de los indicadores tendría un fuerte impacto tanto sobre el sesgo en la estimación de los parámetros y errores típicos, así como sobre las tasas de error Tipo I y error Tipo II en diversos modelos (Grewal, Cote, & Baumgartner, 2004; Harring, Weiss, & Hsu, 2012; Kelava et al., 2011), y este impacto podría ser especialmente importante en el caso de las aproximaciones basadas en el análisis de productos de indicadores como EXUC, ya que la creación de los productos incrementa el problema del error de medida (Jaccard & Wan, 1995; Moulder & Algina, 2002). Las investigaciones que han comparado EXUC y LMS en escenarios de múltiples efectos no lineales ha empleado exclusivamente indicadores paralelos con altas fiabilidades (i.e.,  $\lambda^2 = .8$ ) (e.g., Kelava, Moosbrugger, Dimitruk, & Schermelleh-Engel, 2008; Kelava & Nagengast, 2012; Moosbrugger, Schermelleh-Engel, Kelava, & Klein, 2009), mientras que los pocos estudios que han evaluado modelos no lineales utilizando indicadores congénéricos y con fiabilidades más pequeñas se han centrado en el análisis de modelos que solo consideran un único efecto de interacción (Foldness & Hagtvet, 2014; Jackman, Leite, & Cochrane, 2011; Marsh et al., 2004), por lo cual se desconocen las consecuencias que estas situaciones tendrían para la estimación de efectos cuadráticos y/o múltiples efectos no lineales.

A su vez, algunas investigaciones han advertido que emplear muchos indicadores por factor incrementaría la complejidad del modelo y podría producir fallos computacionales y bajas tasas de convergencia (Jaccard & Wan, 1995; Klein & Stoolmiller, 2003; Rigdon, Schumacker, & Wothke, 1998). No obstante, la evidencia sugiere que en estudios aplicados los investigadores tienden a medir los constructos

---

<sup>5</sup> Para efectos del presente estudio se usarán los conceptos “medición paralela” o “indicadores paralelos” como sinónimos. De manera similar, se usarán los conceptos de “medición congénérica” o “indicadores congénéricos”.

latentes empleando muchos indicadores por factor, debido a las consecuencias positivas que esto ha mostrado en modelos de análisis factorial (MacCallum, Widaman, Zhang, & Hong, 1999; Marsh, Hau, Balla, & Grayson, 1998). Así, las investigaciones que han empleado modelos SEM no lineales en datos reales (e.g., Dietrich & Kracke, 2009; Diestel & Schmidt, 2009; Eisenberg et al., 2010; Markon, 2010; Takeuchi, Wang, Marinova, & Yao, 2009) han usado entre tres y hasta más de 20 indicadores por factor, con fiabilidades dentro de un amplio rango. Pese a esto, la evidencia respecto al desempeño de LMS y EXUC basada en estudios Monte Carlo se ha limitado a evaluar el desempeño de estos procedimientos utilizando tres o cuatro indicadores por factor, y las investigaciones que han considerado un número mayor de indicadores se han enfocado en evaluar únicamente efectos de interacción.

La presente investigación pretende abordar estos vacíos en la literatura, examinando el desempeño de EXUC y LMS en situaciones en las cuales se analizan simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos, explorando también sus limitaciones y potencialidades en situaciones en que se dispone de indicadores paralelos y congénicos, fiabilidades de los indicadores relativamente bajas y distintos números de indicadores por factor.

## Modelos no lineales de ecuaciones estructurales

Este estudio se centra en modelos SEM que ponen a prueba múltiples efectos no lineales entre las variables latentes de manera simultánea, como el modelo presentado en la Ecuación (1), donde  $\xi_1$  y  $\xi_2$  representan dos factores exógenos,  $\zeta$  es un error con distribución normal,  $\alpha$  es un intercepto latente, los parámetros  $\gamma$  representan efectos lineales de los factores exógenos,  $\omega_{12}$  representa el efecto de interacción entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ , y  $\omega_{11}$  y  $\omega_{22}$  representan los efectos cuadráticos de los factores exógenos sobre la variable latente endógena  $\eta$ .

$$\eta = \alpha + \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \omega_{12} \xi_1 \xi_2 + \omega_{11} \xi_1^2 + \omega_{22} \xi_2^2 + \zeta \quad (1)$$

Para estimar modelos de este tipo se han desarrollado al menos dos tradiciones: las aproximaciones que trabajan con el producto de los indicadores y los métodos analíticos de distribuciones. La aproximación basada en productos de indicadores fue desarrollada originalmente por Kenny y Judd (1984), no obstante, debido a las complejas restricciones en los parámetros, no se han encontrado estudios empíricos que la utilicen. Posteriormente Marsh et al. (2004) propusieron una modificación del procedimiento original facilitando su aplicación. Recientemente, Kelava y Brandt (2009) han propuesto la aproximación EXUC que es una extensión del procedimiento de Marsh et al. (2004) destinada a permitir la estimación simultánea de múltiples efectos no lineales de una manera relativamente simple.

## El procedimiento EXUC

Para ajustar el modelo de la Ecuación (1) con EXUC es necesario estimar los términos no lineales ( $\xi_1\xi_2$ ,  $\xi_1^2$ , y  $\xi_2^2$ ) del modelo. Si los factores exógenos ( $\xi_1$  y  $\xi_2$ ) tienen una distribución normal, las características de los términos no lineales dependen solo de las medias, varianzas y covarianzas de los factores exógenos (para una demostración matemática cf. Aiken & West, 1991). Dentro de la aproximación EXUC,  $\xi_1\xi_2$ ,  $\xi_1^2$ , y  $\xi_2^2$  requieren de un modelo de medida, el cual se obtiene mediante la creación de productos de indicadores, proceso que se realiza en dos pasos. En primer lugar, los indicadores de los factores exógenos deben ser centrados y luego, los indicadores centrados se usan para crear los productos de los indicadores empleando la estrategia de *matched pairs* para los efectos de interacción (cf. Marsh et al., 2004), y elevando al cuadrado cada indicador para los efectos cuadráticos, como se muestra en la Figura 1. En consecuencia, la ecuación de medida para un indicador centrado ( $x_i$ ) que mida el factor  $\xi_j$  estará dada por la Ecuación (2), y la ecuación los modelos de medida de los productos dependerá de esta. Así, por ejemplo, en la Figura 1, la ecuación del modelo de medida para el producto de los indicadores  $x_2$  y  $x_6$  estará dada por la Ecuación (3), en tanto que la ecuación de medida para uno de los indicadores de los efectos cuadráticos estará dada por la Ecuación (4) (Marsh et al., 2006).

$$x_i = \lambda_{x_i} \xi_j + \delta_i, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_2 x_6 &= (\lambda_{x_2} \xi_1 + \delta_2) \times (\lambda_{x_6} \xi_2 + \delta_6) \\ &= \underbrace{\lambda_{x_2} \lambda_{x_6} \xi_1 \xi_2}_{\lambda_{x_{10}}} + \underbrace{\lambda_{x_2} \xi_1 \delta_6 + \lambda_{x_6} \xi_2 \delta_2 + \delta_2 \delta_6}_{\delta_{10}} = \lambda_{x_{10}} \xi_1 \xi_2 + \delta_{10}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$x_2^2 = (\lambda_{x_2} \xi_1 + \delta_2) \times (\lambda_{x_2} \xi_1 + \delta_2) = \underbrace{\lambda_{x_2}^2 \xi_1^2}_{\lambda_{x_{14}}} + \underbrace{2(\lambda_{x_2} \xi_1 \delta_2) + \delta_2^2}_{\delta_{14}} = \lambda_{x_{14}} \xi_1^2 + \delta_{14}. \quad (4)$$



A diferencia de aproximaciones anteriores basadas en el producto de indicadores (e.g., Kenny & Judd, 1984; Wall & Amemiya, 2001), dentro de EXUC las cargas factoriales y errores son estimados libremente y se deben estimar y especificar las covarianzas entre los errores de los términos no lineales que comparten indicadores en su creación (ver Figura 1), pues de lo contrario se obtendrán efectos no lineales sesgados (Kelava & Brandt, 2009; Kelava et al., 2008).

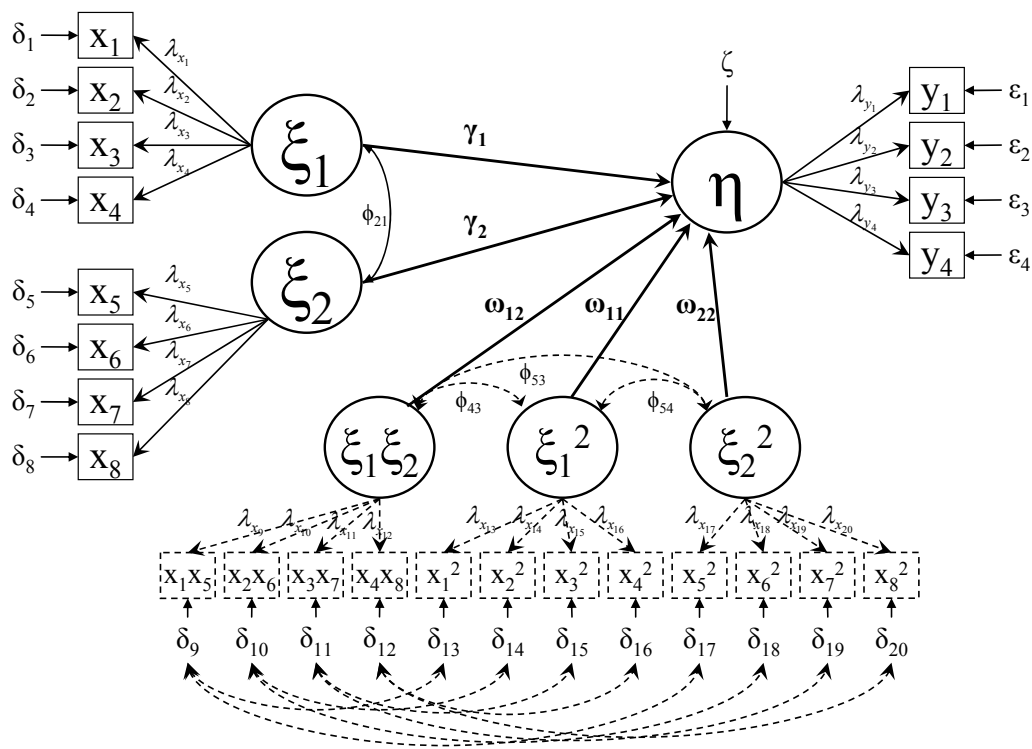


Figura 1. Especificación de un modelo SEM no lineal, usando cuatro indicadores por factor. Las especificaciones requeridas exclusivamente para el extended unconstrained approach (EXUC) se muestran en línea punteada, y las especificaciones comunes al método latent moderated structural equation modeling (LMS) y a EXUC se muestran en línea continua. Adaptado con autorización de los autores desde “Estimation of nonlinear latent structural equation models using the extended unconstrained approach” por A. Kelava y H. Brandt, 2009, *Review of Psychology*, 16(2), p. 124.

Para identificar el modelo, la métrica de cada factor (y término no lineal) debe ser asignada fijando a 1 la carga factorial de uno de sus indicadores. A su vez, se debe permitir que los factores exógenos correlacionen entre sí; se deben estimar las covarianzas entre los términos no lineales (ver Figura 1); y se debe especificar la estructura de medias para el modelo. Finalmente, la estimación de los parámetros del modelo es obtenida a través de una estimación por máxima-verosimilitud (ML) basada en la matriz de varianza-covarianza conformada por los indicadores originales y los productos generados.

## **El método LMS**

A diferencia de EXUC, el método LMS no requiere crear productos de indicadores, pues estimará los parámetros del modelo a partir de analizar la distribución condicional de los indicadores.

Por definición, siempre que un set de factores exógenos tenga una distribución normal y se relacione no linealmente con una variable endógena ( $\eta$ ), la distribución de  $\eta$  diferirá de una distribución normal en un grado que variará de acuerdo con la intensidad de la relación no lineal, y su distribución se reflejará en sus indicadores continuos ( $y_i$ ). Este hecho permite a LMS estimar los parámetros del modelo reconociendo explícitamente la no normalidad de la variable latente dependiente y sus indicadores  $y_i$  (Klein & Moosbrugger, 2000).

Así, asumiendo factores exógenos y errores de medida ( $\delta_i$ ) y predicción ( $\zeta$ ) normalmente distribuidos, LMS reemplazará los  $j$  factores exógenos ( $\xi_1$  y  $\xi_2$  en la Ecuación 1) por un conjunto de vectores o componentes ortogonales con distribución normal estándar ( $v$ ) empleando la descomposición de Cholesky expresada en la

Ecuación (5) donde  $\Phi$  es una matriz positiva definida ( $j \times j$ ) de covarianzas de factores exógenos, que es reemplazada por una matriz triangular inferior  $A$  que reproduce la matriz  $\Phi$ ;  $I$  es una matriz identidad ( $j \times j$ ), que es reemplazada por el producto de un vector ( $j \times 1$ )  $v = (v_1, \dots, v_j)$  que contiene los componentes ortogonales que reemplazan a los factores originales.

$$\Phi = \xi\xi' = AA' = AIA' = Avv'A' = (Av)(Av)' \quad (5)$$

La descomposición de Cholesky permite separar las partes lineal y no lineal de las ecuaciones del modelo de estructura y los modelos de medida (Klein & Moosbrugger, 2000) y representar la distribución multivariada de los indicadores ( $x_i, y_i$ ) como una mixtura de variables normalmente distribuidas que difieren en sus medias, varianzas y covarianzas, empleando el procedimiento de cuadratura *Hermite-Gaussian* como una aproximación numérica a la mixtura de distribuciones y pesos que participan en la descomposición (para detalles técnicos, cf. Klein & Moosbrugger, 2000; Kelava et al., 2011). Finalmente, el algoritmo EM se emplea para producir estimaciones ML de los parámetros y sus errores típicos.

## **Evidencia de estudios previos**

La fiabilidad de los indicadores –también conocida como comunalidad ( $\lambda^2$ ) en el contexto de análisis factorial– se define como la proporción de varianza de un indicador que es explicada por el factor latente (cf. Bollen, 1989). Desde los orígenes de los modelos SEM no lineales se ha enfatizado en su efecto sobre la precisión de las estimaciones de parámetros y errores típicos, no sólo por su relevancia para los modelos de variable latente en general, sino por su particular importancia cuando existen relaciones no lineales.

Las razones que motivan estas preocupaciones radican en que, la fiabilidad disminuye al crear productos de indicadores en procedimientos como EXUC. Por definición, la fiabilidad del producto de dos variables dependerá de la fiabilidad de las variables que conformen el producto, conforme a las ecuaciones expresadas en (6) y (7) (cf. Dimitruk, Schermelleh-Engel, Kelava, & Moosbrugger, 2007).

$$Fiab(xz) = \frac{Fiab(x)Fiab(z) + cor(x, z)^2}{1 + cor(x, z)^2}, \quad (6)$$

$$Fiab(x^2) = [Fiab(x)]^2. \quad (7)$$

De las Ecuaciones (6) y (7) se deduce que: (a) la fiabilidad de los productos será siempre menor que la fiabilidad de los indicadores usados para su creación (excepto en el caso de indicadores con fiabilidad perfecta), (b) la fiabilidad de los productos aumentará a medida que aumente la fiabilidad de los indicadores originales, y (c) la fiabilidad de los productos usados para medir la interacción aumentará si aumenta la correlación entre los factores, ya que la  $cor(x, z)$  depende de la correlación entre los factores  $\xi_1$  y  $\xi_2$ . Así, la disminución de la fiabilidad en los productos puede afectar la precisión de la estimación de parámetros, errores típicos, y en las tasas de error Tipo I y Tipo II, especialmente si se combina con tamaños de muestra pequeños y/o factores exógenos altamente correlacionados (Grewal et al., 2004; Kelava et al., 2008; Kelava et al., 2011; Klein et al., 2009; Moosbrugger, Schermelleh-Engel, & Klein, 1997).

En este escenario, LMS –que no requiere de la creación de productos– pareciera tener una importante ventaja sobre EXUC (Dimitruk et al., 2007; Kelava et al., 2011; Moosbrugger et al., 1997). Investigaciones previas han reportado evidencia a favor de la precisión de las estimaciones de LMS cuando los factores exógenos provienen de una distribución normal (e.g., Klein et al., 2009; Marsh et al., 2004), pero no se cuenta con antecedentes respecto de sus requisitos en términos de fiabilidad mínima de los

indicadores ni de las posibles consecuencias de emplear indicadores con cargas factoriales heterogéneas (especialmente cuando se evalúan efectos cuadráticos), o respecto de número de indicadores necesario para estimar el modelo.

Así, aunque el método LMS no requiere el cálculo de productos, la fiabilidad de los indicadores podría afectar su recuperación de parámetros ya que es sabido que en diversos modelos de variable latente, la potencia y la precisión de la estimación de parámetros y errores típicos es menor a medida que la disminuye fiabilidad de los indicadores (cf. Grewal et al., 2004; Harring et al., 2012; MacCallum et al., 1999). Esto podría ser también el caso de LMS, pues este método opera reemplazando los factores exógenos por vectores estimados a partir de los indicadores y usa esos vectores para estimar los parámetros del modelo, por lo cual la magnitud y la heterogeneidad de las fiabilidades de los indicadores podría afectar la precisión de estimación de parámetros y errores típicos en LMS.

Las investigaciones que han comparado el método LMS con las aproximaciones basadas en los productos de indicadores en modelos como el de la Ecuación (1), han sido desarrolladas empleando indicadores paralelos con fiabilidades relativamente altas (por ejemplo, Kelava et al., 2008, Kelava & Nagengast, 2012, y Moosbrugger et al., 2009 consideraron fiabilidades iguales a .8), combinados con un pequeño número de indicadores por factor (generalmente tres o cuatro), lo que contrasta con los escenarios de la investigación empírica en los que las fiabilidades de los indicadores son mucho menores y heterogéneas. En efecto, la evidencia de algunos meta-análisis sugiere que las cargas factoriales en la investigación aplicada son generalmente heterogéneas (i.e., indicadores congénicos) y muy cercanas a los puntos de corte definidos como ‘mínimos’ para la retención de un indicador en análisis factorial exploratorio (i.e.,  $\lambda$  desde .3 a .5; cf. Henson & Roberts, 2006; Peterson, 2000), situación que también se

observa en las investigaciones con datos reales que han usado modelos SEM no lineales (e.g., Dietrich & Kracke, 2009; Diestel & Schmidt, 2009; Eisenberg et al., 2010; Markon, 2010; Takeuchi et al., 2009). A este respecto, los estudios Monte Carlo en modelos que estiman un solo efecto de interacción han mostrado resultados aceptables cuando se emplean indicadores congénéricos (Foldnes & Hagtvet, 2014; Jackman et al., 2011; Marsh et al., 2004; Wu, Wen, Marsh, & Hau, 2013), pero no se cuenta con evidencia respecto a la posibilidad de generalizar estos resultados a modelos que analicen efectos cuadráticos.

Adicionalmente, los investigadores aplicados tienden a emplear un número relativamente alto de indicadores por factor para incrementar la validez y fiabilidad global de sus mediciones e incrementar la probabilidad de lograr estimaciones convergentes y admisibles al utilizar análisis factorial (Gagne & Hancock, 2006; MacCallum et al., 1999; Marsh et al., 1998). Esta situación también se observa en la investigación aplicada que utiliza modelos SEM no lineales que generalmente usan entre tres y hasta más de 20 indicadores por factor.

Algunos autores creen que utilizar un alto número de indicadores por factor en modelos SEM no lineales sería perjudicial para LMS y EXUC, aunque por razones diferentes. Por un lado, LMS podría no ser robusto al empleo de muchos indicadores en los modelos de medida (Klein & Stoolmiller, 2003), porque su carga computacional aumenta rápidamente cuando se analizan múltiples efectos no lineales simultáneamente (Klein & Muthén, 2007) y esto puede producir fallos en el proceso de estimación. Por otro lado, incrementar el número de indicadores en EXUC aumenta el número de productos requeridos para los efectos no lineales, lo que podría aumentar los problemas de convergencia (cf. Jaccard & Wan, 1995; Rigdon et al., 1998) y generar estimaciones inestables (Klein & Muthén, 2007).

A la fecha, se han encontrado dos estudios que emplean números relativamente altos de indicadores para analizar relaciones no lineales utilizando modelos SEM (Jackman et al., 2011; Wu et al., 2013). Contrariamente a las predicciones, sus resultados sugieren que incrementar el número de indicadores mejora las probabilidades de obtener ‘soluciones apropiadas’ (i.e., porcentaje de estimaciones convergentes y estimaciones admisibles) y estimaciones de parámetros más precisas. No obstante, esos estudios se han centrado en escenarios en los que existe un único efecto de interacción, por lo cual se requiere de evidencia que permita saber si estos resultados son generalizables a escenarios en que se pongan a prueba simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos.

Por otro lado, la literatura sobre modelos SEM no lineales ha reconocido que la correlación entre factores latentes tiene un impacto negativo sobre la calidad de las estimaciones de los errores típicos para las aproximaciones basadas en productos de indicadores como EXUC (e.g., Kelava et al., 2008; Kelava et al., 2011; Marsh et al., 2004; Moosbrugger et al., 1997) que no consideran explícitamente el problema de la no normalidad de los productos y aquella producida inherentemente por la existencia de relaciones no lineales; y se ha mostrado que LMS lograría estimaciones estables e insesgadas de parámetros y errores típicos en situaciones equivalentes (Klein & Moosbrugger, 2000; Klein & Muthén, 2007). No obstante, se desconocen las situaciones bajo las cuales EXUC podría ser una alternativa competitiva a LMS, o si es posible corregir los sesgos de estimación de los errores típicos al utilizar un procedimiento de estimación ML robusto a las violaciones del supuesto de normalidad multivariante.

La estimación por máxima-verosimilitud robusta (MLR) provee de errores típicos corregidos mediante el método de Satorra-Bentler (SB; Satorra & Bentler, 1988).

El desempeño de la estimación MLR en las aproximaciones basadas en productos de indicadores ha mostrado resultados contrastantes. Por un lado, Moulder y Algina (2002) encontraron que los errores típicos obtenidos por estimación ML tenían menores niveles de sesgo que los errores típicos obtenidos con la corrección SB. En tanto que otros autores (e.g., Cham, West, Ma, & Aiken, 2012; Marsh et al., 2004) encontraron que la corrección SB lograba reducir el sesgo de los errores típicos cuando las muestras estaban compuestas por al menos 500 casos. Ambos tipos de investigaciones sólo han examinado modelos con un único efecto de interacción y a la fecha, no se han encontrado investigaciones que evalúen la corrección SB en modelos SEM que analicen múltiples efectos no lineales de manera simultánea con EXUC. El presente estudio comparará las estimaciones ML y MLR para este procedimiento.

### **Estudio de Simulación**

El presente estudio busca evaluar el desempeño y las limitaciones de EXUC y LMS cuando se analizan simultáneamente múltiples efectos no lineales, en escenarios en los cuales las fiabilidades de los indicadores son relativamente bajas y heterogéneas y se trabaja con un mayor número de indicadores por factor que los considerados en investigaciones previas.

Para ello, se desarrolló un estudio Monte Carlo conforme al modelo de estructura expresado en la Ecuación (1) y al modelo de medida expresado en la Ecuación (2) para los indicadores observados, de acuerdo a una estructura simple sin *cross-loadings* (i.e., sin cargas factoriales cruzadas). Tanto los factores exógenos como los errores de medida y predicción (i.e.,  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $\zeta$ ,  $\epsilon_i$ , y  $\delta_i$ ) fueron simulados a partir de una distribución normal con media igual a cero. Cada parámetro lineal ( $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ ) y no



lineal ( $\omega_{12}$ ,  $\omega_{11}$ , y  $\omega_{22}$ ) fue ajustado para explicar un 9% y 5% de la varianza total de  $\eta$ , respectivamente.

Para generar los modelos de medida, primero se seleccionaron tres niveles ( $L$ ) de fiabilidades (i.e.,  $\lambda^2 = .3$ ,  $.5$ , y  $.7$ , que equivalen a  $\lambda = .55$ ,  $.71$ , y  $.84$ , respectivamente) para representar indicadores de media a excelente calidad, de acuerdo a las cargas factoriales generalmente encontradas en la investigación aplicada. Luego, se generaron dos tipos de modelos de medida: paralelos (PM) y congénéricos (CM). En las condiciones PM, todos los indicadores de los factores exógenos tuvieron la misma carga factorial, de acuerdo al nivel de  $L$  definido previamente; en tanto que en las condiciones CM, las fiabilidades variaron entre los indicadores ( $i$ ) y fueron definidas de manera independiente para cada factor ( $j$ ). Los valores de  $\lambda_{ij}^2$  fueron simulados con una distribución Uniforme ( $a$ ,  $b$ ), donde  $a = (L - .15)$  y  $b = (L + .15)$ . De este modo,  $\bar{\lambda}_j^2$  en cada condición CM se aproximará al valor de  $L$  en la condición PM equivalente. Los indicadores fueron ordenados de acuerdo a su fiabilidad y el indicador más fiable (o el producto más fiable) fue empleado para asignar la métrica de cada factor (y término no lineal en el caso de EXUC).

Adicionalmente, se utilizaron simularon dos niveles para el número de indicadores ( $ni$ ) de cada factor exógeno (i.e., 4 u 8). La correlación ( $\rho$ ) entre los factores exógenos fue ajustada en tres niveles (i.e., 0,  $.3$ , y  $.6$ ) y se trabajó con dos tamaños de muestra ( $N$ ) (i.e., 500 y 1000 sujetos). Para aislar el efecto de las fiabilidades y el número de indicadores de los factores exógenos, del efecto de las fiabilidades y el número de indicadores de los factores endógenos,  $\eta$  fue medida con cuatro indicadores con fiabilidades iguales a  $.7$  en todas las condiciones.

En síntesis, se generó un total de 72 condiciones (i.e., diseño de  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2$ ). Para cada condición se generaron 500 réplicas ( $n_r$ ) empleando el software R 2.15.2 (R

Development Core Team, 2012). Para cada set de datos, se estimó el modelo de la Ecuación (1). La estimación LMS se implementó en Mplus 6.11 (Muthén & Muthén, 2011) y la estimación EXUC se implementó en LISREL 8.8 (Jöreskog & Sörbom, 2006). Para EXUC, se empleó la estimación ML para obtener los parámetros y se comparó la estimación de los errores típicos no corregidos con las estimaciones corregidas por SB.

Cada procedimiento de estimación fue evaluado en su capacidad de lograr parámetros de estructura válidos y precisos. Específicamente, se evaluó el porcentaje de réplicas convergentes y admisibles para de cada condición, y el sesgo relativo (RB) de las estimaciones de los parámetros no lineales de acuerdo a la Ecuación (8), el sesgo relativo de la estimación de los errores típicos (RB<sub>SE</sub>) de acuerdo a la Ecuación (9) y la potencia para detectar efectos significativos a un nivel de confianza de 95%.

$$RB(\hat{\omega}_{jj}) = (\overline{\hat{\omega}_{jj}} - \omega_{jj}) / \omega_{jj}, \quad (8)$$

$$RB(SE(\hat{\omega}_{jj})) = (SE(\hat{\omega}_{jj}) - SD(\hat{\omega}_{jj})) / SD(\hat{\omega}_{jj}). \quad (9)$$

Se consideró aceptable obtener un porcentaje de soluciones convergentes y admisibles mayor o igual al 80% (Forero & Maydeu-Olivares, 2009), y obtener niveles de RB en la estimación de parámetros y SE menores o iguales a |0.05| (Hoogland & Boomsma, 1998). Adicionalmente, se utilizó un criterio *ad-hoc* para evaluar resultados no aceptables: se consideró ‘sesgo moderado’ a valores de entre |0.05| y |0.1|, y ‘sesgo severo’ a valores mayores que |0.1|. Finalmente, se consideró óptimo obtener una potencia igual o superior a 80% (Muthén & Muthén, 2002).

## Resultados

El método LMS mostró porcentajes óptimos (mayores o iguales a 99.8%) de soluciones convergentes y admisibles en todas las condiciones. En contraste, el desempeño del procedimiento EXUC varió a lo largo de las condiciones (ver Tabla 1) obteniendo tasas inaceptables de soluciones convergentes y admisibles cuando la correlación entre factores era alta y se combinaba con cuatro indicadores por factor con una fiabilidad media igual a .3. En otras situaciones, el porcentaje de réplicas convergentes y admisibles variaron desde niveles óptimos a perfectas, aunque se observa que estas tienden a disminuir a medida que el tamaño de la muestra, la fiabilidad de los indicadores y/o el número de los indicadores disminuye y cuando la correlación entre los factores alcanza a .6.

Tabla 1. *Porcentaje de réplicas convergentes y admisibles en EXUC.*

| $\rho$ |    |                   | 0    |      | .3   |      | .6          |             |      |
|--------|----|-------------------|------|------|------|------|-------------|-------------|------|
| N      |    |                   | 500  | 1000 | 500  | 1000 | 500         | 1000        |      |
| $ni$   | Tm | $\bar{\lambda}^2$ |      |      |      |      |             |             |      |
| 4      | PM | .3                | 92.4 | 99.6 | 92.0 | 98.2 | <b>58.6</b> | 82.4        |      |
|        |    | .5                | 100  | 100  | 100  | 100  | 99.6        | 100         |      |
|        |    | .7                | 100  | 100  | 100  | 100  | 100         | 100         |      |
|        | CM | .3                | 82.8 | 97.6 | 86.4 | 96.8 | <b>57.2</b> | <b>79.0</b> |      |
|        |    | .5                | 100  | 100  | 100  | 100  | 99.4        | 100         |      |
|        |    | .7                | 100  | 100  | 100  | 100  | 100         | 100         |      |
|        | 8  | PM                | .3   | 98.4 | 100  | 99.6 | 100         | 86.6        | 97.6 |
|        |    |                   | .5   | 100  | 100  | 100  | 100         | 100         | 100  |
|        |    |                   | .7   | 100  | 100  | 100  | 100         | 100         | 100  |
| CM     |    | .3                | 99.6 | 100  | 99.8 | 100  | 91.0        | 98.2        |      |
|        |    | .5                | 100  | 100  | 100  | 100  | 100         | 100         |      |
|        |    | .7                | 100  | 100  | 100  | 100  | 100         | 100         |      |

*Nota.*  $\rho$ : Correlación entre factores. N: Tamaño de la muestra.  $ni$ : Número de indicadores. Tm: Tipo de medición. PM: Mediciones paralelas. CM: Mediciones congenéricas.  $\bar{\lambda}^2$ : Fiabilidad media de los indicadores. Negrilla: Soluciones convergentes y admisibles  $\leq 80\%$ .

El sesgo relativo de los parámetros no lineales estimados por EXUC y LMS se muestra en la Tabla 2. El método LMS logró parámetros estimados con niveles aceptables o casi nulos de sesgo para los efectos de interacción y cuadráticos en todas las condiciones, y sus resultados no se vieron afectados por ninguna variable incluida en el estudio. En contraste, el desempeño de EXUC fue diferente para los efectos cuadráticos y de interacción, observándose que el nivel de sesgo fue afectado principalmente por el tipo de modelo de medida y la fiabilidad de los indicadores.

En conjunto, EXUC obtuvo parámetros sobrestimados en la mayor parte de las condiciones, aunque el monto de sobrestimación fue mayor para los efectos cuadráticos, y en las condiciones de mediciones congénicas. En efecto, en las condiciones de indicadores congénicos, los parámetros estimados para efectos de interacción mostraron niveles inaceptables de sesgo solo cuando la fiabilidad de los indicadores era igual a .3, pero los parámetros estimados de los efectos cuadráticos siempre fueron sobreestimados (aún en el mejor caso, cuando la media de las fiabilidades de los indicadores fueron iguales a .7). En contraste, en las condiciones de indicadores paralelos, el monto de sesgo para los efectos de interacción y cuadráticos disminuyó fuertemente a medida que la fiabilidad de los indicadores aumentaba, y en general alcanzó niveles aceptables (equivalentes a LMS) cuando las fiabilidades eran iguales o superiores a .5.

Aumentar el número de indicadores o el tamaño de la muestra disminuyó el sesgo de estimación de la interacción en ambos tipos de modelos de medida (PM y CM) en EXUC, y un efecto similar (aunque más pequeño) se encontró para la estimación de los efectos cuadráticos. Finalmente, el sesgo de los efectos de interacción tendió a ser más pequeño cuando la correlación entre los factores fue igual a .3 y tendió a ser más

alto cuando la correlación entre los factores era igual a cero o igual a .6. La estimación de los efectos cuadráticos no fue afectada por la correlación entre los factores.

Como se explicó anteriormente, para evaluar la precisión de la estimación de los errores típicos y la potencia, LMS fue evaluado empleando el estimador por defecto (i.e., MLR) que provee las estimaciones corregidas de los errores típicos, en tanto que EXUC fue evaluado empleando estimaciones de errores típicos corregidos y no corregidos (de aquí en adelante EXUC-SB y EXUC-ML, respectivamente).

Comparado con EXUC-ML, el uso de EXUC-SB generó: (a) aumentos en la magnitud de sesgo de los errores típicos, principalmente en condiciones con fiabilidades iguales a .3 (especialmente si se combinaban con altas correlaciones entre los factores exógenos) en las que previamente se habían observado niveles inaceptables de sesgo en los parámetros estimados; (b) resultados equivalentes a EXUC-ML en unas pocas condiciones (principalmente relacionadas con altas correlaciones entre los factores), y (c) una disminución de la magnitud de sesgo (entre un 1 y un 5%) comparado con EXUC-ML en la mayoría de las condiciones examinadas. Dada la superioridad general de EXUC-SB sobre EXUC-ML, las siguientes tablas muestran solo los resultados obtenidos por EXUC-SB<sup>6</sup>, destacando aquellas condiciones en que EXUC-SB obtuvo resultados inferiores a EXUC-ML.

La Tabla 3 muestra el sesgo de las estimaciones de los errores típicos para LMS y EXUC-SB. El método LMS logró estimaciones aceptables de los errores típicos en la mayor parte de las condiciones, y solo en unas pocas (sin un patrón claro), mostró niveles de sesgo ligeramente superiores a  $|\cdot 05|$ . En contraste, EXUC-SB generalmente mostró una estimación sesgada de los errores típicos en niveles desde moderados a severos. La situación más crítica se observó cuando la fiabilidad media de los

---

<sup>6</sup> Todos los resultados están disponibles solicitándolos a los autores.

indicadores fue igual a .3 y se combinó con cuatro indicadores por factor y una muestra de 500 sujetos, y/o altas correlaciones entre factores, en condiciones de indicadores paralelos y congénicos. En esas situaciones, los errores típicos fueron severamente sobrestimados, lo cual produjo a importantes pérdidas de potencia –como se verá más adelante– o fuertemente subestimados, lo cual podría aumentar las tasas de error Tipo I.

En conjunto, el monto de sesgo de las estimaciones de los errores típicos en EXUC-SB fue más pequeño para las interacciones que para los efectos cuadráticos y estuvo inversamente relacionado con la fiabilidad y el número de indicadores. No obstante, aún en los mejores escenarios, la magnitud de sesgo generalmente alcanzó niveles relevantes o severos, y solo en unas pocas condiciones (de acuerdo a un patrón más bien aleatorio) se obtuvieron resultados aceptables en las estimaciones de los errores típicos de los tres parámetros no lineales.

Tabla 2. Sesgo relativo de la estimación de los parámetros no lineales.

| $\rho$              |    |    |                   | 0                   |                     |                     |                     |                     |                     | .3                  |                     |                     |                     |                     |                     | .6                  |                     |                     |                     |                     |                     |      |
|---------------------|----|----|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------|
| Procedimiento       |    |    |                   | EXUC                |                     |                     | LMS                 |                     |                     | EXUC                |                     |                     | LMS                 |                     |                     | EXUC                |                     |                     | LMS                 |                     |                     |      |
| $\hat{\omega}_{ji}$ |    |    |                   | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |      |
| N                   | ni | Tm | $\bar{\lambda}^2$ |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |      |
| 500                 | 4  | PM | .3                | <b>.27</b>          | <b>.18</b>          | <u>.09</u>          | .01                 | .02                 | .01                 | <b>.15</b>          | <b>.12</b>          | <b>.11</b>          | .01                 | .00                 | .00                 | <u>-.09</u>         | <b>.16</b>          | <b>.24</b>          | .00                 | .01                 | .02                 |      |
|                     |    |    | .5                | .05                 | .03                 | .02                 | .02                 | .02                 | .01                 | .02                 | .02                 | .01                 | .02                 | .00                 | .00                 | .00                 | -.04                | <u>.07</u>          | .03                 | .00                 | .03                 | -.01 |
|                     |    |    | .7                | .01                 | .02                 | .00                 | .00                 | .02                 | -.01                | .00                 | .00                 | .01                 | .00                 | .00                 | .01                 | .00                 | .01                 | .01                 | .01                 | .00                 | -.01                | .02  |
|                     |    | CM | .3                | <b>.24</b>          | <b>.63</b>          | <b>.68</b>          | -.01                | .02                 | .03                 | .04                 | <b>.66</b>          | <b>.64</b>          | -.02                | .01                 | .03                 | <b>.50</b>          | <b>.14</b>          | <b>.31</b>          | .03                 | .01                 | .01                 |      |
|                     |    |    | .5                | .04                 | <b>.22</b>          | <b>.20</b>          | .00                 | .02                 | .01                 | .02                 | <b>.21</b>          | <b>.17</b>          | .00                 | .01                 | .01                 | <u>-.10</u>         | <b>.26</b>          | <b>.30</b>          | -.01                | .02                 | .02                 |      |
|                     |    |    | .7                | .01                 | <u>.09</u>          | <u>.08</u>          | -.01                | .01                 | .00                 | .02                 | <u>.07</u>          | <u>.08</u>          | .01                 | -.01                | -.01                | .03                 | <u>.06</u>          | <u>.08</u>          | .05                 | -.03                | -.03                |      |
|                     | 8  | PM | .3                | <b>.14</b>          | <b>.13</b>          | .05                 | .00                 | .02                 | .00                 | .03                 | <b>.15</b>          | .05                 | .01                 | .02                 | .02                 | <u>.06</u>          | <b>.15</b>          | .00                 | -.02                | .05                 | .04                 |      |
|                     |    |    | .5                | .02                 | .05                 | .01                 | .00                 | .00                 | .00                 | .01                 | <u>.06</u>          | .04                 | -.01                | .03                 | .02                 | .04                 | .01                 | -.01                | .02                 | -.02                | -.01                |      |
|                     |    |    | .7                | .00                 | -.01                | .01                 | -.01                | -.01                | .01                 | .00                 | .00                 | .00                 | .00                 | .00                 | .00                 | .01                 | -.01                | .00                 | .01                 | -.02                | .00                 |      |
|                     |    | CM | .3                | <b>.12</b>          | <b>.43</b>          | <b>.48</b>          | .01                 | -.03                | .00                 | .04                 | <b>.49</b>          | <b>.51</b>          | .00                 | -.02                | .00                 | -.03                | <b>.52</b>          | <b>.59</b>          | .01                 | -.02                | .01                 |      |
|                     |    |    | .5                | .03                 | <b>.18</b>          | <b>.17</b>          | .01                 | .01                 | .01                 | .00                 | <b>.18</b>          | <b>.20</b>          | -.01                | .00                 | .01                 | .01                 | <b>.19</b>          | <b>.22</b>          | .00                 | .01                 | .02                 |      |
|                     |    |    | .7                | .00                 | <u>.08</u>          | <u>.08</u>          | -.01                | .01                 | .01                 | -.02                | <u>.09</u>          | <u>.07</u>          | -.03                | .01                 | .00                 | .01                 | <u>.07</u>          | <u>.09</u>          | .01                 | -.02                | .01                 |      |
| 1000                | 4  | PM | .3                | <u>.09</u>          | <u>.09</u>          | <u>.06</u>          | -.01                | .01                 | .00                 | .01                 | <u>.10</u>          | <u>.09</u>          | .00                 | .01                 | .02                 | .05                 | <u>.04</u>          | <u>.07</u>          | .01                 | .02                 | -.01                |      |
|                     |    |    | .5                | .01                 | .02                 | .01                 | -.01                | .01                 | .00                 | .00                 | .01                 | .01                 | -.01                | .00                 | .01                 | -.02                | .04                 | .02                 | -.01                | .02                 | -.01                |      |
|                     |    |    | .7                | .02                 | .01                 | .00                 | .01                 | .01                 | .00                 | .01                 | -.01                | .01                 | .01                 | -.01                | .01                 | .01                 | .01                 | .00                 | .01                 | .00                 | .00                 |      |
|                     |    | CM | .3                | <b>.11</b>          | <b>.50</b>          | <b>.51</b>          | .00                 | .00                 | -.02                | .04                 | <b>.51</b>          | <b>.49</b>          | .01                 | .00                 | -.01                | <b>.16</b>          | <b>.37</b>          | <b>.48</b>          | .03                 | -.01                | -.01                |      |
|                     |    |    | .5                | .01                 | <b>.18</b>          | <b>.17</b>          | .00                 | .01                 | .02                 | .01                 | <b>.17</b>          | <b>.15</b>          | .01                 | .00                 | .00                 | .01                 | <b>.17</b>          | <b>.19</b>          | .02                 | -.01                | -.01                |      |
|                     |    |    | .7                | .00                 | <u>.07</u>          | <u>.06</u>          | -.01                | .00                 | -.02                | .00                 | <u>.07</u>          | <u>.07</u>          | .00                 | .00                 | .00                 | -.01                | <u>.09</u>          | <u>.09</u>          | .00                 | .00                 | -.01                |      |
|                     | 8  | PM | .3                | .03                 | <u>.10</u>          | .02                 | .01                 | .01                 | .01                 | .02                 | <b>.11</b>          | .01                 | .00                 | .01                 | .01                 | -.03                | <b>.16</b>          | .03                 | .03                 | .00                 | .01                 |      |
|                     |    |    | .5                | .03                 | .05                 | .00                 | .01                 | .01                 | .00                 | .01                 | .04                 | .01                 | .00                 | .00                 | .01                 | .00                 | .02                 | .01                 | -.01                | .00                 | .01                 |      |
|                     |    |    | .7                | .00                 | .00                 | .01                 | .00                 | .00                 | .01                 | .00                 | .01                 | .00                 | .00                 | .00                 | .00                 | -.01                | .01                 | .01                 | -.01                | .00                 | .01                 |      |
|                     |    | CM | .3                | <u>.06</u>          | <b>.46</b>          | <b>.48</b>          | .02                 | .01                 | .02                 | .04                 | <b>.44</b>          | <b>.46</b>          | .02                 | .00                 | .00                 | -.02                | <b>.55</b>          | <b>.49</b>          | .02                 | .01                 | -.01                |      |
|                     |    |    | .5                | .00                 | <b>.16</b>          | <b>.16</b>          | .00                 | -.01                | .00                 | .01                 | <b>.18</b>          | <b>.17</b>          | .00                 | .01                 | .00                 | -.03                | <b>.21</b>          | <b>.22</b>          | -.02                | .02                 | .01                 |      |
|                     |    |    | .7                | .01                 | .08                 | .08                 | .00                 | .00                 | .00                 | .00                 | <u>.06</u>          | <u>.08</u>          | .00                 | -.01                | .00                 | .00                 | <u>.09</u>          | <u>.09</u>          | .00                 | .00                 | .00                 |      |

Nota.  $\rho$ : Correlación entre factores. N: Tamaño de la muestra. Tm: Tipo de medición. PM: Medidas paralelas. CM: Medidas congénéricas.  $\bar{\lambda}^2$ : Media de fiabilidad de los indicadores. ni: Número de indicadores. Subrayado:  $|.05| < \text{Sesgo} \leq |.1|$ . Negrilla: Sesgo  $> |.1|$ .

Tabla 3. Sesgo relativo de los errores típicos de los parámetros no lineales.

| ρ                   |    |    |                   | 0                      |                         |                         |                     |                     |                     | .3                      |                         |                         |                     |                     |                     | .6                      |                         |                         |                     |                     |                     |
|---------------------|----|----|-------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Procedimiento       |    |    |                   | EXUC-SB                |                         |                         | LMS                 |                     |                     | EXUC-SB                 |                         |                         | LMS                 |                     |                     | EXUC-SB                 |                         |                         | LMS                 |                     |                     |
| $\hat{\omega}_{jj}$ |    |    |                   | $\hat{\omega}_{12}$    | $\hat{\omega}_{11}$     | $\hat{\omega}_{22}$     | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$     | $\hat{\omega}_{11}$     | $\hat{\omega}_{22}$     | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$     | $\hat{\omega}_{11}$     | $\hat{\omega}_{22}$     | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |
| N                   | ni | Tm | $\bar{\lambda}^2$ |                        |                         |                         |                     |                     |                     |                         |                         |                         |                     |                     |                     |                         |                         |                         |                     |                     |                     |
| 500                 | 4  | PM | .3                | <b>.12<sup>†</sup></b> | <b>.36<sup>†</sup></b>  | <b>.21<sup>†</sup></b>  | <u>-.08</u>         | -.04                | <u>.06</u>          | <b>.17<sup>†</sup></b>  | <b>.25<sup>†</sup></b>  | <b>.33<sup>†</sup></b>  | .01                 | -.05                | .01                 | <b>4.24</b>             | <b>4.71</b>             | <b>3.32</b>             | .03                 | .01                 | .00                 |
|                     |    |    | .5                | <u>-.02</u>            | <u>-.08</u>             | <u>-.07</u>             | <u>.06</u>          | -.02                | -.05                | <u>-.06</u>             | <u>-.06</u>             | <b>-.11</b>             | -.01                | .01                 | <u>-.07</u>         | <u>-.06</u>             | -.02                    | <u>-.07</u>             | -.05                | .03                 | .00                 |
|                     |    |    | .7                | <u>-.10</u>            | -.05                    | <u>-.10</u>             | -.04                | -.04                | <u>-.06</u>         | -.04                    | -.03                    | <u>-.07</u>             | -.03                | .01                 | -.05                | <u>-.05<sup>‡</sup></u> | -.04                    | -.04                    | -.01                | .01                 | -.03                |
|                     |    | CM | .3                | <b>-.24</b>            | <b>.13<sup>†</sup></b>  | <b>.04<sup>†</sup></b>  | .00                 | .03                 | .02                 | <b>1.51<sup>†</sup></b> | <b>1.98<sup>†</sup></b> | <b>1.17<sup>†</sup></b> | .02                 | .00                 | .03                 | <b>3.09<sup>†</sup></b> | <b>2.28<sup>†</sup></b> | <b>4.96</b>             | <u>.07</u>          | .05                 | .00                 |
|                     |    |    | .5                | <u>-.10</u>            | <b>-.12</b>             | <u>-.10</u>             | -.04                | -.03                | -.05                | -.04                    | <u>-.07</u>             | -.04                    | -.01                | -.02                | .02                 | -.02                    | .01                     | -.05                    | -.03                | -.01                | .03                 |
|                     |    |    | .7                | <u>-.08</u>            | <u>-.08</u>             | <u>-.07</u>             | <u>-.06</u>         | -.05                | -.04                | .00                     | <u>-.07</u>             | -.05                    | .00                 | -.03                | .00                 | <u>-.04<sup>‡</sup></u> | -.02                    | <u>-.06</u>             | .00                 | .01                 | -.01                |
|                     | 8  | PM | .3                | <b>-.15</b>            | <b>-.15</b>             | <b>-.11</b>             | -.03                | -.05                | .03                 | <b>-.13</b>             | <b>-.14</b>             | <u>-.07</u>             | .02                 | .03                 | <u>-.07</u>         | <b>1.17<sup>†</sup></b> | <b>1.17<sup>†</sup></b> | <b>.99<sup>‡</sup></b>  | .00                 | -.02                | -.01                |
|                     |    |    | .5                | <u>-.10</u>            | -.03                    | -.05                    | -.05                | .00                 | .01                 | <u>-.10</u>             | <b>-.13</b>             | <u>-.10</u>             | -.05                | <u>-.09</u>         | <u>-.07</u>         | <u>-.06<sup>‡</sup></u> | <u>-.06</u>             | -.03                    | <u>-.06</u>         | -.04                | -.02                |
|                     |    |    | .7                | <u>-.08</u>            | -.04                    | -.01                    | <u>-.08</u>         | -.02                | .04                 | -.02                    | -.02                    | <u>-.08</u>             | .00                 | .03                 | -.05                | <u>-.03<sup>‡</sup></u> | <u>-.03<sup>‡</sup></u> | <u>.00<sup>‡</sup></u>  | -.04                | -.02                | .02                 |
|                     |    | CM | .3                | <b>-.28</b>            | <b>-.13</b>             | <b>-.14</b>             | -.04                | -.03                | -.01                | <u>-.07</u>             | -.04                    | <b>-.12</b>             | .02                 | .02                 | .00                 | <b>.68</b>              | <b>.46</b>              | <b>.73</b>              | .03                 | .01                 | .04                 |
|                     |    |    | .5                | -.03                   | -.05                    | <u>-.10</u>             | -.03                | -.01                | <u>-.06</u>         | <u>-.07</u>             | <b>-.13</b>             | -.05                    | -.03                | <u>-.08</u>         | .01                 | <b>-.12<sup>‡</sup></b> | <b>-.11</b>             | <u>-.07</u>             | -.04                | -.04                | .05                 |
|                     |    |    | .7                | -.04                   | <u>-.03<sup>‡</sup></u> | <u>-.05<sup>‡</sup></u> | -.03                | -.02                | -.02                | <u>.00<sup>‡</sup></u>  | <u>-.01<sup>‡</sup></u> | <u>-.08<sup>†</sup></u> | -.01                | .02                 | -.03                | <u>-.01<sup>‡</sup></u> | <u>-.05<sup>‡</sup></u> | <u>-.02<sup>†</sup></u> | -.01                | .00                 | -.01                |
| 1000                | 4  | PM | .3                | <b>-.11</b>            | <u>-.06</u>             | <u>.03<sup>‡</sup></u>  | <u>-.06</u>         | .03                 | .02                 | <u>.03<sup>†</sup></u>  | <u>-.07</u>             | .00                     | -.01                | .02                 | .02                 | <b>2.36<sup>†</sup></b> | <b>1.96<sup>†</sup></b> | <b>2.05<sup>†</sup></b> | .01                 | .03                 | .00                 |
|                     |    |    | .5                | -.04                   | <b>-.11</b>             | -.05                    | -.01                | -.04                | -.05                | -.02                    | -.01                    | -.02                    | -.04                | -.05                | -.02                | .00                     | <u>-.06</u>             | <u>.07<sup>†</sup></u>  | .03                 | -.01                | <u>.08</u>          |
|                     |    |    | .7                | -.05                   | <u>-.08</u>             | -.04                    | -.03                | <u>-.06</u>         | -.04                | -.05                    | -.05                    | <u>-.07</u>             | -.03                | -.04                | -.03                | <u>-.07</u>             | <u>-.09</u>             | -.03                    | <u>-.06</u>         | -.05                | -.02                |
|                     |    | CM | .3                | <u>-.08</u>            | <u>-.07</u>             | <b>-.11</b>             | <u>.06</u>          | -.02                | .03                 | <u>.04<sup>†</sup></u>  | -.01                    | <u>-.06</u>             | -.02                | <u>-.06</u>         | .00                 | <b>1.69<sup>†</sup></b> | <b>1.29<sup>†</sup></b> | <b>1.63<sup>†</sup></b> | .02                 | .01                 | .02                 |
|                     |    |    | .5                | -.01                   | <u>-.10</u>             | <u>-.06</u>             | .02                 | -.03                | -.03                | <u>-.06</u>             | <b>-.14</b>             | -.05                    | -.04                | -.05                | -.02                | <u>-.09</u>             | <b>-.12</b>             | <b>-.13</b>             | -.04                | <u>-.07</u>         | -.02                |
|                     |    |    | .7                | .00                    | -.05                    | <u>-.04<sup>†</sup></u> | -.01                | .00                 | .01                 | -.04                    | -.03                    | -.04                    | .02                 | -.01                | -.01                | <u>-.03<sup>‡</sup></u> | -.03                    | <u>-.09</u>             | -.02                | -.02                | <u>-.06</u>         |
|                     | 8  | PM | .3                | -.04                   | -.03                    | -.02                    | -.04                | -.02                | -.02                | -.04                    | <u>.02<sup>†</sup></u>  | <u>.02<sup>†</sup></u>  | .02                 | -.03                | -.03                | <b>3.72<sup>†</sup></b> | <b>2.89<sup>†</sup></b> | <b>3.65<sup>†</sup></b> | -.02                | -.02                | -.01                |
|                     |    |    | .5                | -.05                   | <u>-.07</u>             | <u>-.08</u>             | -.05                | -.02                | -.05                | -.01                    | <u>-.07</u>             | -.05                    | -.01                | -.03                | -.02                | .00                     | <u>-.06</u>             | .00                     | -.02                | -.04                | .00                 |
|                     |    |    | .7                | -.05                   | <u>-.06</u>             | -.03                    | -.03                | -.05                | -.01                | -.02                    | -.01                    | -.03                    | .00                 | .01                 | .01                 | <u>-.04<sup>‡</sup></u> | <u>-.07</u>             | <u>-.06</u>             | -.01                | -.01                | -.05                |
|                     |    | CM | .3                | -.05                   | <u>-.06</u>             | <u>-.10</u>             | .04                 | .01                 | <u>.06</u>          | <u>-.08</u>             | <b>-.11</b>             | <u>-.08</u>             | <u>-.08</u>         | -.02                | .00                 | <b>.34<sup>†</sup></b>  | <b>.20<sup>†</sup></b>  | <b>.42<sup>†</sup></b>  | .04                 | .04                 | <u>.08</u>          |
|                     |    |    | .5                | <u>-.09</u>            | <u>-.06</u>             | -.04                    | -.05                | -.02                | .05                 | -.03                    | <u>-.06</u>             | <u>-.10</u>             | -.01                | -.04                | -.04                | <u>-.04<sup>‡</sup></u> | -.02                    | <u>-.08</u>             | .00                 | .00                 | -.01                |
|                     |    |    | .7                | -.02                   | <u>.01<sup>†</sup></u>  | <u>-.06</u>             | -.01                | .05                 | -.04                | .00                     | -.05                    | <u>-.07</u>             | .02                 | -.02                | -.04                | <u>-.02<sup>‡</sup></u> | -.03                    | <u>-.10</u>             | .01                 | .01                 | -.05                |

Nota. ρ: Correlación entre factores. N: Tamaño de la muestra. Tm: Tipo de medición. PM: Medidas paralelas. CM: Medidas congénicas.  $\bar{\lambda}^2$ : Fiabilidad media de los indicadores. ni: Número de indicadores. Subrayado:  $|.05| < \text{Sesgo} \leq |.1|$ . Negrilla: Sesgo  $> |.1|$ . ‡: ML logra resultados iguales a SB. †: ML logra resultados con menor sesgo que SB.



Respecto a la potencia, como se observa en la Tabla 4, LMS mostró resultados superiores a EXUC en la mayor parte de las condiciones. Sin embargo, los dos procedimientos lograron resultados similares cuando la fiabilidad media de los indicadores era igual o superior a .5 en mediciones paralelas y congénicas. En ambos procedimientos, la potencia aumentó a medida que aumentaba la fiabilidad de los indicadores, el tamaño de la muestra y/o el número de indicadores, y no se detectaron diferencias en potencia entre las condiciones de indicadores paralelos y congénicos.

Cuando la fiabilidad media de los indicadores era relativamente baja (i.e., .3), EXUC en general mostró tasas de potencia inaceptables, y los peores resultados se encontraron en aquellas condiciones en las cuales se habían observado errores típicos severamente sobrestimados en EXUC, aunque no se detectaron incrementos de potencia relevantes en las condiciones en que los errores típicos fueron subestimados. La potencia en EXUC tendió a ser mayor para los efectos cuadráticos, probablemente como consecuencia de la sobrestimación de dichos parámetros.

En contraste, LMS casi siempre logró mayores niveles de potencia que EXUC, y solo se observaron problemas cuando se combinaban cuatro indicadores, muestras de 500 sujetos, y correlaciones entre los factores iguales o superiores a .3; y entre ellas, disponer de muestras de 500 sujetos y altas correlaciones redundó en las disminuciones más graves en la potencia del método LMS.

En conjunto, el estudio de simulación reveló que el método LMS logró resultados precisos y estables al estimar modelos no lineales. En contraste, el procedimiento EXUC pareció altamente vulnerable a disponer de indicadores congénicos y con fiabilidades relativamente pequeñas.

Tabla 4. *Potencia de las estimaciones de los parámetros no lineales.*

| ρ                   |    |    |                   | 0                       |                         |                         |                     |                     |                     | .3                      |                         |                         |                     |                     |                     | .6                      |                         |                         |                     |                     |                     |
|---------------------|----|----|-------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Procedimiento       |    |    |                   | EXUC-SB                 |                         |                         | LMS                 |                     |                     | EXUC-SB                 |                         |                         | LMS                 |                     |                     | EXUC-SB                 |                         |                         | LMS                 |                     |                     |
| $\hat{\omega}_{ij}$ |    |    |                   | $\hat{\omega}_{12}$     | $\hat{\omega}_{11}$     | $\hat{\omega}_{22}$     | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$     | $\hat{\omega}_{11}$     | $\hat{\omega}_{22}$     | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$     | $\hat{\omega}_{11}$     | $\hat{\omega}_{22}$     | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |
| N                   | ni | Tm | $\bar{\lambda}^2$ |                         |                         |                         |                     |                     |                     |                         |                         |                         |                     |                     |                     |                         |                         |                         |                     |                     |                     |
| 500                 | 4  | PM | .3                | <b>22.7<sup>a</sup></b> | <b>44.6<sup>a</sup></b> | <b>45.0<sup>a</sup></b> | 83.2                | 80.8                | 82.6                | <b>21.1<sup>a</sup></b> | <b>30.2<sup>a</sup></b> | <b>30.9<sup>a</sup></b> | <b>70.8</b>         | <b>71.2</b>         | <b>75.4</b>         | <b>5.1<sup>a</sup></b>  | <b>8.5<sup>a</sup></b>  | <b>8.9<sup>a</sup></b>  | <b>26.2</b>         | <b>38.2</b>         | <b>39.2</b>         |
|                     |    |    | .5                | 94.6                    | 94.4                    | 94.0                    | 99.0                | 97.6                | 96.2                | 82.4                    | 90.2                    | 89.0 <sup>b</sup>       | 93.8                | 96.4                | 95.6                | <b>28.3</b>             | <b>48.8</b>             | <b>45.0</b>             | <b>45.6</b>         | <b>71.2</b>         | <b>68.0</b>         |
|                     |    |    | .7                | 99.2                    | 99.4                    | 100                     | 99.6                | 99.4                | 100                 | 97.4                    | 99.4                    | 99.0                    | 98.0                | 99.8                | 99.6                | <b>63.8</b>             | 89.0                    | 87.6                    | <b>67.8</b>         | 92.6                | 92.2                |
|                     |    | CM | .3                | <b>22.5<sup>b</sup></b> | <b>36.7<sup>a</sup></b> | <b>38.2</b>             | 82.4                | 82.4                | 83.0                | <b>22.2<sup>a</sup></b> | <b>31.3<sup>a</sup></b> | <b>28.7<sup>a</sup></b> | <b>67.8</b>         | <b>73.4</b>         | <b>74.6</b>         | <b>5.2<sup>a</sup></b>  | <b>9.4<sup>a</sup></b>  | <b>8.4<sup>a</sup></b>  | <b>26.9</b>         | <b>36.7</b>         | <b>36.3</b>         |
|                     |    |    | .5                | 92.6 <sup>b</sup>       | 94.6 <sup>b</sup>       | 90.8 <sup>b</sup>       | 97.8                | 98.0                | 97.2                | <b>79.4</b>             | 90.6                    | 89.8                    | 92.4                | 96.6                | 96.4                | <b>28.8</b>             | <b>51.7</b>             | <b>52.3</b>             | <b>47.6</b>         | <b>71.6</b>         | <b>72.6</b>         |
|                     |    |    | .7                | 99.2                    | 99.6                    | 99.6                    | 99.8                | 100                 | 99.4                | 97.6                    | 99.4                    | 99.0                    | 98.6                | 99.6                | 99.4                | <b>64.2</b>             | 85.6                    | 84.8                    | <b>74.8</b>         | 90.6                | 89.0                |
|                     | 8  | PM | .3                | <b>65.9<sup>b</sup></b> | <b>79.3<sup>b</sup></b> | 81.5 <sup>b</sup>       | 94.8                | 94.0                | 96.8                | <b>46.0<sup>b</sup></b> | <b>73.7<sup>b</sup></b> | <b>74.3</b>             | 89.6                | 93.8                | 93.8                | <b>15.0<sup>a</sup></b> | <b>25.2<sup>a</sup></b> | <b>24.9<sup>a</sup></b> | <b>40.0</b>         | <b>65.0</b>         | <b>66.2</b>         |
|                     |    |    | .5                | 98.2                    | 98.6                    | 98.4                    | 99.4                | 99.4                | 99.2                | 90.8                    | 96.4 <sup>b</sup>       | 97.4                    | 96.8                | 98.8                | 98.4                | <b>47.2</b>             | <b>71.4</b>             | <b>73.8</b>             | <b>68.0</b>         | 86.8                | 86.4                |
|                     |    |    | .7                | 99.6                    | 99.8                    | 100                     | 99.6                | 99.8                | 100                 | 99.6                    | 100                     | 99.4                    | 99.8                | 100                 | 99.6                | <b>76.8</b>             | 95.4                    | 95.8                    | 83.8                | 96.0                | 97.4                |
|                     |    | CM | .3                | 80.1 <sup>b</sup>       | 80.7 <sup>b</sup>       | 82.1 <sup>b</sup>       | 97.4                | 95.4                | 97.2                | <b>56.1</b>             | <b>71.1</b>             | <b>69.1<sup>b</sup></b> | 89.4                | 93.0                | 93.8                | <b>16.9<sup>a</sup></b> | <b>26.2<sup>a</sup></b> | <b>25.5<sup>a</sup></b> | <b>45.0</b>         | <b>64.0</b>         | <b>65.0</b>         |
|                     |    |    | .5                | 99.4                    | 99.2                    | 99.2                    | 99.2                | 99.8                | 99.6                | 94.0                    | 96.8 <sup>b</sup>       | 98.2                    | 96.8                | 99.0                | 99.4                | <b>49.6<sup>b</sup></b> | <b>77.2<sup>b</sup></b> | <b>78.4</b>             | <b>64.0</b>         | 90.2                | 91.8                |
|                     |    |    | .7                | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 99.0                    | 100                     | 100                     | 98.8                | 100                 | 100                 | <b>76.2</b>             | 95.0                    | 96.4                    | 83.0                | 96.2                | 98.0                |
| 1000                | 4  | PM | .3                | <b>67.1<sup>b</sup></b> | 84.3                    | 85.1                    | 99.2                | 99.6                | 99.2                | <b>47.7</b>             | <b>67.0</b>             | <b>68.0</b>             | 91.0                | 96.2                | 97.8                | <b>13.1<sup>a</sup></b> | <b>20.9<sup>a</sup></b> | <b>17.0<sup>a</sup></b> | <b>46.0</b>         | <b>64.6</b>         | <b>62.4</b>         |
|                     |    |    | .5                | 99.8                    | 100 <sup>b</sup>        | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 97.6                    | 99.6                    | 99.6                    | 99.8                | 100                 | 100                 | <b>49.4</b>             | 80.6                    | 82.0                    | <b>74.6</b>         | 96.6                | 95.2                |
|                     |    |    | .7                | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 99.8                    | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 87.6                    | 98.8                    | 98.8                    | 94.4                | 99.8                | 99.2                |
|                     |    | CM | .3                | <b>62.7</b>             | <b>69.5</b>             | <b>70.3<sup>b</sup></b> | 99.0                | 97.4                | 98.2                | <b>48.3</b>             | <b>57.9</b>             | <b>61.4</b>             | 91.8                | 95.2                | 95.8                | <b>11.1<sup>a</sup></b> | <b>18.2<sup>a</sup></b> | <b>15.4<sup>a</sup></b> | <b>41.6</b>         | <b>60.8</b>         | <b>59.2</b>         |
|                     |    |    | .5                | 99.6                    | 99.6                    | 99.8                    | 100                 | 100                 | 100                 | 96.8                    | 99.0 <sup>b</sup>       | 99.0                    | 99.6                | 100                 | 100                 | <b>50.2</b>             | <b>77.2<sup>b</sup></b> | 82.2 <sup>b</sup>       | <b>75.6</b>         | 94.2                | 95.2                |
|                     |    |    | .7                | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 86.2                    | 99.4                    | 99.0                    | 94.6                | 99.8                | 99.8                |
|                     | 8  | PM | .3                | 96.8                    | 98.2                    | 99.2                    | 100                 | 100                 | 100                 | 85.2                    | 95.2                    | 95.8                    | 99.4                | 100                 | 100                 | <b>29.5<sup>a</sup></b> | <b>48.0<sup>a</sup></b> | <b>45.5<sup>a</sup></b> | <b>67.8</b>         | 88.4                | 89.6                |
|                     |    |    | .5                | 100                     | 99.8                    | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | <b>73.8</b>             | 93.0                    | 96.6                    | 90.0                | 99.4                | 99.8                |
|                     |    |    | .7                | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 95.6                    | 100                     | 99.8                    | 97.8                | 100                 | 100                 |
|                     |    | CM | .3                | 98.2                    | 98.6                    | 98.6                    | 100                 | 100                 | 100                 | 87.6                    | 95.6 <sup>b</sup>       | 94.8                    | 100                 | 100                 | 100                 | <b>25.9<sup>a</sup></b> | <b>50.3<sup>a</sup></b> | <b>50.7<sup>a</sup></b> | <b>71.4</b>         | 92.2                | 90.6                |
|                     |    |    | .5                | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 99.8                    | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | <b>73.0</b>             | 97.4                    | 97.4                    | 90.8                | 99.4                | 99.6                |
|                     |    |    | .7                | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 100                     | 100                     | 100                     | 100                 | 100                 | 100                 | 95.8                    | 100                     | 100                     | 98.0                | 100                 | 100                 |

Nota. Los valores de la tabla son porcentajes. ρ: Correlación entre factores. N: Tamaño de la muestra. Tm: Tipo de medición. PM: Medidas paralelas. CM: medidas congénicas.  $\bar{\lambda}^2$ : Media de fiabilidad de los indicadores. ni: Número de indicadores. Negrilla: Potencia  $\leq$  80%. <sup>a</sup>: Basado sobre SE severamente sobrestimados. <sup>b</sup>: Basado sobre SE severamente subestimados.

## Ejemplo Empírico

Para ilustrar los resultados y mostrar las ventajas de explorar tendencias no lineales en los datos, se presenta un ejemplo empírico centrado en explicar las actitudes hacia la Unión Europea (AEU), basándose en evidencia de investigaciones previas que han mostrado al menos dos posibles factores explicativos para las AEU: por un lado, la actitud hacia los inmigrantes (AI) (Boomgaarden, Schuck, Elenbaas, & De Vreese, 2011; De Vreese & Boomgaarden, 2005) y, por otro lado, las actitudes hacia la liberalización de mercado (AML).

Asumiendo que el continuo político izquierda-derecha subyace a las visiones respecto de si la economía debe ser regida por el Estado o por el mercado, Hooghe y Marks (2004) han argumentado que en las economías socialdemócratas, las personas que se identifican con la izquierda tenderán a oponerse a la Unión Europea pues perciben que ella debilitará sus sistemas de bienestar. Por el contrario, en las economías liberales, las personas que se identifiquen con la izquierda tenderán a apoyar a la Unión Europea ya que percibirán que puede potenciar la capacidad redistributiva del Estado. La evidencia empírica revela que el apoyo a la liberalización de la economía estaría relacionado con actitudes positivas hacia la UE (Tucker, Pacek, & Berinsky, 2002), sin embargo, la evidencia respecto al efecto de la posición política sobre las AEU ha mostrado resultados contradictorios (i.e., significativos o no significativos, positivos o negativos dependiendo del estudio; cf. Boomgaarden et al., 2011; De Vreese & Boomgaarden, 2005; Gabel, 1998; McLaren, 2007). Esto sugiere que podrían existir mecanismos causales no lineales que expliquen la variabilidad de resultados.

Hasta donde alcanza nuestro conocimiento, las investigaciones respecto a los efectos de las AI y las AML sobre las AEU se ha realizado en base a modelos lineales.

Nosotros creemos que, junto a relaciones lineales entre las variables, se encontrarán dos posibles tendencias no lineales: (a) una interacción entre las AI y las AML, ya que la combinación de actitudes positivas hacia los inmigrantes y actitudes positivas hacia la liberalización del mercado, podrían potenciar sentimientos positivos hacia la Unión Europea; y/o (b) una relación curvilínea entre las AML y AEU ya que, en países con Estados de bienestar relativamente bien constituido, los sujetos con actitudes muy negativas hacia la liberalización de mercado podrían percibir a la Unión Europea como una amenaza al Estado de bienestar y, al mismo tiempo, los sujetos con una actitud muy positiva hacia el libre mercado podrían percibir a la Unión Europea como un obstáculo a sus libertades económicas; en tanto que los sujetos con una actitud moderada hacia la liberalización del mercado (ni muy favorable ni muy desfavorable) podrían tener actitudes favorables hacia la Unión Europea.

Estas hipótesis fueron testeadas empleando el Estudio Europeo de Valores del año 2008 para la muestra de la población Española (European Values Study, 2011). El cuestionario original incluyó cinco preguntas que evaluaban las AEU (Q73A-Q73E); seis preguntas que medían las AI (Q78A-Q78F); y seis preguntas respecto de las AML (Q58A-Q58F). Las preguntas eran respondidas en una escala de 1 al 10, y recodificadas de modo que valores más altos representaban actitudes más positivas en cada variable. Siguiendo a Kelava, et al. (2014), realizamos el análisis sin incluir ponderadores muestrales y ni imputación para datos perdidos ( $n = 1086$ ).

Por medio de una serie de análisis factores confirmatorios implementados con el estimador MLR, se seleccionaron cuatro indicadores para las AEU (RMSEA = .077, SRMR = .017, CFI = .987, TLI = .96); cinco indicadores para las AI (RMSEA = .039, SRMR = .015, CFI = .993, TLI = .987), y cinco indicadores para las AML (RMSEA = .031, SRMR = .021, CFI = .981, TLI = .963). La fiabilidad media de los indicadores fue

igual a .57 para las AEU ( $\lambda_{\min} = .71$ ,  $\lambda_{\max} = .78$ ), .58 para las AI ( $\lambda_{\min} = .71$ ,  $\lambda_{\max} = .81$ ), y .23 para las AML ( $\lambda_{\min} = .41$ ,  $\lambda_{\max} = .56$ ). La correlación entre AI y AML fue pequeña ( $r = -.18$ ).

Las hipótesis respecto a la existencia de tendencias no lineales en los datos fueron testeadas mediante el ajuste del modelo en la Ecuación (10), y se comparó los resultados obtenidos con EXUC-SB y LMS.

$$AEU = \alpha + \gamma_1 AI + \gamma_2 AML + \omega_{12} AI \times AML + \omega_{11} AI^2 + \omega_{22} AML^2 + \zeta \quad (10)$$

Antes de ajustar el modelo con el procedimiento EXUC-SB, se procedió a centrar los indicadores (esto no necesario para el método LMS, pues el software Mplus los centra internamente) y a ordenarlos por fiabilidad, para crear los productos de indicadores para EXUC. El indicador más fiable fue usado para fijar la métrica de cada variable latente. Finalmente, los parámetros fueron estandarizados siguiendo el método definido por Wen, Marsh, y Hau (2010).

## Resultados

Como se muestra en la Tabla 5, LMS y EXUC-SB obtuvieron resultados consistentes respecto a la presencia de un efecto lineal significativo y positivo de IA sobre las AEU, un efecto lineal no significativo para las AML y un efecto de la interacción no significativo entre las IA y las AML, refutando dos de las hipótesis iniciales.

Ambos procedimientos revelaron un efecto cuadrático significativo de las AML sobre las AEU, que explicó el 4% de la varianza de la variable dependiente en la estimación con LMS, pero solo el 2.4% cuando se empleó EXUC. El signo del efecto cuadrático en ambos casos fue negativo, lo que indica una tendencia convexa en

coherencia con nuestra hipótesis inicial: cuando las AML sean muy positivas o muy negativas, las AEU serán más negativas, mientras que los sujetos con AML intermedios tendrán AEU más positivas (ver Figura 2).

Tabla 5. *Predicción de las Actitudes hacia la Unión Europea.*

|                                    | LMS    |       |          |          | EXUC   |       |          |          |
|------------------------------------|--------|-------|----------|----------|--------|-------|----------|----------|
|                                    | UP     | SP    | <i>t</i> | <i>p</i> | UP     | SP    | <i>t</i> | <i>p</i> |
| AI ( $\gamma_1$ )                  | 0.320  | .249  | 6.122    | <.001    | 0.293  | .251  | 6.242    | <.001    |
| AML ( $\gamma_2$ )                 | 0.143  | .066  | 1.395    | .163     | 0.161  | .082  | 1.784    | .075     |
| AI×AML ( $\omega_{12}$ )           | -0.017 | -.015 | -0.305   | .760     | -0.014 | -.014 | -0.376   | .707     |
| AI <sup>2</sup> ( $\omega_{11}$ )  | 0.013  | .019  | 0.531    | .596     | 0.056  | .093  | 2.261    | .024     |
| AML <sup>2</sup> ( $\omega_{22}$ ) | -0.272 | -.142 | -3.268   | .001     | -0.187 | -.110 | -4.379   | <.001    |

*Nota.* UP: Parámetros no estandarizados. SP: Parámetros estandarizados. AI: Actitudes hacia los inmigrantes. AML: Actitudes hacia la liberalización del mercado. Fuente: Elaboración propia en base al European Values Study 2008 (EVS, 2011), muestra Española con patrones de respuesta completos ( $N=1086$ ).

Una diferencia importante se observó entre los procedimientos respecto al efecto de las AI sobre las AEU. El método LMS detectó solo una relación lineal entre estas variables, mientras que EXUC detectó como significativos efectos lineales y cuadráticos para esta variable (el efecto cuadrático explicó el 1.7% de la varianza de las AEU) sugiriendo una tendencia cóncava (ver Figura 2).

Dado el carácter real de los datos de este ejercicio, no es posible definir cuál de los dos procedimientos obtuvo el resultado que más válido, sin embargo, dados los resultados del estudio de simulación y las características de los datos empleados (i.e., mediciones congénicas, fiabilidades moderadas de los indicadores, un bajo número de indicadores por factor y un tamaño de muestra alto), se puede presumir que los resultados de LMS son una representación más precisa de las relaciones reales. A su vez, aunque los efectos no lineales detectados fueron pequeños, no son irrelevantes pues ellos permiten realizar interpretaciones sustancialmente diferentes de los datos, las cuales tienen importantes consecuencias teóricas y prácticas que no habrían sido advertidas si los datos hubiesen sido analizados con modelos puramente lineales.

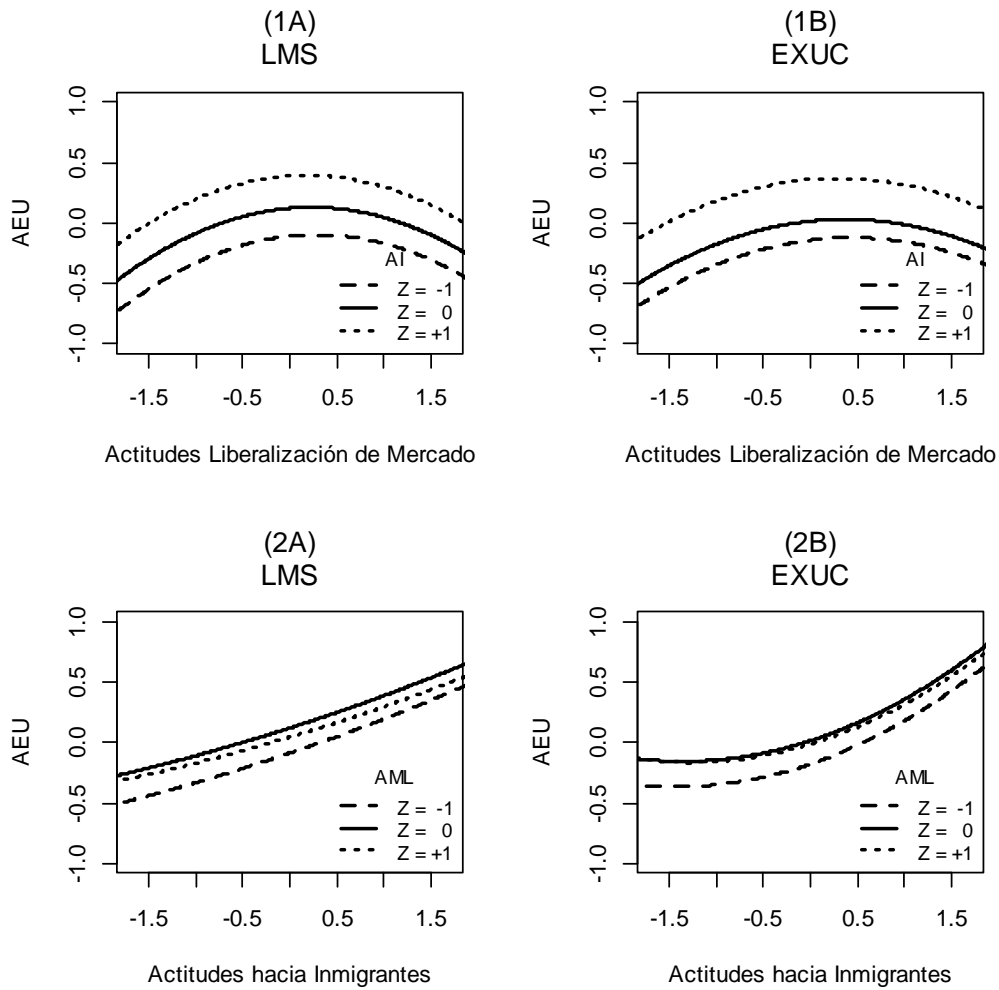


Figura 2. Valores predichos para las actitudes hacia la Unión Europea basados en soluciones estandarizadas. Los gráficos de la fila superior ilustran el efecto de las actitudes hacia la liberación del mercado para tres niveles de las actitudes hacia los inmigrantes. (1A): describe los valores predichos usando LMS, y (1B): describe los valores predichos usando EXUC. Los gráficos en la fila inferior ilustran las diferencias entre los resultados de LMS (2A) y EXUC (2B) respecto al efecto de las actitudes hacia los inmigrantes para tres niveles de las actitudes hacia la liberalización del mercado.

## Discusión y Conclusiones

El presente estudio evaluó el desempeño de LMS y EXUC en escenarios con múltiples efectos no lineales testeados simultáneamente y se examinaron sus limitaciones respecto al uso de mediciones paralelas y congénicas, fiabilidades de los indicadores relativamente bajas, y un número de indicadores mayor al contemplado en estudios previos.

Los resultados apuntan al menos hacia dos conclusiones principales. En primer lugar, las variables más importantes para lograr estimaciones precisas en modelos no lineales de variable latente son el procedimiento de estimación y las características de los modelos de medida, es decir, el contar con mediciones paralelas o congénicas y la magnitud de la fiabilidad de los indicadores. Y en segundo lugar que, si bien el número de indicadores empleados, el tamaño de la muestra y la correlación entre los factores exógenos, afectan la estimación de modelos SEM no lineales, su rol es secundario comparado con el procedimiento de estimación y las características de los indicadores.

Esta investigación ha demostrado que LMS es la mejor opción para evaluar múltiples términos no lineales, y su mayor ventaja emerge cuando se emplean mediciones congénicas e indicadores con fiabilidades no muy altas. Cuando se simuló indicadores paralelos con altas fiabilidades, las diferencias entre ambos procedimientos tendían a desaparecer. Estos resultados son consistentes con algunas investigaciones previas (Brandt et al., 2014; Kelava & Nagengast, 2012; Kelava et al., 2014; Kelava et al., 2011) que han reportado diferencias muy pequeñas entre EXUC y LMS cuando se ponen a prueba múltiples efectos no lineales testeados con indicadores paralelos altamente fiables. Sin embargo, como consecuencia de emplear indicadores con fiabilidades más pequeñas que las usadas en investigaciones previas y mediciones



congenéricas, esta investigación ha mostrado que las diferencias entre ambos procedimientos pueden ser mucho mayores que las reportadas anteriormente y que, en situaciones más cercanas a las que pueden encontrar los investigadores aplicados, LMS mostrará sus mayores ventajas comparativas.

A su vez, esta investigación confirmó el efecto perjudicial de disponer de indicadores con bajas fiabilidades cuando se usan modelos SEM no lineales, tal como se había advertido en investigaciones previas para las aproximaciones basadas en productos de indicadores (e.g., Dimitruk et al., 2007; Jaccard & Wan, 1995; Moosbrugger et al., 2009; Moulder & Algina, 2002). Como resultado de emplear mediciones congenéricas, este estudio ha contribuido en demostrar que este tipo de mediciones solo afecta la precisión de las estimaciones de EXUC (LMS no parece ser vulnerable a esta situación) y que este efecto negativo es mayor para los efectos cuadráticos. Estos resultados son particularmente importantes ya que, al combinarse con la subestimación de los errores típicos, podrían producir aumentos relevantes de las tasas de error Tipo I en EXUC cuando se disponga de indicadores congenéricos. Las investigaciones previas que han reportado tasas de error Tipo I aceptables para LMS y EXUC con factores exógenos normalmente distribuidos se han basado en el análisis de mediciones paralelas (e.g., Brandt et al., 2014; Kelava & Nagengast, 2012; Kelava et al., 2011) que, consistentemente los resultados de este estudio, no genera sesgos de sobrestimación en los parámetros. No obstante, se requieren más investigaciones para definir el efecto de las mediciones congenéricas sobre las tasas de error Tipo I en procedimientos basados en productos de indicadores.

Por otro lado, a pesar de las advertencias de la literatura previa sobre los posibles los efectos negativos del número de indicadores para los modelos SEM no lineales (Jaccard & Wan, 1995; Klein & Stoolmiller, 2003; Rigdon et al., 1998), la presente

investigación mostró que aumentos en el número de indicadores pueden tener efectos positivos sobre las estimaciones. En efecto, un mayor número de indicadores incrementó las tasas de soluciones válidas y convergentes en EXUC, no introdujo fallos computacionales en LMS, redujo el sesgo de la estimación de parámetros y errores típicos e incrementó la potencia en ambos procedimientos, aunque su efecto fue menor que el efecto de la fiabilidad de los indicadores. Estos hallazgos son consistentes con estudios previos en análisis factorial que sugerían que usar más indicadores es mejor (Gagne & Hancock, 2006; MacCallum et al., 1999; Marsh et al., 1998) aunque los resultados de este estudio también sugieren que incrementar el número de indicadores por factor no logra subsanar todos los problemas en los modelos SEM no lineales ya que no soluciona los problemas de trabajar con indicadores con baja fiabilidad en ninguno de los procedimientos examinados, ni los problemas relacionados con el uso de mediciones congénicas en EXUC. En consecuencia, los investigadores interesados en utilizar modelos SEM no lineales deben tener en consideración que los problemas producidos por los indicadores con baja fiabilidad no son fácilmente compensados o contrarrestados incrementando el número de los indicadores ni el tamaño de la muestra, pues aunque los modelos SEM son herramientas potentes para analizar variables observadas medidas con error, la precisión de los resultados siempre dependerá de las características y la calidad de los indicadores. Por lo tanto, para utilizar modelos no lineales de variable latente es necesario realizar una selección cuidadosa de los instrumentos de medida en base a evidencia previa sobre la fiabilidad de sus indicadores.

Los resultados también indican que, aún cuando la correlación entre factores exógenos tiene un impacto en los resultados, este efecto es relevante solo para la potencia y tendió a perder importancia a medida que la fiabilidad de los indicadores (o

su número) aumentaba. Estos resultados son consistentes con estudios previos que han comparado otros procedimientos basados en productos de indicadores y analíticos de distribuciones (e.g., Kelava et al., 2008) y con aquellos que han comparado específicamente EXUC y LMS (e.g., Kelava et al., 2011), que han mostrado diferencias pequeñas en potencia a favor de LMS como consecuencia de la correlación entre factores cuando se empleaban indicadores con altas fiabilidades. Esta investigación clarifica y expande estos resultados mostrando que, cuando se consideran indicadores de distintos niveles de fiabilidad y se varía el número de indicadores, las diferencias en potencia a favor de LMS aumentan a medida que la fiabilidad de los indicadores disminuye, especialmente si se emplean cuatro indicadores por factor.

En consecuencia, se debería preferir utilizar el método LMS para analizar modelos SEM no lineales, especialmente cuando las fiabilidades de los indicadores sean heterogéneas y/o no sean muy altas, aunque debe considerarse que si se dispone de indicadores con fiabilidades relativamente bajas y factores altamente correlacionados, la potencia para detectar los efectos no lineales significativos podría disminuir sustancialmente. Solo es posible recomendar emplear el procedimiento EXUC cuando las mediciones sean paralelas y se cuente con indicadores con alta fiabilidad. En esos escenarios, EXUC-SB puede ser una alternativa a LMS, aunque se obtendrán errores típicos ligeramente sesgados y una menor potencia.

No obstante lo anterior, es importante recordar que estas recomendaciones no deberían ser generalizadas más allá de las condiciones analizadas en esta investigación, a saber, factores exógenos normalmente distribuidos e indicadores continuos.

Al respecto, es importante considerar que recientes estudios han mostrado que las ventajas de LMS solo se sostienen para factores normalmente distribuidos (cf. Brandt et al., 2014; Cham et al., 2012; Kelava & Nagengast, 2012; Kelava et al., 2014).

Si bien la mayor parte de esta evidencia está basada en medidas paralelas, sus resultados indican que las ventajas de LMS deben ser tomadas con cautela y no deben ser generalizadas a situaciones en las que sea presumible que los factores exógenos tengan una distribución distinta de una normal.

Por otro lado, los investigadores aplicados deben tener en cuenta que los hallazgos de esta investigación se limitan al uso de indicadores continuos y que se requieren de mayores investigaciones que evalúen su potencial generalización a indicadores discontinuos (i.e., ítems). Esto es especialmente importante porque en investigación aplicadas usualmente se trabaja con indicadores ordinales (dicotómicos o politómicos) y hasta donde alcanza nuestro conocimiento, ninguna investigación a la fecha ha evaluado el desempeño de LMS y/o EXUC en esas situaciones.

A pesar de estas limitaciones, esta investigación ha contribuido a establecer los requisitos, potencialidades y limitaciones de los modelos SEM no lineales disponibles a la fecha y ha demostrado su utilidad como herramienta para desarrollar y contrastar modelos teóricos más precisos que permitan dar cuenta de los complejos objetos de estudio de los que se ocupan las ciencias sociales y del comportamiento.



## **CAPÍTULO III**

### **¿INTERACCIONES, CUADRADOS O AMBOS? REVISANDO LA CONTROVERSIA SOBRE LA ESPECIFICACIÓN DE LOS MODELOS SEM NO LINEALES**



## Resumen

El presente estudio evalúa la relevancia de analizar efectos de interacción y cuadráticos como modelo basal cuando se utiliza el método *latent moderated structural equations* (LMS) para ajustar modelos no lineales de ecuaciones estructurales. Se desarrolló un estudio Monte Carlo para evaluar las consecuencias empíricas de la especificación del modelo (i.e., correcta especificación, incorrecta especificación, subespecificación y sobreespecificación) en situaciones en que el tamaño de muestra y la fiabilidad compuesta de los factores variaba. Los resultados muestran que, cuando los factores exógenos están correlacionados, usar un modelo incorrectamente especificado podría llevar a detectar efectos de interacción espurios cuando el modelo poblacional es cuadrático; si el modelo poblacional tiene interacciones verdaderas pero el modelo de análisis solo considera efectos cuadráticos, estos serán detectados incorrectamente como efectos cuadráticos. En tanto que, si el modelo poblacional tiene efectos de interacción y cuadráticos simultáneos y el modelo de análisis solo contempla un tipo de estos efectos, los parámetros no lineales y la varianza explicada del modelo serán sobreestimadas. En contraste, independiente del modelo poblacional de los datos, usar un modelo basal que analice conjuntamente efectos de interacción y cuadráticos logra estimaciones de parámetros insesgadas, no obstante, para lograr niveles óptimos de potencia con este modelo de análisis se requieren mayores tamaños muestrales y factores medidos con mayor fiabilidad. Los resultados se discuten a la luz de la literatura disponible y se proveen de algunas recomendaciones para la investigación aplicada.



## **Abstract**

Current research assesses the relevance of analyzing interaction and quadratic effects as a baseline model when using the latent moderated structural equation method (LMS) to fit a nonlinear structural equation model. A Monte Carlo study was conducted in order to assess the empirical consequences of model specification (i.e., correct model specification, incorrect model specification, model underspecification and model overspecification) in situations where sample size and composite factor reliability varied across conditions. Results revealed that, when exogenous factors are correlated, using an incorrect or misspecified model may lead to detect spurious interaction effects when the population model is truly a quadratic one; if the population model has an interaction and the model used for data analyses solely considers quadratic effects, they will improperly be detected as quadratic effects. Whereas, if the true population model has an interaction and two quadratic effects and the model used for the analyses only assess one type of nonlinear effect, nonlinear parameters and the overall variance explained by the model will be overestimated. In contrast, regardless of the true population model, using a model that analyses interaction and quadratic effects yield accurate parameter estimates, however, in order to achieve acceptable levels of power, larger samples and larger composite reliability for each factor is needed. Results are discussed in keeping with current literature in the subject and some recommendations for empirical research are provided.

## Introducción

Los investigadores de las diversas disciplinas de las ciencias sociales y del comportamiento frecuentemente buscan analizar efectos de interacción entre variables basándose en hipótesis teóricamente fundamentadas, en resultados de otras investigaciones o en su propia intuición. Debido a los alentadores resultados mostrados en investigaciones con datos simulados (e.g., Jackman, Leitte, & Cochrane, 2011; Kelava et al., 2011; Marsh, Wen, & Hau, 2004; Rdz-Navarro, & Alvarado, 2015), el método de *latent moderated structural equation modeling* (LMS) diseñado por Klein y Moosbrugger (2000) se ha convertido en el procedimiento estándar para testear este tipo de efectos ante variables latentes en modelos de ecuaciones estructurales (SEM).

No obstante, el análisis empírico de efectos cuadráticos en modelos SEM no lineales ha recibido una menor atención de parte de los investigadores aplicados. Por ejemplo, una breve revisión de artículos publicados dentro de los últimos diez años realizada en el marco de esta investigación, logró detectar más de 50 investigaciones que utilizaban el método LMS para testear mayoritariamente efectos de interacción entre dos variables latentes, mientras que una proporción muy minoritaria de ellas evaluaban efectos cuadráticos. Este hecho es relevante pues, desde la estadística y la metodología se ha mostrado que, cuando se evalúan efectos de interacción debe prestarse atención también a los efectos cuadráticos (Marsh, Wen, & Hau, 2006) con los cuales podrían confundirse los efectos de interacción, especialmente cuando las variables o factores analizados están correlacionados.

La inclusión simultánea de efectos de interacción y cuadráticos en modelos para variables observadas y latentes ha sido un tema que ha generado controversia en el campo de la metodología y la estadística. Algunos autores plantean que cualquier tipo

de efecto no lineal solo debe ser incluido en el modelo cuando existan antecedentes teóricos suficientes que justifiquen su inclusión (Aiken & West, 1991; Shepperd, 1991). Otros postulan que si se desea evaluar efectos de interacción entre variables, deben incluirse simultáneamente efectos cuadráticos en el modelo para evitar detectar interacciones espurias o sobreestimadas (e.g., Ganzach, 1997; Lubinski & Humphreys, 1990) como resultado de problemas de especificación en el modelo. En tanto, otros postulan que si bien incluir efectos cuadráticos en modelos destinados a evaluar efectos de interacción podría disminuir la probabilidad de detectar efectos de interacción espurios, la inclusión de los efectos cuadráticos tiene un alto costo en términos de potencia para detectar las interacciones que no compensaría la baja en las tasas de error Tipo I en las interacciones (Harring, Weiss, & Li, 2015).

La mayor parte de estas posturas se basan en el análisis de modelos para variables observadas. El estudio más reciente que evalúa esta situación ante variables latentes (Harring et al., 2015) lo hace para modelos poblacionales lineales o que contienen un único efecto de interacción entre variables latentes que son analizados utilizando modelos con interacción o modelos que incluyen simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos, pero no aborda lo que ocurriría, por ejemplo, cuando a nivel poblacional existen efectos cuadráticos, pero el modelo SEM utilizado para los análisis es un modelo que sólo incluye efectos de interacción. Con esto, la pregunta respecto a las consecuencias de los problemas de especificación en modelos SEM no lineales continúa abierta.

El presente estudio busca por tanto analizar las consecuencias de los problemas de especificación en modelos SEM no lineales para la estimación de parámetros, focalizándose en distintos tipos de modelos poblacionales (i.e., lineales, con efectos de interacción, con efectos cuadráticos y modelos complejos que incluyen efectos de

interacción y cuadráticos simultáneos) analizados con modelos de estructura correctamente especificados, incorrectamente especificados, subespecificados y sobreespecificados. Adicionalmente, en este estudio se evaluarán las consecuencias de los problemas de especificación antes mencionados en situaciones en las cuales se dispone de factores con diferentes niveles de fiabilidad compuesta, grados de correlación y en dos tamaños muestrales a fin de delimitar los requisitos necesarios para contrastar adecuadamente distintos modelos no lineales de variable latente.

## El método LMS

El método LMS es un procedimiento diseñado para analizar modelos de estructura con efectos de interacción (MI), modelos con efectos cuadráticos (MQ) o modelos que estiman simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos (MIQ), como los que se muestran en las Ecuaciones (1), (2) y (3) donde,  $\xi_1$  y  $\xi_2$  representan factores latentes exógenos,  $\eta$  representa a un factor latente endógeno,  $\alpha$  es un parámetro intercepto,  $\omega_{12}$  representa el efecto de interacción entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ ,  $\omega_{11}$  y  $\omega_{22}$  representan los efectos de los cuadrados de  $\xi_1$  y  $\xi_2$  sobre  $\eta$ , respectivamente, y  $\zeta$  es el error de predicción de  $\eta$ .

$$\text{MI: } \eta = \alpha + \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \omega_{12} \xi_1 \xi_2 + \zeta, \quad (1)$$

$$\text{MQ: } \eta = \alpha + \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \omega_{11} \xi_1^2 + \omega_{22} \xi_2^2 + \zeta, \quad (2)$$

$$\text{MIQ: } \eta = \alpha + \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \omega_{12} \xi_1 \xi_2 + \omega_{11} \xi_1^2 + \omega_{22} \xi_2^2 + \zeta. \quad (3)$$

Para poder estimar alguno de los modelos de las Ecuaciones (1) a (3), es necesario, contar con un modelo de medida para los factores latentes exógenos ( $\xi_1$  y  $\xi_2$ ) y para el factor endógeno ( $\eta$ ). Al igual que la mayor parte de los modelos SEM, los procedimientos no lineales de variable latente asumen que los modelos de medida de las

variables latentes serán modelos reflectivos y que la relación entre los indicadores continuos y las variables latentes será lineal, como se muestra en las Ecuaciones (4) y (5), donde  $x_i$  es el  $i$ -ésimo indicador exógeno,  $y_i$  es el  $i$ -ésimo indicador endógeno,  $\tau_i$  representan el parámetro intercepto del indicador  $i$ ,  $\lambda$  representan las pendientes o cargas factoriales de los indicadores en su respectivo factor, y  $\delta_i$  y  $\varepsilon_i$  representan errores aleatorios de medida.

$$x_i = \tau_i + \lambda_{x_{ij}} \xi_j + \delta_i, \quad (4)$$

$$y_i = \tau_i + \lambda_{y_i} \eta + \varepsilon_i. \quad (5)$$

A diferencia de los métodos SEM tradicionales (e.g., Bollen, 1989; Jöreskog, 1969) que operan mediante el análisis de la información limitada contenida en las matrices de varianza-covarianza y matrices de medias, el método LMS estima los parámetros del modelo basándose en toda la información contenida en un conjunto de datos, y opera descomponiendo la distribución conjunta de los indicadores observados de los factores.

LMS asume que tanto los factores exógenos como los errores de medida y predicción (i.e.,  $\xi_j$ ,  $\delta_i$ ,  $\varepsilon_i$ , y  $\zeta$ ) provienen de una distribución normal y que los errores de medida no estarán correlacionados con los factores latentes. Esto permite al procedimiento asumir que cualquier alejamiento de una distribución normal del factor endógeno  $\eta$  y sus indicadores  $y_i$  se deberá a los efectos no lineales del modelo (e.g.,  $\xi_1 \xi_2$ ,  $\xi_1^2$  o  $\xi_2^2$ ) que por definición tendrán una distribución no normal (Aiken & West, 1991). Esto posibilitará a LMS estimar los parámetros no lineales (i.e.,  $\omega_{jj}$ ) que producen los alejamientos de la normalidad del factor endógeno (Klein & Moosbrugger, 2000; Kelava et al., 2011). La no normalidad del factor endógeno y los términos no lineales genera que el supuesto de normalidad multivariante frecuentemente asumido en modelos SEM no se cumpla cuando al menos uno de los efectos no lineales es distinto

de cero. No obstante, la distribución condicional de los efectos no lineales será normal una vez controlado el efecto que genera la no linealidad. Así, la distribución condicional de los indicadores  $x$  e  $y$  puede ser representada como una mixtura de distribuciones normales ponderadas (Klein & Moosbrugger, 2000). Esta característica permite al método LMS separar la distribución del factor latente endógeno en sus partes lineal y no lineal utilizando para ello la descomposición de Cholesky, donde la mixtura de distribuciones normales y sus ponderadores son aproximados numéricamente utilizando el procedimiento de cuadratura Hermite-Gauss y empleando el algoritmo *expectation-maximization* (EM) para producir estimaciones máximo-verosímiles (ML) de los parámetros del modelo.

Diversas investigaciones han mostrado que, cuando se cumplen sus supuestos distribucionales, el método LMS permite estimar parámetros y errores típicos insesgados y eficientes, y logra un adecuado control de las tasas de error Tipo I en modelos que analizan un único o múltiples efectos no lineales (e.g., Jackman et al., 2011; Klein & Moosbrugger, 2000; Klein & Muthén, 2007; Klein, Schermeller-Engel, Moosbrugger, & Kelava, 2009; Marsh, et al., 2004). No obstante, algunas investigaciones han mostrado que la potencia del método LMS podría verse afectada por la calidad de los modelos de medida y la correlación entre los factores (Rdz-Navarro & Alvarado, 2015).

Pese a su capacidad de controlar los efectos de trabajar con variables medidas con error, la calidad de los resultados de los modelos SEM depende principalmente de la calidad de las mediciones (Asún, Rdz-Navarro & Alvarado, 2016; Gagne & Hancock, 2006; Grewal, Cote & Baumgartner, 2004). En esta línea de trabajo, las investigaciones que han examinado los efectos de la calidad de la medida sobre la estimación de modelos no lineales de variable latente han estado focalizadas en definir la fiabilidad o

comunalidad que debiesen tener los indicadores para estimar estos modelos, la que es definida como la proporción de varianza de un indicador que es explicada por un factor latente (i.e.,  $h = \lambda_i^2 \text{var}(\xi) / (\lambda_i^2 \text{var}(\xi) + \text{var}(\delta_i))$ ) (cf. Bollen, 1989). Algunos autores han sugerido que para estimar modelos no lineales de variable latente se requieren indicadores con comunalidades iguales o superiores a .8 (Kelava, Nagengast & Brandt, 2014), no obstante se ha demostrado que LMS requiere que los indicadores tengan una calidad al menos moderada (i.e.,  $h = .3$ ) cuando se trabaja con ocho indicadores, o calidades altas (i.e.,  $h \geq .5$ ) cuando se trabaja con cuatro indicadores, en modelos poblacionales donde existen múltiples efectos no lineales simultáneos (Rdz-Navarro & Alvarado, 2015). Subyacente a estas variaciones en la fiabilidad requerida en los indicadores de acuerdo al número de indicadores observados por factor, estaría la idea del aumento de su fiabilidad compuesta, la cual puede ser aumentada mediante el incremento en las cargas factoriales o bien mediante el aumento del número de indicadores.

Debido probablemente a que la mayor parte de las investigaciones aplicadas utiliza la fiabilidad compuesta de un factor como forma de evaluar la calidad de la medida, se ha sugerido que para estimar modelos no lineales se requieren medidas lo más fiables posible (Grewal et al., 2004), no obstante, en la actualidad no existen indicaciones claras respecto a lo que se considera una adecuada fiabilidad compuesta y, las indicaciones existentes derivan de aplicaciones de instrumentos de medidas con fines distintos de la evaluación de efectos no lineales. Así por ejemplo, se considera que una fiabilidad, medida a través del coeficiente  $\alpha$  de Cronbach, igual o superior .7 es adecuada para realizar comparaciones entre grupos y una fiabilidad igual o superior a .9 sería el mínimo aceptable para el monitoreo o la evaluación de casos individuales (cf. Nunnally & Berstein, 1994). Estos criterios son frecuentemente utilizados en

investigaciones aplicadas en el desarrollo de escalas de medida con análisis factorial, y en estudios que evalúan modelos de estructura lineales y no lineales (e.g., Diestel & Schmidt, 2010; Klöckner & Blöbaum, 2010), no obstante, a la fecha se desconocen concretamente los criterios de fiabilidad compuesta mínimos requeridos para testear efectos no lineales entre variables latentes.

Es sabido que la fiabilidad de la medida afecta las tasas de convergencia, la precisión de la estimación de los parámetros y errores típicos y la potencia de los modelos factoriales y SEM en general (cf. Grewal et al., 2004; Harring, Weiss & Hsu, 2012; MacCallum, Widaman, Zhang, & Hong, 1999). Y se ha demostrado que el método LMS es resistente a contar con indicadores de calidad relativamente baja, pero los requisitos de calidad de medida para trabajar con LMS parecieran ser bastante mayores a los necesarios para trabajar con otras técnicas de ecuaciones estructurales puramente lineales y se ha mostrado que estos requisitos podrían variar sustancialmente de acuerdo al grado de correlación entre los factores exógenos y el tamaño muestral (cf. Rdz-Navarro & Alvarado, 2015).

Las razones de esto radican principalmente en que la fiabilidad de los términos de interacción y cuadráticos depende de la fiabilidad de los factores, la cual disminuye considerablemente cuando se trabaja con variables multiplicadas entre si (Dimitruk, Schermelleh-Engel, Kelava & Moosbrugger, 2007) como se muestra en las Ecuaciones (6) y (7). A su vez, para el caso específico de la interacción, la fiabilidad dependerá también de la correlación entre los factores.

$$Fiab(XZ) = \frac{Fiab(X)Fiab(Z) + cor(X, Z)^2}{1 + cor(X, Z)^2}, \quad (6)$$

$$Fiab(X^2) = [Fiab(X)]^2. \quad (7)$$



Así por ejemplo, si la fiabilidad de dos variables X y Z es igual a .75 (valor generalmente considerado como aceptable), la fiabilidad del término de interacción XZ y los términos cuadráticos ( $X^2$  y  $Z^2$ ) será igual a .563 (valor que está por debajo de los niveles aceptables) cuando X y Z tengan una correlación igual a cero. En tanto que, si la correlación entre X y Z fuese igual .6, la fiabilidad de la interacción aumentaría a .678 pero la fiabilidad del término cuadrado se mantendría en .563.

Este aumento en la fiabilidad de los efectos de interacción conforme aumenta la correlación entre los factores podría redundar en mayor eficiencia (i.e., menor varianza) en la estimación de parámetros de interacción, intervalos de confianza más pequeños y mayor potencia. No obstante, el aumento de la correlación implica al mismo tiempo un aumento de la multicolinealidad del modelo que podría resultar en mayor varianza de las estimaciones (i.e., menor eficiencia), mayor amplitud de los intervalos de confianza y menor potencia. Por lo cual se hacen necesarias mayores investigaciones que permitan establecer hasta qué punto la correlación entre factores puede resultar beneficioso para el trabajo con modelos no lineales.

Finalmente, se ha mostrado que LMS requiere tamaños muestrales relativamente grandes, iguales o superiores a 500 casos (Cham, West, Ma & Aiken, 2012) y que los requisitos de tamaño muestral podrían aumentar de acuerdo a la calidad de la medición (Rdz-Navarro & Alvarado, 2015). En esta línea, es probable que los requisitos de calidad de la medida y tamaños muestrales varíen dependiendo del modelo que se ajuste, ya sea este un modelo MI, MQ o MIQ; no obstante, para determinar estos requisitos se requieren más investigaciones.

## **Problemas derivados de la multicolinealidad**

Al igual que otros procedimientos para estimar modelos SEM no lineales (cf. Marsh, et al., 2004, 2006), el método LMS es esencialmente un procedimiento confirmatorio. Esto significa que su uso presume que los investigadores tendrán conocimiento previo sobre la verdadera estructura de relaciones entre las variables latentes (Bauer, Baldasaro, & Gottfredson, 2012) y serán ellos quienes, de acuerdo a las teorías o hipótesis con las que cuenten, especificarán el tipo de relaciones no lineales que desean testear, pudiendo ajustar modelos como los presentados en las Ecuaciones (1), (2), (3) o alguna variante de estos. Este carácter confirmatorio convierte a LMS en una herramienta flexible y propicia para el contraste de teorías sustantivas, pero al mismo tiempo impone al investigador aplicado el desafío de determinar a priori el tipo de efectos no lineales que desea evaluar.

La mayor parte de las investigaciones publicadas en ciencias sociales y del comportamiento que evalúan efectos no lineales entre variables latentes analizan generalmente uno o más efectos de interacción entre variables (e.g., Diestel & Schmidt, 2010; Klöckner & Blöbaum, 2010; Trautwein, Marsh, Nagengast, Lüdtke, Nagy, & Jonkmann, 2012) y tan solo unas pocas evalúan efectos cuadráticos y/o efectos de interacción y cuadráticos simultáneos (e.g., Kelava et al, 2014; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015). Si bien los modelos seleccionados por las citadas investigaciones podrían ser consistentes con los postulados teóricos que ellas buscan contrastar, en términos metodológicos, ajustar modelos que incluyan únicamente efectos de interacción, sin estimar los efectos cuadráticos, podría tener consecuencias para la toma de decisiones, especialmente cuando los factores exógenos estén correlacionados.

Cuando dos factores  $\xi_1$  y  $\xi_2$  tienen distribución normal, las varianzas y covarianzas de los términos de orden superior que representan la interacción y los cuadrados se definen como (Marsh et al, 2006):

$$Var(\xi_1\xi_2) = Var(\xi_1) \times Var(\xi_2) + cov(\xi_1, \xi_2)^2, \quad (8)$$

$$Var(\xi_1^2) = 2 \times Var(\xi_1), \quad (9)$$

$$cov(\xi_1\xi_2, \xi_1^2) = 2 \times var(\xi_1) \times cov(\xi_1, \xi_2), \quad (10)$$

$$cov(\xi_1^2, \xi_2^2) = cov(\xi_1, \xi_2)^2. \quad (11)$$

De las Ecuaciones (8) y (9) se deduce que cuando  $\xi_1$  y  $\xi_2$  tengan una media igual a cero y varianza igual a uno (supuesto habitualmente asumido en modelos de variable latente), la interacción siempre tendrá una varianza igual o superior a uno y los términos cuadráticos tendrán siempre una varianza igual a dos. Por su parte, de las Ecuaciones (10) a la (11) es posible inferir que cuando la covarianza entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$  es igual a cero, los términos no lineales tendrán una covarianza igual a cero y por lo tanto serán perfectamente distinguibles entre sí. No obstante, a medida que la covarianza entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$  aumenta, la relación entre los términos de interacción y cuadráticos también aumentará, lo que redundará en un incremento en la varianza compartida entre ellos que impondrá problemas para la estimación de parámetros.

Debido a que la covarianza como medida de asociación entre variables es difícil de interpretar por su ausencia de límite superior e inferior, para ejemplificar el aumento de la relación entre los términos de interacción y cuadrados, en la Figura 1 se muestran las correlaciones entre  $\xi_1\xi_2$  y  $\xi_1^2$  y la correlación entre  $\xi_1^2$  y  $\xi_2^2$  para factores provenientes de una distribución normal estándar con distintos grados de correlación lineal poblacional ( $\rho$ ). En la Figura 1 se puede apreciar claramente que cuando  $\rho(\xi_1, \xi_2)$  es distinto de cero,  $\rho(\xi_1\xi_2, \xi_1^2)$  siempre será mayor que  $\rho(\xi_1^2, \xi_2^2)$  y, a su vez, que la pendiente de incremento en  $\rho(\xi_1\xi_2, \xi_1^2)$  será mucho más acelerada que la pendiente de

crecimiento de  $\rho(\xi_1^2, \xi_2^2)$ . De este modo, por ejemplo, una correlación poblacional entre factores igual a .6, generalmente considerada aceptable para el análisis de modelos de medida y/o modelos SEM lineales, redundará en un valor de  $\rho(\xi_1^2, \xi_2^2)$  de nivel medio y una  $\rho(\xi_1\xi_2, \xi_1^2)$  y  $\rho(\xi_1\xi_2, \xi_2^2)$  de nivel alto.

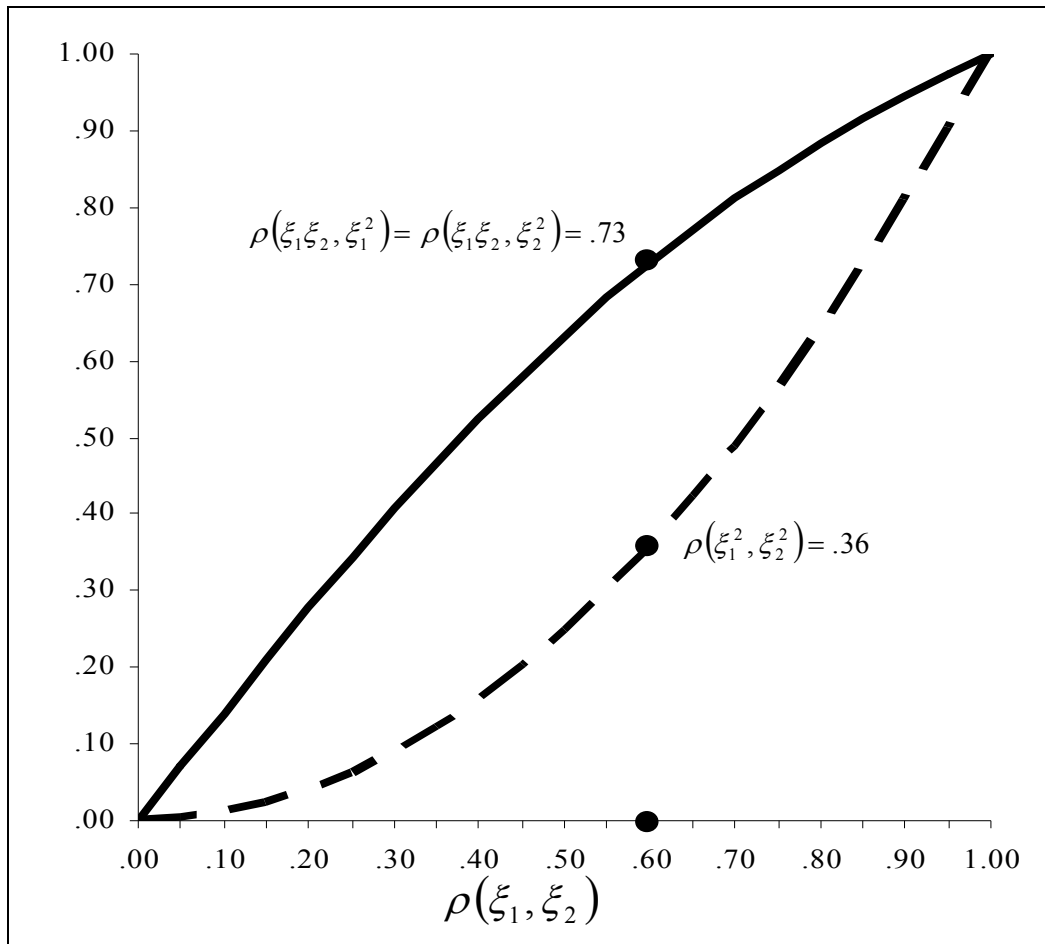


Figura 1. Correlación entre términos de orden superior en función de la correlación entre los factores exógenos  $\xi_1$  y  $\xi_2$ . Línea negra: correlación entre el término de interacción y uno de los términos cuadráticos (e.g.,  $\rho(\xi_1\xi_2, \xi_1^2)$ ). Línea discontinua: correlación entre ambos términos cuadráticos (i.e.,  $\rho(\xi_1^2, \xi_2^2)$ ).

Esta alta correlación entre los términos de interacción y cuadráticos, tendría consecuencias negativas para la estimación de parámetros de modelos no lineales que contemplen ya sea un único efecto no lineal o múltiples efectos no lineales. Cuando aumenta la correlación entre los factores exógenos, la correlación entre los términos de interacción y cuadráticos aumentará y serán muy difíciles de distinguir entre sí para la estimación de parámetros, lo que podría redundar en diversos problemas tales como la detección de efectos no lineales espurios, sobreestimados o incorrectos cuando el modelo de estructura es especificado incorrectamente (Ganzach, 1997; Lubinski & Humphreys, 1990) y el aumento de la heterogeneidad o varianza de las estimaciones y la magnitud de los errores típicos con la consecuente disminución en la capacidad para detectar efectos no lineales reales como significativos (i.e., disminución de la potencia estadística y el consecuente aumento de tasas de error Tipo II) (Harring et al., 2015).

### **Debates en torno a la especificación del modelo**

En función de los antecedentes presentados en las páginas precedentes, se ha planteado que cuando se busca evaluar efectos de interacción debe prestarse atención a los efectos cuadráticos, especialmente si los factores están correlacionados (Marsh, et al., 2006). No obstante, las formas respecto a cómo considerar los efectos cuadráticos continúa siendo tema de debate y controversia en el área de la metodología y la estadística.

Algunos investigadores plantean que cualquier efecto no lineal debe ser incluido en el modelo solo cuando existen antecedentes teóricos suficientes que justifiquen su inclusión (Aiken & West, 1991; Shepperd, 1991), ya que cada efecto que se introduce en el modelo implica una prueba de significación adicional que, en sí mismo, redundará en un aumento de las tasas de error Tipo I. Desde esta perspectiva, por lo tanto, se deben

privilegiar modelos teóricamente fundamentados, lo más parsimoniosos posibles en el número de efectos no lineales estimados, y se advierte que trabajar con modelos que analicen conjuntamente efectos no lineales de interacción y cuadráticos, debiese ser considerado como un tipo de análisis de corte exploratorio (no confirmatorio) que debe ser visto con cautela.

Contrariamente, algunos autores (Cortina, 1993; Ganzach, 1997; Lubinski & Humphreys, 1990; Klein, Schermelleh-Engel, Moosbrugger, & Kelava, 2009) plantean que los efectos de interacción y cuadráticos deben ser siempre incluidos en los modelos de manera simultánea. Las razones de esto radican principalmente en que, a medida que aumenta la correlación entre los factores exógenos, los efectos de interacción y cuadráticos compartirán una mayor proporción de varianza y tenderán a confundirse entre sí. Esto implica, por ejemplo, que en una población donde existan verdaderos efectos cuadráticos y se estimen únicamente efectos de interacción, sería altamente probable detectar efectos de interacción espurios y, una situación similar ocurriría en la situación inversa en la que en la población existan efectos de interacción y se estime un modelo con efectos cuadráticos. Adicionalmente, si en la población existiesen conjuntamente efectos de interacción y cuadráticos y se ajustara un modelo únicamente con efectos de interacción o cuadráticos (i.e., modelo subespecificado), se detectarían efectos no lineales sobreestimados. Estas situaciones muestran las potenciales consecuencias de los problemas derivados de problemas de mala especificación y subespecificación del modelo, ante lo cual ajustar modelos potencialmente sobreespecificados (i.e., que estimen más efectos o parámetros de los necesarios) surge como una alternativa para subsanar los problemas metodológicos que implica la multicolinealidad existente entre los efectos multiplicativos del modelo. Desde esta perspectiva por tanto, ajustar modelos que incluyan simultáneamente efectos

cuadráticos y de interacción cuando se busca sólo un tipo de efecto no lineal, no sería transformar un modelo confirmatorio en uno exploratorio, sino que podría ser interpretado como una manera de controlar estadísticamente posibles efectos confundentes con la finalidad de realizar inferencias robustas.

Si bien estas posturas comparten una preocupación común respecto a la necesidad de control de las tasas de error Tipo I, ellas discrepan en las indicaciones o directrices que se entregan al investigador aplicado sobre cómo proceder cuando se busca analizar relaciones no lineales entre variables. Este es un tema especialmente delicado, considerando que los estadísticos de ajuste para modelos no lineales recién comienzan a ser desarrollados (cf., e.g., Gerhard, Klein, Schermelleh-Engel, Moosbrugger, Gäde, & Brandt, 2015; Klein & Schermelleh-Engel, 2010), por lo cual el investigador aplicado debiese orientar sus análisis siguiendo alguna de estas dos perspectivas contrapuestas.

El debate respecto a la inclusión o no inclusión simultánea de efectos de interacción y cuadráticos en modelos que busquen detectar un único tipo de efecto no lineal entre variables surge en el contexto del análisis de regresión múltiple para variables observadas. Así, gran parte de las investigaciones que se han desarrollado evaluando ambas perspectivas se basan en este tipo de modelos y analizan modelos poblacionales puramente lineales (i.e., poblaciones sin efectos de interacción ni cuadráticos) o modelos poblacionales con efectos lineales y de interacción que son analizados utilizando modelos como el de la Ecuación (1) o la Ecuación (3) para evaluar potencia y tasas de error Tipo I en los efectos de interacción (e.g., Cortina, 1993; Ganzach, 1998). Resultan menos frecuentes las investigaciones que contemplen modelos poblacionales donde existen efectos cuadráticos y se evalúen las consecuencias de una mala especificación del modelo. Hasta donde alcanza nuestro conocimiento, los

únicos artículos que han evaluado este fenómeno utilizan modelos de regresión aplicados a variables medidas sin error de medida (cf. Ganzach, 1997; MacCallum & Mar, 1995), mostrando que modelos no lineales subespecificados (i.e., modelos que omiten un efecto no lineal de tipo cuadrático) tendrán como consecuencia la estimación de parámetros de interacción sobreestimados o con el signo opuesto y que en los modelos incorrectamente especificados (e.g., modelos que estiman efectos de interacción cuando existen efectos cuadráticos o viceversa) se tiende a detectar efectos no lineales espurios a medida que aumenta la correlación entre las variables. No obstante, debido a que estos trabajos fueron realizados en el contexto de modelos de regresión, resulta importante conocer si sus resultados son o no generalizables a los modelos SEM no lineales.

Recientemente este debate se ha extendido a los modelos SEM no lineales de variable latente con dos investigaciones. Una de ellas, muestra que modelar efectos de interacción y cuadráticos de manera simultánea disminuye la probabilidad de detectar efectos de interacción espurios, no obstante, esto tendría un alto costo que se traduciría en menor potencia (y el consecuente aumento de las tasas error Tipo II) en la detección de efectos de interacción que no compensaría las ganancias en la disminución del error Tipo I (Harring, et al., 2015). Contrario a esto, la segunda investigación, sugiere que es mejor privilegiar modelos que estimen conjuntamente efectos de interacción y cuadráticos para evitar una inadecuada selección de modelos (Gerhard et al., 2015).

Ante esto, resulta evidente que el debate continúa abierto y se requieren más investigaciones que permitan a los investigadores tener directrices claras a seguir para la adecuada estimación de modelos no lineales de variable latente, considerando no sólo los problemas derivados de la multicolinealidad y especificación del modelo, sino también problemas relativos a la calidad de la medida y el efecto de ésta en



combinación con los tamaños muestrales. La presente investigación analizará estos aspectos.

## Estudio de Simulación

Este estudio buscó determinar los efectos de la especificación del modelo sobre los resultados de las estimaciones del método LMS ante la presencia de factores con distintos grados de correlación y fiabilidad compuesta, así como también distintos tamaños de muestra. Para ello, se desarrolló un estudio Monte Carlo en el cual se generaron datos para cuatro tipos de modelos poblacionales: (a) un modelo poblacional puramente lineal siguiendo la Ecuación (12), (b) un modelo MI siguiendo la Ecuación (1), (c) un modelo MQ siguiendo la Ecuación (2) y (d) un modelo MIQ siguiendo la Ecuación (3).

$$\text{MLIN : } \eta = \alpha + \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \zeta \quad (12)$$

En todas las condiciones, los factores exógenos  $\xi_1$  y  $\xi_2$  se simularon a partir de una distribución normal estándar y los errores de predicción ( $\zeta$ ) fueron simulados a partir de una distribución normal con esperanza igual a cero. Como es natural, la distribución del factor endógeno  $\eta$  fue normal estándar para el modelo MLIN (debido a la ausencia de efectos no lineales y la distribución de los factores exógenos y el error de predicción), y fue no normal para los modelos poblacionales MI, MQ y MIQ. Los interceptos latentes (i.e.,  $\alpha$ ) de todos los modelos generadores de datos fueron ajustados de modo tal que la media de  $\eta$  fuese igual a cero. Los parámetros  $\gamma$  que representan los efectos lineales en todos los modelos poblacionales fueron fijados en .3 para representar un 9% de la varianza de  $\eta$ .

La correlación entre los factores se manipuló para generar dos niveles, .3 y .6 para representar factores moderadamente correlacionados y altamente correlacionados. Debido a que la varianza de la interacción depende del grado de correlación entre los factores, el parámetro de la interacción para los modelos MI y MIQ fue fijado en .219 cuando la correlación poblacional de los factores era .3 y .192 cuando la correlación entre los factores era igual a .6. Note que, si bien el valor del parámetro de la interacción es distinto para los dos tipos de correlaciones, en ambos casos este representa a un 5% de varianza explicada de  $\eta$ . En tanto, los parámetros  $\omega_{11}$  y  $\omega_{22}$ , que representan los efectos cuadráticos, fueron fijados en .159 para los modelos MQ y MIQ representando cada uno de ellos un 5% de varianza explicada de  $\eta$ .

Los modelos de medida para los factores exógenos fueron generados a partir de la Ecuación (4) y para el factor endógeno fueron generados a partir de la Ecuación (5). Para cada factor se simularon cuatro indicadores continuos. Los modelos de medida fueron generados a partir de mediciones congénicas. Las cargas factoriales de los indicadores de los factores exógenos (i.e., indicadores  $x_1$ - $x_4$  e indicadores  $x_5$ - $x_8$ ) y el factor endógeno (i.e., indicadores  $y_1$ - $y_4$ ) fueron ajustadas en los siguientes valores: (a) .8, .7, .6 y .5 para representar factores medidos con una fiabilidad compuesta igual a .75 (habitualmente considerada aceptable en investigación aplicada), y (b) .9, .85, .8 y .75 para representar factores con una fiabilidad compuesta de .9 (generalmente considerada adecuada en investigación aplicada). Adicionalmente, los tamaños muestrales se fijaron en 500 y 1000 casos para representar muestras de tamaño mediano y grande.

Los datos provenientes de los cuatro modelos poblacionales fueron analizados utilizando modelos MI, MQ y MIQ conforme al diseño que se muestra en la Tabla 1 con la finalidad de evaluar sesgo, tasas de error Tipo I y potencia para modelos

sobreespecificados, subespecificados, incorrectamente especificados y correctamente especificados.

Tabla 1. *Modelos poblacionales y modelos de análisis de datos.*

| Población | Modelo de análisis |     |     |
|-----------|--------------------|-----|-----|
|           | MI                 | MQ  | MIQ |
| MLIN      | SoE                | SoE | SoE |
| MI        | CE                 | IE  | SoE |
| MQ        | IE                 | CE  | SoE |
| MIQ       | SbE                | SbE | CE  |

*Nota.* MLIN: modelo puramente lineal. MI: modelo con efecto de interacción. MQ: modelo con efectos cuadráticos. MIQ: modelo con efecto de interacción y cuadráticos. SoE: sobreespecificación del modelo. CE: correcta especificación del modelo. IE: incorrecta especificación del modelo. SbE: subespecificación del modelo.

El análisis con modelos incorrectamente especificados permitirá conocer las tasas de error Tipo I producto de la incorrecta especificación del modelo (i.e., ajustar modelos con interacción cuando existen en la población efectos cuadráticos o ajustar modelos con efectos cuadráticos cuando existen en la población efectos de interacción). Los análisis con modelos subespecificados permitirán primariamente conocer posibles sesgos en la estimación de parámetros producto de efectos no lineales omitidos. Los modelos correctamente especificados permitirán conocer la potencia de los modelos. En tanto que los análisis derivados de modelos sobreespecificados, permitirán conocer el posible aumento en las tasas de error Tipo I para el modelo poblacional lineal producto de la multicolinealidad y/o el aumento del número de contrastes estadísticos, así como también conocer las tasas de error Tipo I y potencia para los modelos poblacionales donde existe al menos un tipo de efecto no lineal.

En síntesis, en la presente investigación se trabajó con un total de 32 condiciones en un diseño de 4 (modelos poblacionales)  $\times$  2 (niveles de correlación poblacional entre factores exógenos)  $\times$  2 (niveles de fiabilidad de las mediciones)  $\times$  2 (tamaños de

muestra). Los datos fueron generados con el programa R 3.1.0 (Core Development Team, 2014). Para cada condición se generaron 500 réplicas, lo que redundó en la generación de 16000 bases de datos en total para el estudio. Cada base de datos fue analizada con el método LMS implementado en el software Mplus 7 (Muthén & Muthén, 2012) utilizando modelos MI, MQ y MIQ.

Para cada una de las condiciones se evaluó la proporción de réplicas convergentes y el sesgo en la estimación de los parámetros y errores típicos. En el caso de los parámetros poblacionales distintos de cero se evaluó el sesgo relativo de la estimación de parámetros y en las condiciones de análisis que implicaban parámetros poblacionales iguales a cero se estimó el sesgo absoluto. Sesgos relativos y/o absolutos en la estimación de parámetros y errores típicos iguales o inferiores a  $|0.05|$  se consideraron adecuados (Hoogland & Boomsma, 1998), sesgos relativos mayores a  $|0.05|$  e iguales o inferiores a  $|0.1|$  se consideraron moderados y sesgos relativos iguales o superiores a  $|0.1|$  se consideraron severos. Adicionalmente, se evaluó la proporción de réplicas con resultados significativos a un nivel de confianza de 95% para evaluar tasas de error Tipo I y potencia de acuerdo al modelo de análisis. Utilizando el criterio liberal de Bradley (cf., Serlin, 2000) se consideró aceptable contar con tasas de error Tipo I entre .025 y .075. Finalmente, se consideró aceptable lograr una potencia igual o superior a .8 (Muthén & Muthén, 2002) y óptimo una potencia mayor o igual que .9.

## Resultados

En todas las condiciones se obtuvieron tasas de convergencia óptimas (i.e., 100% de réplicas convergentes), niveles de sesgo relativo inferiores a  $|0.05|$  en la estimación de parámetros lineales (i.e., parámetros  $\gamma$ ) y sesgos relativos de los errores típicos de todos los parámetros estimados del modelo de estructura entre cero y  $|0.089|$ . Las correlaciones entre los factores se estimaron sin sesgos relevantes en la mayor parte de las condiciones, salvo en el caso de modelos subespecificados como se verá más adelante. Los parámetros que no mostraron sesgos relevantes fueron omitidos de las tablas presentadas a continuación.

Como se puede observar en la Tabla 2, cuando solo existen efectos lineales a nivel poblacional, se obtienen estimaciones de parámetros no lineales insesgadas (i.e., media de los parámetros no lineales tendientes a cero) y tasas de error Tipo I en niveles aceptables en modelos de análisis MI, MQ y MIQ. El estimar modelos que incorporen simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos en modelos donde los parámetros no lineales son iguales a cero, no pareciera generar ventajas para el control de tasas de error Tipo I en la detección de efectos de interacción ni efectos cuadráticos, ya que estas tasas se mantienen dentro de los criterios aceptables de acuerdo al criterio liberal de Bradley, independiente del número de contrastes y el grado de correlación entre los factores del modelo. Estos resultados por tanto, rechazarían la hipótesis de que el aumento en el número de contrastes y/o el aumento de la multicolinealidad del modelo generaría aumentos en las tasas de error Tipo I.

Tabla 2. Medias de los parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional  $\eta = \alpha + \gamma_1\zeta_1 + \gamma_2\zeta_2 + \zeta$ .

| Modelo Análisis |          |      | MI                  |                     | MQ                  |                     |                     |                     | MIQ                 |                     |                     |                     |                     |                     |
|-----------------|----------|------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Estadísticos    |          |      | <i>M</i>            | P.Sig               | <i>M</i>            |                     | P.Sig               |                     | <i>M</i>            |                     |                     | P.Sig               |                     |                     |
| $\rho$          | <i>N</i> | Fiab | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |
| .3              | 500      | .75  | .000                | .060                | .004                | -.002               | .052                | .040                | .000                | .004                | -.002               | .048                | .050                | .034                |
|                 |          | .90  | .002                | .050                | .004                | .001                | .068                | .062                | -.001               | .004                | .001                | .052                | .048                | .046                |
|                 | 1000     | .75  | -.002               | .040                | .002                | .001                | .064                | .044                | -.006               | .003                | .003                | .058                | .068                | .046                |
|                 |          | .90  | -.001               | .056                | .000                | -.002               | .058                | .054                | .002                | -.001               | -.003               | .054                | .050                | .062                |
| .6              | 500      | .75  | -.002               | .052                | -.002               | -.004               | .066                | .046                | .003                | -.003               | -.002               | .052                | .046                | .056                |
|                 |          | .90  | .000                | .068                | .000                | -.002               | .078                | .058                | .006                | -.003               | -.004               | .052                | .048                | .046                |
|                 | 1000     | .75  | .001                | .046                | -.001               | .001                | .050                | .060                | .003                | -.002               | .000                | .064                | .054                | .070                |
|                 |          | .90  | .000                | .039                | .002                | -.002               | .072                | .050                | .002                | .001                | -.003               | .054                | .072                | .060                |

Nota. MI: modelo con un efecto de interacción. MQ: modelo con efectos cuadráticos. MIQ: modelo con efectos de interacción y cuadráticos. *M*: media del parámetro. P.Sig: proporción de réplicas con un resultado significativo a nivel de confianza de 95%.  $\rho$ : correlación poblacional entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ . *N*: tamaño muestral. Fiab: fiabilidad compuesta de cada factor. Cursiva: tasa de error Tipo I en niveles inaceptables de acuerdo al criterio liberal de Bradley.

Cuando los datos provienen de un modelo poblacional MI y el modelo de análisis coincide con el modelo poblacional, se estiman parámetros insesgados con niveles de potencia óptimos (ver Tabla 3). No obstante, cuando el modelo de interacción es incorrectamente especificado como un modelo cuadrático, se obtienen dos efectos cuadráticos sobreestimados (i.e., sesgo absoluto mayor a  $|0.05|$ ), los que se detectan espuriamente como significativos entre un 33% y un 93% de las veces. En concreto, el 5% de varianza de la interacción es detectada como dos efectos cuadráticos pequeños, cada uno de ellos explicaría entre un 1% y un 1.5% de la varianza de  $\eta$  cuando la correlación poblacional entre los factores es .3 y .6 respectivamente. Esto implica que el efecto de la interacción es detectado como ‘dividido’ en los efectos cuadráticos con una leve pérdida de información o varianza explicada global del modelo. La detección espuria de efectos cuadráticos producto de la incorrecta especificación del modelo se ve afectada en similar magnitud por la correlación poblacional entre los factores y la fiabilidad de los factores. A medida en que aumenta la correlación poblacional entre los

factores o aumenta la fiabilidad compuesta de los factores, la proporción de réplicas con resultados significativos y espurios para efectos cuadráticos aumenta.

En contraste, cuando el modelo MI poblacional fue analizado con un modelo sobreespecificado, se obtuvieron parámetros insesgados tanto de los efectos de interacción como de los efectos cuadráticos y, salvo en una condición, las tasas de error Tipo I se mantuvieron en niveles aceptables, aunque la potencia del contraste estadístico para la interacción varió sustancialmente de acuerdo a la magnitud de la correlación poblacional entre los factores. Cuando la correlación poblacional fue moderada, la potencia para detectar efectos de interacción se mantuvo en niveles entre aceptables y óptimos. No obstante, ante factores con correlaciones poblacionales altas, la potencia para detectar los efectos de interacción se redujo de manera importante, alcanzando niveles aceptables solo cuando la fiabilidad de los factores fue de .9 y el tamaño de muestra fue de 1000 sujetos.

Tabla 3. *Medias de parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional  $\eta = \alpha + \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \omega_{12}\xi_1\xi_2 + \zeta$ .*

| Modelo Análisis |          |      | MI                  |                     | MQ                  |                     |                     |                     | MIQ                 |                     |                     |                     |                     |                     |
|-----------------|----------|------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Estadísticos    |          |      | <i>M</i>            | P.Sig               | <i>M</i>            |                     | P.Sig               |                     | <i>M</i>            |                     |                     | P.Sig               |                     |                     |
| $\rho$          | <i>N</i> | Fiab | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |
| .3              | 500      | .75  | .218                | .970                | <b>.070</b>         | <b>.071</b>         | .330                | .358                | .219                | .000                | .000                | .850                | .046                | .060                |
|                 |          | .90  | .216                | 1                   | <b>.066</b>         | <b>.063</b>         | .482                | .470                | .216                | .002                | -.001               | .978                | .060                | .060                |
|                 | 1000     | .75  | .214                | .998                | <b>.072</b>         | <b>.071</b>         | .624                | .638                | .212                | .002                | .002                | .970                | .044                | .072                |
|                 |          | .90  | .213                | 1                   | <b>.065</b>         | <b>.063</b>         | .726                | .702                | .211                | .002                | .000                | 1                   | .046                | .074                |
| .6              | 500      | .75  | .192                | .982                | <b>.091</b>         | <b>.091</b>         | .474                | .484                | .185                | .004                | .003                | <u>.312</u>         | .070                | .052                |
|                 |          | .90  | .193                | .998                | <b>.087</b>         | <b>.089</b>         | .682                | .746                | .194                | -.003               | .001                | <u>.588</u>         | .066                | .056                |
|                 | 1000     | .75  | .191                | 1                   | <b>.088</b>         | <b>.093</b>         | .760                | .790                | .188                | .000                | .004                | <u>.492</u>         | .080                | .068                |
|                 |          | .90  | .189                | 1                   | <b>.086</b>         | <b>.087</b>         | .934                | .934                | .187                | .001                | .001                | .824                | .042                | .064                |

*Nota.* MI: modelo con un efecto de interacción. MQ: modelo con efectos cuadráticos. MIQ: modelo con efectos de interacción y cuadráticos. *M*: media del parámetro. P.Sig: proporción de réplicas con un resultado significativo a un 95% de confianza.  $\rho$ : correlación poblacional entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ . *N*: tamaño muestral. Fiab: fiabilidad compuesta de cada factor. Negrilla: parámetro sobreestimado. Cursiva: tasa de error Tipo I en niveles inaceptables de acuerdo al criterio liberal de Bradley. Subrayado: potencia inferior a .8. El parámetro  $\omega_{12}$  fue fijado en .214 cuando la  $\rho = .3$  y en .193 cuando  $\rho = .6$ . En ambos casos, la interacción representó un 5% de la varianza total de  $\eta$ .

Para el modelo poblacional cuadrático (ver Tabla 4), cuando el modelo de análisis fue correctamente especificado se obtuvieron parámetros insesgados con niveles de potencia óptimos, aunque levemente más bajos que para los modelos poblacionales de tipo MI correctamente especificados. En los modelos con efectos cuadráticos incorrectamente especificados como interacciones en los modelos de análisis, se observan resultados significativos para efectos de interacción entre un 90% y un 100% de las réplicas; los efectos detectados explicarían entre un 4% y un 5% de varianza explicada de  $\eta$  cuando la correlación poblacional entre los factores es moderada y entre un 11% y 12% de la varianza explicada de  $\eta$  cuando la correlación poblacional entre los factores es alta. Esto implica que, en el caso de modelos cuadráticos incorrectamente especificados como interacciones, los parámetros estimados para la interacción no sólo serían incorrectos, sino que además, pierden una menor cantidad de información o varianza explicada original del modelo, lo cual podría llevar a los investigadores a extraer conclusiones que podrían considerar como más ‘contundentes’ debido al mayor tamaño del efecto detectado.

Respecto al modelo cuadrático analizado con un modelo sobreespecificado, se observa que los parámetros se estiman insesgadamente tanto para el efecto de interacción como para los efectos cuadráticos. Los efectos de interacción se estimaron con tasas de error Tipo I aceptables. Los efectos cuadráticos se estimaron con niveles de potencia que variaron de acuerdo a los niveles de fiabilidad de los factores, la correlación entre estos y el tamaño muestral. Cuando la correlación poblacional entre los factores es de moderada intensidad, la potencia es aceptable en tamaños de muestra de 500 casos y factores con fiabilidad de .75. No obstante, para lograr una potencia aceptable ante factores altamente correlacionados, se requieren factores con fiabilidad de .9 y 500 casos o factores con fiabilidad .75 y 1000 casos.



Tabla 4. Medias de parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional  $\eta = \alpha + \gamma_1\zeta_1 + \gamma_2\zeta_2 + \omega_{11}\zeta_1^2 + \omega_{22}\zeta_2^2 + \zeta$ .

| Modelo Análisis |          |      | MI                  |                     | MQ                  |                     |                     |                     | MIQ                 |                     |                     |                     |                     |                     |
|-----------------|----------|------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Estadísticos    |          |      | <i>M</i>            | P.Sig               | <i>M</i>            |                     | P.Sig               |                     | <i>M</i>            |                     |                     | P.Sig               |                     |                     |
| $\rho$          | <i>N</i> | Fiab | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |
| .3              | 500      | .75  | <b>.208</b>         | <i>.900</i>         | .156                | .157                | .958                | .950                | .002                | .156                | .156                | .050                | .880                | .882                |
|                 |          | .90  | <b>.187</b>         | <i>.934</i>         | .157                | .158                | .998                | .998                | -.001               | .158                | .159                | .058                | .978                | .984                |
|                 | 1000     | .75  | <b>.209</b>         | <i>.994</i>         | .157                | .160                | 1                   | 1                   | -.002               | .158                | .161                | .066                | .994                | .992                |
|                 |          | .90  | <b>.189</b>         | <i>1</i>            | .158                | .158                | 1                   | 1                   | -.001               | .158                | .159                | .070                | 1                   | 1                   |
| .6              | 500      | .75  | <b>.298</b>         | <i>1</i>            | .157                | .159                | .920                | .924                | .001                | .157                | .158                | .058                | <u>.552</u>         | <u>.528</u>         |
|                 |          | .90  | <b>.287</b>         | <i>1</i>            | .156                | .159                | .994                | .994                | -.002               | .157                | .160                | .054                | .848                | .860                |
|                 | 1000     | .75  | <b>.299</b>         | <i>1</i>            | .156                | .161                | 1                   | 1                   | .003                | .155                | .159                | .044                | .820                | .830                |
|                 |          | .90  | <b>.289</b>         | <i>1</i>            | .157                | .159                | 1                   | 1                   | .003                | .156                | .157                | .054                | .980                | .988                |

Nota. MLIN: modelo lineal. MI: modelo con un efecto de interacción. MQ: modelo con efectos cuadráticos. MIQ: modelo con efectos de interacción y cuadráticos. *M*: media del parámetro. P.Sig: proporción de réplicas con un resultado significativo a un 95% de confianza.  $\rho$ : correlación poblacional entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ . *N*: tamaño muestral. Fiab: fiabilidad compuesta de cada factor. Negrilla: parámetro sobreestimado. Cursiva: tasa de error Tipo I en niveles inaceptables de acuerdo al criterio liberal de Bradley. Subrayado: potencia inferior a .8. Los parámetros  $\omega_{11}$  y  $\omega_{22}$  fueron fijados en .158; cada uno representa un 5% de la varianza total de  $\eta$ .

La situación más crítica de sesgo de sobreestimación de efectos no lineales sobreestimados se aprecia para el caso de las condiciones en las que en la población existen efectos de interacción y cuadráticos de manera simultánea y se estiman modelos subespecificados, es decir, modelos que incluyan un solo tipo de efecto no lineal (ya sea de interacción o cuadrático) omitiendo parte importante de las relaciones existentes en la población (ver Tabla 5). La subespecificación de los modelos redundó en: (a) una sobreestimación de la correlación entre los factores entre un 6% y un 12% cuando dicha correlación fue moderada (este efecto no se observó para correlaciones altas), tanto cuando se estimaron modelos tipo MI como modelos MQ, fenómeno que no se observó para los modelos de análisis MIQ; y (b) parámetros no lineales sobreestimados en los modelos de análisis MI y MQ. La sobreestimación de los parámetros producto de la subespecificación implicó que las varianzas explicadas por los parámetros no lineales estimados alcanzaran entre un 18% y 20% cuando la correlación entre los factores era moderada y entre un 24% y un 33% cuando la correlación entre los factores es alta. Es

importante notar que, en los modelos poblacionales MIQ simulados, la varianza explicada total de los efectos no lineales alcanzaba un 15% (i.e., 5% de varianza explicada para cada efecto no lineal), por lo cual, los resultados aquí mostrados implican que, cuando se omiten algunos efectos no lineales en los modelos de análisis, no sólo se obtendrían parámetros no lineales sobreestimados, sino que también se sobreestimaría la varianza explicada global del modelo.

Tabla 5. Medias de parámetros estimados y proporción de réplicas significativas para el modelo poblacional  $\eta = \alpha + \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \omega_{12}\xi_1\xi_2 + \omega_{11}\xi_1^2 + \omega_{22}\xi_2^2 + \zeta$ .

| Modelo Análisis |          |      | MI                  |                     | MQ                  |                     |                     |                     | MIQ                 |                     |                     |                     |                     |                     |
|-----------------|----------|------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Estadísticos    |          |      | <i>M</i>            | P.Sig               | <i>M</i>            |                     | P.Sig               |                     | <i>M</i>            |                     |                     | P.Sig               |                     |                     |
| $\rho$          | <i>N</i> | Fiab | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |
| .3              | 500      | .75  | <b>.433</b>         | 1                   | <b>.235</b>         | <b>.228</b>         | 1                   | 1                   | .217                | .161                | .158                | .868                | .908                | .916                |
|                 |          | .90  | <b>.406</b>         | 1                   | <b>.223</b>         | <b>.219</b>         | 1                   | 1                   | .217                | .158                | .156                | .990                | .994                | .992                |
|                 | 1000     | .75  | <b>.430</b>         | 1                   | <b>.229</b>         | <b>.229</b>         | 1                   | 1                   | .214                | .158                | .158                | .988                | .996                | .998                |
|                 |          | .90  | <b>.407</b>         | 1                   | <b>.227</b>         | <b>.224</b>         | 1                   | 1                   | .212                | .159                | .160                | 1                   | 1                   | 1                   |
| .6              | 500      | .75  | <b>.495</b>         | 1                   | <b>.251</b>         | <b>.250</b>         | 1                   | 1                   | .199                | .158                | .156                | <u>.414</u>         | <u>.592</u>         | <u>.546</u>         |
|                 |          | .90  | <b>.480</b>         | 1                   | <b>.247</b>         | <b>.244</b>         | 1                   | 1                   | .187                | .162                | .160                | <u>.708</u>         | .922                | .948                |
|                 | 1000     | .75  | <b>.494</b>         | 1                   | <b>.251</b>         | <b>.249</b>         | 1                   | 1                   | .192                | .160                | .159                | <u>.578</u>         | .850                | .864                |
|                 |          | .90  | <b>.480</b>         | 1                   | <b>.244</b>         | <b>.246</b>         | 1                   | 1                   | .192                | .158                | .159                | .940                | .998                | 1                   |

*Nota.* MLIN: modelo lineal. MI: modelo con un efecto de interacción. MQ: modelo con efectos cuadráticos. MIQ: modelo con efectos de interacción y cuadráticos. *M*: media del parámetro. P.Sig: proporción de réplicas con un resultado significativo a un 95% de confianza.  $\rho$ : correlación poblacional entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ . *N*: tamaño muestral. Fiab: fiabilidad compuesta de cada factor. Negrilla: parámetro sobreestimado. Cursiva: tasa de error Tipo I en niveles inaceptables de acuerdo al criterio liberal de Bradley. Subrayado: potencia inferior a .8. El parámetro  $\omega_{12}$  fue fijado en .214 cuando la  $\rho = .3$  y en .193 cuando  $\rho = .6$  y los parámetros  $\omega_{11}$  y  $\omega_{22}$  fueron fijados en .158. Cada uno de los parámetros no lineales poblacionales representa un 5% de la varianza total de  $\eta$ .

La situación antes mencionada sólo ocurre en el caso de modelos subespecificados. Cuando el modelo de análisis fue correctamente especificado, ninguno de los parámetros estimados mostró sesgos relevantes, pero la potencia para detectar efectos de interacción y cuadráticos se vio seriamente afectada cuando la correlación entre los factores era alta. De este modo, para lograr una adecuada potencia en los tres parámetros no lineales estimados cuando la correlación entre los factores es

moderada, se requieren fiabilidades compuestas de .75 y al menos 500 casos, pero para lograr una potencia equivalente ante factores con una correlación alta, se requieren fiabilidades compuestas de al menos .9 y 1000 sujetos, de manera similar a lo que ocurre con los modelos MI poblacionales analizados con modelos MIQ.

Al comparar los resultados de los modelos ajustados llama la atención que, independiente del modelo poblacional, la potencia (no así las tasas de error Tipo I) tiende a disminuir sustancialmente en los modelos de análisis que estiman simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos. Esta disminución de la potencia no es efecto de una incorrecta estimación de los errores típicos ya que éstos fueron estimados en todos los casos con sesgos aceptables. Con la finalidad de explorar posibles causas de la disminución de la potencia en estas situaciones, se analizaron las desviaciones estándar de los parámetros en los tres tipos de modelos de análisis, constatándose que ésta tendía a aumentar en los modelos de análisis MIQ, independiente del modelo poblacional. Para hacer comparable la heterogeneidad de las estimaciones de los distintos parámetros, se consideró como *heterogeneidad basal* la desviación estándar del parámetro estimado en el modelo que incluía un único tipo de efecto no lineal y, se comparó con la desviación estándar de la estimación de cada parámetro equivalente del modelo de análisis MIQ. Así, aplicando la siguiente fórmula  $\Delta SD(\hat{\omega}_{jj}) = 100 \times \left( \left( \frac{SD(\hat{\omega}_{jj}^{(MIQ)})}{SD(\hat{\omega}_{jj}^{(Basal)})} \right) - 1 \right)$ , se obtuvo el porcentaje de incremento en la desviación estándar que representaba estimar el modelo MIQ versus un modelo con un solo tipo de efecto no lineal. Estos resultados se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. *Desviación estándar e incrementos en la desviación estándar de los parámetros estimados.*

| $\rho$ | $N$  | Fiab | $SD(\hat{\omega}_{ij})$ |                     |                     |                     |                     |                     | $\Delta SD(\hat{\omega}_{ij})$ |                     |                     |
|--------|------|------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------------------|---------------------|---------------------|
|        |      |      | MI                      |                     | MQ                  |                     | MIQ                 |                     | $\hat{\omega}_{12}$            | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |
|        |      |      | $\hat{\omega}_{12}$     | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ | $\hat{\omega}_{12}$ | $\hat{\omega}_{11}$ | $\hat{\omega}_{22}$ |                                |                     |                     |
| .3     | 500  | .75  | 0.062                   | 0.047               | 0.047               | 0.072               | 0.050               | 0.050               | 16.1 %                         | 6.4 %               | 6.4 %               |
|        |      | .90  | 0.047                   | 0.034               | 0.034               | 0.053               | 0.036               | 0.036               | 12.8 %                         | 5.9 %               | 5.9 %               |
|        | 1000 | .75  | 0.043                   | 0.032               | 0.033               | 0.052               | 0.035               | 0.036               | 20.9 %                         | 9.4 %               | 9.1 %               |
|        |      | .90  | 0.034                   | 0.025               | 0.025               | 0.039               | 0.026               | 0.026               | 14.7 %                         | 4.0 %               | 4.0 %               |
| .6     | 500  | .75  | 0.050                   | 0.051               | 0.051               | 0.137               | 0.081               | 0.081               | 174.0 %                        | 58.8 %              | 58.8 %              |
|        |      | .90  | 0.038                   | 0.036               | 0.034               | 0.090               | 0.054               | 0.053               | 136.8 %                        | 50.0 %              | 55.9 %              |
|        | 1000 | .75  | 0.034                   | 0.034               | 0.034               | 0.096               | 0.056               | 0.056               | 182.4 %                        | 64.7 %              | 64.7 %              |
|        |      | .90  | 0.026                   | 0.024               | 0.024               | 0.062               | 0.036               | 0.037               | 138.5 %                        | 50.0 %              | 54.2 %              |

*Nota.* MI: modelo con un efecto de interacción. MQ: modelo con efectos cuadráticos. MIQ: modelo con efectos de interacción y cuadráticos.  $SD$ : desviación estándar del parámetro estimado.  $\Delta SD$ : porcentaje de incremento en la desviación estándar del parámetro estimado en el modelo MIQ versus basal.  $\rho$ : correlación poblacional entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ .  $N$ : tamaño muestral. Fiab: fiabilidad compuesta de cada factor.

Al examinar la Tabla 6 se puede observar que la heterogeneidad de la estimación de parámetros es mayor para la interacción que para los cuadrados y que la variabilidad de estos aumenta sustancialmente a medida que aumenta la correlación entre los factores. Cuando la correlación es alta el aumento en la heterogeneidad de las estimaciones alcanza niveles sumamente altos. Los mayores incrementos en la heterogeneidad de la estimación de parámetros se observan cuando se combinan correlaciones poblacionales altas, con fiabilidades bajas y tamaños de muestra moderados. Si bien en las condiciones con muestras de tamaño grande, fiabilidad compuesta de los factores de .9 y correlación alta se observa un aumento considerable de la heterogeneidad de las estimaciones del parámetro de interacción (i.e., sobre 130%), este incremento no generará una disminución sustancial de las tasas de error Tipo I ni problemas de potencia relevantes (ver Tablas 2 a 5).

Finalmente, es importante notar dos aspectos relevantes. En primer lugar que, independiente del modelo poblacional, la heterogeneidad de la estimación de los efectos de interacción en los modelos de análisis MI disminuyó a medida que aumentaba la

correlación entre los factores. Esto se debería a que la fiabilidad de la interacción depende de la correlación entre los factores (ver Ecuación 6) y, a su vez, la fiabilidad influye en la precisión de las estimaciones. Y en segundo lugar, que dado que la variabilidad de los efectos de interacción se observó para todos los modelos poblacionales cuando fueron analizados con el modelo MIQ y solo alcanzó niveles críticos cuando la correlación poblacional entre los factores fue alta, se podría pensar que la baja potencia observada para el parámetro de interacción en los modelos de análisis MIQ se debería más bien al efecto conjunto de la alta multicolinealidad entre los términos no lineales y la estimación de múltiples efectos no lineales, más que al simple hecho de incluir simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos.

## Discusión y Conclusiones

El presente estudio evaluó las consecuencias de los problemas de especificación de modelos no lineales de variable latente en distintos modelos de estructura poblacionales (i.e., MLIN, MI, MQ y MIQ) analizados con modelos de estructura incorrectamente especificados, subespecificados, sobreespecificados y correctamente especificados.

De los resultados de esta investigación se pueden deducir dos conclusiones principales. En primer lugar que, ante la presencia de factores exógenos correlacionados, una inadecuada especificación (i.e., incorrecta especificación o subespecificación) de los modelos SEM no lineales puede redundar en la detección de efectos no lineales espurios o sobreestimados, lo que podría tener serias consecuencias para la toma de decisiones en la investigación. Así, por ejemplo, especificar un modelo de análisis que contemple únicamente con efectos de interacción cuando en la población existen efectos cuadráticos verdaderos, redundará en que en la mayoría de los casos se estimen parámetros de interacción distintos de cero y se detecten incorrectamente como estadísticamente significativos. Por su parte, si en la población existen simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos, estimar un solo tipo de efecto no lineal redundará no sólo en sobreestimación de parámetros, sino también en un aumento espurio de la varianza explicada global del modelo. Y, en segundo lugar, que la estimación conjunta de efectos no lineales de interacción y cuadráticos contribuiría a solucionar los problemas derivados de la incorrecta especificación de los modelos, no obstante, los requisitos en términos de tamaño muestral y calidad de los modelos de medida para estimar este tipo de modelos SEM no lineales son mayores que los requeridos para estimar modelos con un único efecto no lineal.

Contrariamente a lo planteado por Aiken y West (1991) y Shepperd (1991), los resultados de esta investigación muestran que estimar modelos que incluyan simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos, no aumentará las tasas de error Tipo I, sino que contribuiría a reducir sustancialmente la aparición de efectos no lineales espurios. No obstante, este hecho no significa que los planteamientos de los autores anteriormente citados respecto a la necesidad de contar con teorías sustantivas que justifiquen la inclusión de términos no lineales sean incorrectos. La teoría juega un rol preponderante para definir la necesidad de estimar modelos no lineales, pero como ha demostrado esta investigación, al rol de la teoría se suma la necesidad de incluir un *razonamiento contrafactual metodológico* a la hora de construir los modelos de análisis. Así, para evitar los problemas derivados de una especificación (potencialmente) inadecuada del modelo de estructura, es conveniente estimar siempre modelos que incluyan simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos aunque la finalidad del estudio sea someter a prueba la existencia de un solo tipo de efecto no lineal, tal como lo plantean otros investigadores en el contexto de los modelos de regresión para variables observadas (e.g., Cortina, 1993; Ganzach, 1997, 1998; Lubinski & Humphreys, 1990) y algunas investigaciones recientes en el contexto de modelos SEM no lineales (e.g., Gerhard et al., 20015; Klein et al., 2009).

Pese a las ventajas de la estimación simultánea de efectos de interacción y cuadráticos, este tipo de modelos plantea algunos desafíos importantes para la investigación aplicada en relación a la fiabilidad compuesta mínima requerida en cada uno de los factores analizados y los tamaños muestrales. La razón de ello radica en que estimar conjuntamente efectos de interacción y cuadráticos aumenta sustancialmente la heterogeneidad de la estimación de parámetros lo que se traduce en un aumento de la desviación estándar de los parámetros y sus errores típicos (mas no en el sesgo de

estimación de estos últimos), especialmente para el parámetro de la interacción. Este incremento en la heterogeneidad de las estimaciones no implica una disminución radical de la potencia para detectar efectos de interacción cuando la correlación entre los factores exógenos es moderada, pero si se traduce en una disminución sustancial de la potencia para detectar efectos de interacción cuando la correlación entre los factores exógenos es alta, como había sido reportado en otros estudios (Harring et al., 2015; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015). Para subsanar este problema de potencia estadística cuando la correlación entre los factores exógenos es alta, se requiere que cada uno de los factores en el análisis cuente con una fiabilidad compuesta igual o superior a .9 y muestras de gran tamaño (iguales o superiores a 1000 sujetos).

Estos resultados son consistentes con los hallazgos de otros estudios realizados en modelos SEM lineales (e.g., Grewal et al., 2004) que han demostrado que la salvaguarda más importante para evitar aumentos en las tasas de error Tipo II producto de la colinealidad es asegurarse de utilizar instrumentos con altos niveles de fiabilidad, pero al mismo tiempo plantean un desafío importante para los investigadores aplicados quienes generalmente cuentan con mediciones con menores niveles de fiabilidad y/o muestras de menor tamaño. En efecto, según se ha podido constatar en artículos recientemente publicados que evalúan relaciones no lineales entre variables latentes, los niveles de fiabilidad de los factores latentes que se reportan van entre .7 y .95 y los tamaños de muestra utilizados están en torno a los 200 casos (e.g., Diestel & Schmidt, 2010; Klöckner & Blöbaum, 2010; Trautwein et. al., 2012). Debido a que la mayoría de los estudios aplicados evalúan únicamente efectos de interacción y no reportan el grado de correlación entre los factores, es posible pensar que una proporción de ellos podría haber detectado efectos de interacción espurios producto de efectos cuadráticos no modelados. Y al mismo tiempo, debido a los pequeños tamaños de muestra y la baja



fiabilidad compuesta de los factores con los que trabajan estas investigaciones, es posible advertir que una amplia proporción de ellas no contaría con las condiciones mínimas para poder estimar modelos MIQ de modo de corroborar que el efecto no lineal detectado es correcto.

Adicionalmente, los resultados de esta investigación han mostrado que cuando el modelo de análisis coincide con el modelo poblacional siempre se obtienen resultados adecuados (i.e., parámetros insesgados y niveles aceptables de potencia). Desafortunadamente, debido a que por definición el modelo poblacional es siempre desconocido en cualquier investigación con datos reales, es necesario tomar salvaguardas para evitar que, producto de la incompletitud de nuestro conocimiento, realicemos un contraste adecuado de teorías equivocadas o imprecisas sobre la realidad, fenómeno conocido como *error de tercer tipo* (cf. Mitroff & Silver, 2010), afectando así las conclusiones del estudio. En este sentido, estimar simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos permitiría subsanar los problemas derivados de una inadecuada especificación de modelos SEM no lineales al contemplar explícitamente en el modelo hipótesis alternativas sobre la naturaleza de la relación entre las variables derivadas de los problemas metodológicos que emergen como consecuencia de la similitud entre los efectos cuadráticos y de interacción a medida que aumenta la correlación entre los factores exógenos.

En función de estos antecedentes, se recomienda estimar modelos no lineales que incluyan simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos, aunque el estudio en concreto aspire a contrastar una teoría que sugiera la existencia de un solo tipo de estos efectos. Para lograr niveles adecuados de potencia al analizar los datos utilizando este tipo de modelos se requerirá de muestras de gran tamaño (idealmente sobre 1000 casos) y factores medidos con altos niveles de fiabilidad (sobre .9). Esto implica que, previo a

la recolección de datos, los investigadores deberán no sólo planificar adecuadamente el diseño muestral para cumplir con las exigencias del procedimiento, sino también seleccionar adecuadamente los instrumentos a utilizar. Al respecto, es importante recordar que la fiabilidad compuesta de los factores puede ser aumentada mediante el aumento de las cargas factoriales de los indicadores (y por lo tanto, a través de un mejor diseño de instrumentos) o mediante el número de indicadores por factor. No obstante, la validez de contenido de la medida puede verse negativamente afectada al introducir indicadores que no sean representativos del factor y, por lo tanto, la recuperación de los factores también se podría ver afectada al incluir un mayor número de indicadores con bajas cargas factoriales (MacCallum et al, 1999). Es por ello que siempre será preferible optar por instrumentos de medida con cargas factoriales altas, aunque sean cortos, que optar por instrumentos de medida largos con cargas factoriales bajas.

La recomendación de utilizar modelos de estructura que estimen simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos que se deriva de los resultados del presente estudio tiene al menos tres limitaciones importantes que se desprenden de las características de este estudio y deben ser consideradas por los investigadores.

En primer lugar, en el presente estudio se trabajó con modelos no lineales que contemplaron dos factores exógenos y la estimación de efectos de interacción y cuadráticos, por lo cual la extensión de estos resultados a estudios que contemplen más de dos factores exógenos o efectos no lineales de orden superior (e.g., interacciones entre tres o más variables latentes, efectos cúbicos, etc.) es un tema que requiere ser evaluado en futuros estudios, pues estas situaciones podrían redundar en la necesidad de estimar un número aún mayor de efectos no lineales y a la fecha no han sido encontrados estudios que determinen los efectos de una inadecuada especificación de

dichos modelos, ni los requisitos muestrales y/o de calidad de las mediciones para lograr resultados óptimos.

En segundo lugar, el presente estudio trabajó con factores exógenos normalmente distribuidos, por lo cual la generalización de estos resultados a factores exógenos no normales debe ser un tema a considerar con precaución. Algunos estudios han demostrado que, ante factores exógenos con distribuciones no normales, el uso de LMS podría resultar contraproducente (cf., Brandt, Kelava, & Klein, 2014; Cham et al, 2012; Kelava et al., 2014; Kelava & Nagengast, 2012). El supuesto de normalidad de los factores exógenos es un supuesto fuerte para LMS, por lo cual, si se cuenta con antecedentes que permitan presuponer que los factores exógenos tendrán una distribución distinta de la normal, los investigadores deberían abstenerse de usar LMS y optar por otras alternativas (cf., Brandt et al., 2014; Kelava et al., 2014).

En tercer lugar, esta investigación trabajó con indicadores continuos, por lo cual sus resultados no son necesariamente generalizables a situaciones en las que se aplique el método LMS en factores medidos con ítems (i.e., indicadores categóricos). Esto es importante pues, debido a la asimetría que habitualmente presentan los ítems, los resultados de aplicar LMS a factores medidos con ítems podría generar tasas más altas de error Tipo I y/o sesgos en la estimación de parámetros que requieren ser investigados en profundidad.

Pese a estas limitaciones, el presente estudio ha contribuido a mostrar que, si bien los modelos SEM son una herramienta útil para la estimación de modelos no lineales de estructura, la estimación de parámetros podría verse afectada seriamente ante una inadecuada especificación del modelo en factores exógenos correlacionados, ante lo cual, estimar simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos sería una herramienta útil para garantizar una adecuada inferencia estadística.

## **CAPÍTULO IV**

### **APLICANDO MODELOS DE ECUACIONES ESTRUCTURALES NO LINEALES A FACTORES MEDIDOS CON ITEMS: ¿SON LAS PARCELAS LA SOLUCIÓN?**



## Resumen

La presente investigación pone a prueba la aplicación de modelos no lineales de ecuaciones estructurales en factores medidos con ítems tipo Likert de cinco alternativas de respuesta, tratados como indicadores continuos para ajustar modelos de ecuaciones estructurales (SEM) no lineales. Para ello se realizan dos estudios Monte Carlo. El primero evalúa el impacto de aplicar el método LMS a factores medidos con ítems con distinto tipo y nivel de asimetría, evaluando el sesgo en la estimación de los parámetros y las tasas de error Tipo I en efectos de interacción y cuadráticos. Dada la detección de algunos problemas, se realizó un segundo estudio en que analiza el impacto de emplear parcelas de ítems sobre las estimaciones. Los resultados indican que aplicar modelos SEM no lineales a factores medidos con ítems tratados como indicadores continuos resulta problemático en algunas condiciones, detectándose importantes sesgos de estimación de parámetros lineales y no lineales del modelo de estructura, fuertes incrementos en las tasas de error Tipo I de los efectos no lineales y subestimación de los parámetros de los modelos de medida. El uso de parcelas de ítems no logró subsanar dichos problemas. Los resultados son discutidos con la finalidad de ofrecer recomendaciones para los investigadores aplicados interesados en poner a prueba modelos no lineales de variable latente.

## **Abstract**

Current research analyzes the performance of nonlinear structural equation model estimation using the LMS method in situations where factors are measured using Likert-type items with five-response alternatives which are treated as continuous indicators in order to fit the model. Two Monte Carlo studies were conducted. The first one analyses the performance of the LMS method when factors are measured with items with different levels and types of asymmetry. We assessed the bias of parameter estimates and Type I error rates for interaction and quadratic effects. Given that some problems were detected, the second study analyzed the performance of item parcels on parameter estimates and Type I error rates. Results show that using nonlinear structural equation modeling techniques on factors measured with items treated as continuous variables is highly problematic because it produces overestimation biases in both linear and nonlinear parameter estimates in the structural model, large Type I error rates for nonlinear parameters, and large underestimation bias in parameter estimates in the measurement models. Parcels of items did not allow overcoming these problems. Results are discussed in order to provide some recommendations for empirical research aiming to analyze nonlinear relationship between latent variables.

## Introducción

Uno de los retos más importantes que enfrenta la aplicación de la estadística al análisis del comportamiento y la subjetividad humana, consiste en adaptar sus procedimientos al tipo de condiciones que predominan en la investigación social con datos reales. Dentro de esas condiciones, una de las más problemáticas en el campo de la investigación por encuestas, escalas o tests, es la tendencia a producir datos a partir de preguntas con alternativas de respuesta con categorías discretas (i.e., ítems), cuyo nivel de medición en el mejor de los casos es ordinal (Michell, 2009), mientras que parte importante de la estadística que se emplea habitualmente supone que las variables de que se dispone son continuas medidas a nivel de intervalo (i.e., indicadores).

Pese a que es posible encontrar investigadores que sostienen la robustez de las herramientas estadísticas frente a disponer de datos ordinales (Jamieson, 2004; Carifio & Perla, 2007; Norman, 2010), la evidencia indica que al trabajar con modelos de variable latente se puede llegar a resultados y conclusiones inválidas si no se toma en cuenta la naturaleza ordinal y discontinua de los datos (Berstein & Teng, 1989; DiStefano, 2002; Holgado-Tello, Chacón-Moscoso, Barbero-García, & Vila-Abad, 2010), salvo cuando la distribución de las respuestas de los sujetos a los ítems sea simétrica o tenga bajos niveles de asimetría (Asún, Rdz-Navarro & Alvarado, 2016).

Dentro de los modelos de medida de variables latentes se han desarrollado diversas herramientas para trabajar de manera adecuada con ítems, entre las cuales destacan, por ejemplo, los modelos basados en la teoría de respuesta al ítem (Borsboom & Mellenbergh, 2004) o los modelos de análisis factorial de ítems (Wirth & Edwards, 2007) que se han incorporado a los modelos de ecuaciones estructurales (SEM) de tipo lineal (Muthén, 1983, 1984). Sin embargo, no resulta claro cómo afrontar esta situación



en el caso de utilizar modelos SEM no lineales, especialmente cuando se emplea el método LMS (Klein & Moosbrugger, 2000), que constituye una de las estrategias más prometedoras para estimar relaciones no lineales entre variables latentes (Kelava et al, 2011; Jackman, Leite, & Cochrane, 2011; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015).

El método LMS se encuentra implementado en Mplus (Muthén & Muthén, 2011) y en años recientes ha incrementado progresivamente su popularidad entre los investigadores aplicados que buscan poner a prueba modelos de estructura no lineales (e.g., Dietrich & Kracke, 2009; Diestel & Schmidt, 2009; Eisenberg et al., 2010; Markon, 2010; Takeuchi, Wang, Marinova, & Yao, 2009) ante factores que han sido medidos con ítems que son tratados como indicadores continuos o con los cuales se construyen parcelas de ítems que son tratadas como indicadores continuos. La razón de este uso podría ser que LMS fue desarrollado para trabajar con indicadores continuos, y la investigación Monte Carlo que ha constatado las ventajas de LMS lo ha hecho en estos escenarios, pero no se ha evaluado el impacto de aplicar LMS a factores medidos con ítems, por lo que no es posible evaluar la validez de los resultados del creciente cuerpo de investigaciones empíricas que utilizan este método.

Para contribuir a llenar este vacío, la presente investigación tiene por primer objetivo estudiar el impacto que tiene emplear ítems tipo Likert de 5 alternativas de respuesta (tratados como indicadores continuos) con distinto tipo y grado de asimetría, sobre el sesgo de estimación de los parámetros y errores típicos de los modelos de estructura y de medida, así como también sobre las tasas de error Tipo I en la detección de efectos no lineales, en modelos SEM con efectos de interacción y modelos que incluyen simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos. A continuación, y dada la constatación de problemas de sesgo y error Tipo I en algunas condiciones, el segundo estudio evaluará la posibilidad de solucionar dichos problemas a través del uso de

distintos tipos de parcelas de ítems, las que constituyen una alternativa simple y clásica, aunque no exenta de controversia, para enfrentar los problemas derivados de disponer de mediciones discontinuas al trabajar con modelos de variable latente (Cattell, 1956; Little, Rhemtulla, Gibson & Schoemann, 2013). Los resultados de esta investigación permitirán a los investigadores aplicados evaluar las condiciones en las que podrían obtenerse resultados erróneos (e.g., efectos no lineales espurios y/o sobreestimados) cuando se emplee el método LMS en presencia de factores medidos con variables discontinuas tratadas como continuas, y saber en qué medida dicho riesgo puede ser controlado por el simple recurso de agrupar sus ítems en parcelas, o si se requiere de otras alternativas de solución.

### **Modelamiento no lineal con el método LMS**

Existe evidencia que cuando se desea testear efectos de interacción o cuadráticos entre dos o más variables exógenas y al menos una endógena, lo más prudente es incluir en el modelo tanto los efectos lineales, como efectos no lineales de interacción y cuadráticos de manera simultánea (ver Capítulo 3) lo que implica poner a prueba el modelo presentado en la Ecuación (1), donde,  $\eta$  es la variable latente endógena,  $\alpha$  es un intercepto latente,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son las pendientes de los efectos lineales de los factores exógenos y los parámetros  $\omega_{ij}$  representan las pendientes de los efectos no lineales de los factores exógenos sobre el factor endógeno. Así,  $\xi_1\xi_2$  representa la interacción entre los factores exógenos y  $\xi_1^2$  y  $\xi_2^2$  representan los efectos cuadráticos de dichos factores.

$$\eta = \alpha + \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \omega_{12}\xi_1\xi_2 + \omega_{11}\xi_1^2 + \omega_{22}\xi_2^2 + \zeta . \quad (1)$$

A su vez, se ha reportado que cuando los factores exógenos tienen distribución normal y se dispone de variables observadas de tipo continuo para estimar modelos

similares al presentado en la Ecuación (1), LMS es el método de estimación más efectivo (Kelava et al, 2011; Jackman, et al., 2011; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015) comparado con aproximaciones basados en productos de indicadores (Kelava & Brandt, 2009; Marsh, Wen, & Hau, 2004, 2006).

El método LMS (Klein & Moosbugger, 2000) es un procedimiento de estimación por información completa que opera analizando o descomponiendo las distribuciones de las variables observadas. Asumiendo una distribución normal de los factores latentes exógenos del modelo (y por tanto, también de sus indicadores), busca explicar cualquier distorsión de la distribución del factor endógeno respecto de una distribución normal como resultado de uno o más efectos no lineales de las variables latentes exógenas. En términos operativos, LMS supone que la distribución condicional de  $\eta$  (y sus indicadores), puede ser representada como una mixtura de distribuciones normales ponderadas. En consecuencia, si se asume que los factores  $\xi$  y los errores del modelo ( $\delta$ ,  $\varepsilon$  y  $\zeta$ ) tienen distribución normal, es posible descomponer la distribución de  $\eta$  para permitir la estimación de los parámetros lineales y no lineales del modelo que generan su distribución y la de sus indicadores.

Para estimar el modelo, este es escrito en la forma matricial descrita en la Ecuación (2), donde  $\xi$  es un  $(j \times 1)$  vector de variables latentes exógenas distribuidas normalmente,  $\alpha$  es un intercepto,  $\Gamma$  es una matriz que contiene los coeficientes  $\gamma$  (i.e., efectos lineales de  $\xi$  sobre  $\eta$ ),  $\Omega$  es una matriz  $(j \times j)$  triangular superior de coeficientes  $\omega$  (i.e., efectos no lineales de  $\xi$  sobre  $\eta$ ) y  $\zeta$  es un error normalmente distribuido con media igual a cero.

$$\eta = \alpha + \Gamma \xi + \xi' \Omega \xi + \zeta \quad (2)$$

Luego, por medio de la descomposición de Cholesky descrita en la Ecuación (3), los  $j$  factores  $\xi$  son reemplazados por una matriz triangular inferior  $\mathbf{A}$   $(j \times j)$  y un vector

ortogonal  $\mathbf{Z}$  ( $j \times 1$ ) que incluye  $Z$ -variables con distribución  $\sim N(\mu, \sigma)$ , de modo que la igualdad  $\xi = \mathbf{AZ}$  se sostiene y estimar  $\mathbf{A}$  en vez de  $\Phi$  es equivalente (Klein & Moosbugger, 2000).

$$\Phi = \xi\xi' = \mathbf{AA}' = (\mathbf{AZ})(\mathbf{Z}'\mathbf{A}'). \quad (3)$$

A continuación, las ecuaciones del modelo son reescritas en términos de  $\mathbf{AZ}$  y el vector  $\mathbf{Z}$  es dividido en subsectores (en este caso  $Z_1$  y  $Z_2$ ) para generar vectores aumentados. Debido a que la distribución de  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  es normal multivariada al condicionar por  $Z_1$ , derivar la función de densidad de los vectores aumentados permite separar las partes lineales y no lineales de los modelos de estructura (y los modelos de medida) y representar la distribución multivariada conjunta de los indicadores como una mixtura de variables normales ponderadas. La mixtura de las distribuciones y sus ponderadores son aproximados por medio del procedimiento de cuadratura Hermite-Gaussian y el algoritmo EM es empleado para producir las estimaciones máximo-verosímiles (ML) de los parámetros.

Para identificar el modelo, se debe asignar la métrica a cada factor fijando la carga factorial de un indicador a uno o fijando la varianza del factor a uno. El software Mplus en su versión 6.11 (Muthén & Muthén, 2011) solo obtiene parámetros no estandarizados por lo que su estandarización debe ser realizada de manera manual a partir de las fórmulas presentadas por Wen, Marsh y Hau (2010).

## El impacto de indicadores no normales y no continuos sobre LMS

Dada la fuerte dependencia que tiene el método LMS del supuesto de normalidad de los factores exógenos y sus indicadores, diversos estudios han evaluado la robustez de sus estimaciones ante la violación de este supuesto.

Así, la evidencia indica que ante indicadores asimétricos producidos por factores exógenos no normales, LMS sobreestima los parámetros no lineales y emergen altas tasas de error Tipo I en efectos de interacción (Cham, West, Ma, & Aiken, 2013; Wu, Wen, Marsh, & Hau, 2013) y cuadráticos (cf., Brandt, Kelava & Klein, 2014; Kelava & Nagengast, 2012; Kelava, Nagengast, & Brandt, 2014;), aunque los efectos más negativos tienden a observarse en la estimación de los términos cuadráticos. Esta sobreestimación de los parámetros no lineales y los aumentos en las tasas de error Tipo I ante factores e indicadores no normalmente distribuidos tendría dos posibles explicaciones. En primer lugar, si la distribución de los factores exógenos no es normal, la distribución de  $\eta$  no será normal como consecuencia de los efectos lineales, aún si los efectos no lineales son iguales a cero. En consecuencia, al atribuir la no normalidad del factor endógeno a los efectos no lineales, LMS tenderá a sobrestimar dichos efectos. Una segunda explicación posible es que, como consecuencia de asumir que los factores exógenos tienen una distribución normal, el método LMS fija a cero las covarianzas entre los efectos de primer orden y los efectos de orden superior (i.e.,  $\text{cov}(\xi_1, \xi_1\xi_2) = \text{cov}(\xi_1, \xi_1^2) = \text{cov}(\xi_2, \xi_2^2) = 0$ ), lo cual no es correcto cuando los factores exógenos no tienen una distribución normal (cf. Aiken & West, 1991) y como consecuencia se obtendrán parámetros sesgados debido a este error de especificación del modelo.

Si bien esta evidencia permite definir las limitaciones de LMS al hecho de disponer de factores e indicadores no normalmente distribuidos, es importante recordar

que la no normalidad de los factores latentes no es la única razón por la cual las variables observadas pueden tener una distribución no normal. En la investigación aplicada es frecuente que se empleen indicadores categóricos que no tendrán distribución normal ya que su distribución no depende de la distribución del factor (que podría ser normal o no normal) sino de una serie de parámetros umbrales o *thresholds* que definen los límites entre las categorías de respuesta.

Los indicadores categóricos o ítems en investigación aplicada suelen ser tratados como si fueran indicadores continuos, aunque esta práctica habitual no está exenta de controversias. Algunos autores argumentan que las variables ordinales siempre pueden ser tratadas como continuas (e.g., Gaito, 1980; Norman, 2010), otros plantean que se les puede dar ese tratamiento cuando se cumplen algunas condiciones específicas (Bollen & Barb, 1981), en tanto que otros niegan completamente esa posibilidad (e.g., Jamieson, 2004; Kuzon, Urbanchek, & McCabe, 1996).

En el campo de la investigación en modelos de variable latente, la evidencia revela que tratar los ítems como indicadores continuos tiende a producir matrices de varianza-covarianza atenuadas (Muthén & Kaplan, 1985), podría generar factores espurios y/o afectar la estimación de parámetros en el análisis factorial (Bernstein y Teng, 1989). En concreto, cuando los ítems no se desvían severamente de la normalidad (i.e., asimetría y curtosis  $\leq |1|$ ) y los ítems tienen al menos cinco categorías de respuesta, los análisis factoriales confirmatorios realizados con procedimientos de estimación ML obtienen cargas factoriales y errores típicos relativamente insesgados. Por el contrario, si los ítems presentan mayores niveles de asimetría y el número de categorías de respuesta es inferior a cinco, las estimaciones por ML tienden a producir cargas factoriales subestimadas y errores típicos sesgados (Asún et al., 2016; DiStefano, 2002; Finney & DiStefano, 2006; Muthén & Kaplan, 1985; Rhemtulla et al., 2012).

Pese a que diversas investigaciones aplicadas han implementado modelos SEM lineales y no lineales a factores medidos con ítems (e.g., Dietrich & Kracke, 2009; Diestel & Schmidt, 2009; Eisenberg et al., 2010; Markon, 2010; Takeuchi, Wang, Marinova, & Yao, 2009), no ha sido posible encontrar ninguna investigación Monte Carlo que estudie las consecuencias de tratar a los ítems como indicadores continuos en ese tipo de modelos. No obstante, dado el conocimiento acumulado en análisis factorial, es posible hipotetizar que emplear ítems no será inocuo, especialmente cuando se combine con distribuciones asimétricas.

### **Las parcelas como posible solución**

Trabajar con agregaciones lineales no ponderadas de los ítems (i.e., parcelas) como variables o indicadores manifiestos, en lugar de incluir ítems individuales en análisis de variable latentes es una recomendación que tiene tan larga data (e.g., Cattell, 1956, 1961; Cattell & Burdsal, 1975) como su debate entre los expertos (para un resumen de la controversia cf. Little, Cunningham, Shahar, & Widaman, 2002).

Los principales argumentos a favor del uso de parcelas (una síntesis se puede encontrar en Little, et al., 2013, Tabla 3, p. 393) se basan en que las parcelas: (a) tienden a tener una distribución más parecida a una normal que los ítems aislados (Bandalos, 2002), (b) poseen más categorías que los ítems originales, por lo que se aproximan mejor al supuesto de disponer de indicadores continuos (Hall, Snell, & Foust, 1999), (c) son más fiables que los ítems individuales (Marsh, Hau, Balla, & Grayson, 1998), (d) disminuyen la complejidad del modelo produciendo estimaciones más estables y generalizables (Little, et al., 2013), (e) reducen el número de parámetros a estimar, lo cual podría ser una ventaja ante modelos complejos y/o muestras pequeñas (Hau &

Marsh, 2004) y (f) disminuyen la varianza-error global del modelo y las tasas de error Tipo I en la matriz de varianza-covarianza entre los ítems (Little, et al., 2013).

Por otro lado, los detractores del uso de parcelas han argumentado principalmente que ellas: (a) pueden distorsionar la estructura dimensional de los datos si son aplicadas inadvertidamente en contextos multidimensionales (Bandalos, 2002), (b) implican una modificación de los datos producidos en el estudio, lo que significa que se obtienen resultados contaminados por la intervención investigador (Little, et al., 2002), (c) distorsionan la métrica de la escala que se obtendría al trabajar con los ítems aislados, lo que puede deformar algunas interpretaciones que se basan en las distribuciones de la puntuación total o de los ítems (Little, et al., 2002) y, (d) pueden enmascarar desajustes o errores de especificación en el modelo de estructura (Rogers & Schmitt, 2004).

Pese a que la investigación con datos simulados en modelos de medida (Marsh, et al., 1998; Nasser-Abu, & Wisenbaker, 2006; Yuan, Bentler & Kano, 1997) y modelos de estructura (Bandalos, 2002, 2008; Hall, et al., 1999; Hau, & Marsh, 2004) ha mostrado que el uso de parcelas en general tiene efectos pequeños o irrelevantes sobre la recuperación de parámetros, se ha argumentado que el potencial efecto positivo de las parcelas es dependiente de la forma en que estas son construidas y que algunos de los estudios que no han encontrado efectos positivos o han detectado problemas, posiblemente no han utilizado la forma más efectiva de elaborarlas para las condiciones que han simulado (Little, et al., 2002).

La discusión respecto a las potenciales ventajas y desventajas del uso de parcelas también se observa en algunos estudios que han evaluado su desempeño en modelos no lineales de variable latente (cf. Jackman, Leite & Cochrane, 2011; Wu, Wen, Marsh & Hau, 2013). Desafortunadamente, estos estudios se han realizado creando parcelas de



indicadores continuos (no ítems) utilizados para medir factores que son empleados en modelos que analizan un único efecto de interacción en modelos basados en productos de indicadores. Así, con la información disponible hoy en día no es posible saber si la construcción de parcelas podría redundar en alguna ventaja cuando estas son construidas con ítems, si son una alternativa aceptable para modelos que evalúen efectos de interacción y cuadráticos simultáneamente y, concretamente, si son útiles en el contexto del método LMS. En función de esto, la presente investigación pone a prueba el impacto de emplear parcelas de ítems e implementar dos alternativas simples para construir las (Hau, & Marsh, 2004): contrabalancear y no contrabalancear la asimetría de los ítems al interior de las parcelas cuando se posean ítems con asimetrías de signo contrario.

### **Estudios de Simulación**

Para evaluar el desempeño del método LMS cuando se emplean ítems en lugar de indicadores continuos para los modelos de medida utilizados en el contexto de modelos SEM no lineales, se realizaron dos estudios en los que se ajustaron dos tipos de modelos: con efectos de interacción (MI) y modelos que estiman simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos (MIQ). En el primer estudio se evalúa el efecto de tratar a los ítems como indicadores continuos sobre el sesgo de estimación de parámetros y de errores típicos, así como sobre las tasas de error Tipo I en la detección de efectos no lineales, bajo condiciones que incluyen diferentes tipos y niveles de asimetría en los ítems. Mientras que el segundo estudio, realizado en condiciones

equivalentes a las del primer estudio, analiza el impacto de emplear parcelas de ítems en el mismo tipo de modelo de análisis.

### **Estudio 1: El impacto de tratar a los ítems como indicadores continuos**

Para realizar el estudio, los datos poblacionales fueron generados de acuerdo al modelo presentado en la Ecuación (1), definiendo los efectos lineales como  $\gamma_1 = \gamma_2 = .3$  y los efectos no lineales como  $\omega_{12} = \omega_{11} = \omega_{22} = 0$ , lo que implica que cada factor exógeno explicó el 9% de la varianza de  $\eta$ . Los factores exógenos ( $\xi_1$  y  $\xi_2$ ) se crearon a partir de una distribución normal estándar, fijándose la covarianza entre ambos en .3. El error de predicción ( $\zeta$ ) se simuló a partir de una distribución normal con media cero, y su varianza fue ajustada de manera que la varianza de  $\eta$  fuese igual a 1. El intercepto  $\alpha$  fue ajustado de modo que la esperanza matemática de  $\eta$  fuese igual a 0. Finalmente, con la finalidad de diferenciar el efecto de emplear indicadores categóricos en los factores exógenos, del efecto que potencialmente tendría hacerlo en los factores endógenos, el factor endógeno fue medido con una sola variable continua sin error de medida (i.e.,  $\eta = Y$ ).

Los factores exógenos fueron medidos con múltiples ítems creados en dos pasos. En primer lugar, se generaron los modelos de medida de acuerdo a una estructura simple (sin cargas factoriales cruzadas), en base al modelo presentado en la Ecuación (4), donde  $X_i^*$  representa la variable continua subyacente a las respuestas observadas de los sujetos a los ítems y  $\lambda_{ij}$  representa la carga factorial del ítem  $i$  sobre el factor  $j$ . Por simplicidad, las cargas factoriales fueron fijadas en .5, el cual es un valor cercano a la media de las cargas factoriales de los ítems encontrados habitualmente en la investigación con datos reales (Peterson, 2000) y ha mostrado resultados razonables en

estudios previos con modelos SEM no lineales (Rdz-Narvarro & Alvarado, 2015). Los errores de medida ( $\delta_i$ ) fueron simulados desde una distribución normal con media cero y varianza .75, de manera que la varianza de  $X_i^*$  fuese igual a 1.

$$X_i^* = \lambda_{ij}\xi_j + \delta_i . \quad (4)$$

Una vez generados los datos, en un segundo momento las variables  $X_i^*$  fueron transformadas en variables categóricas de cinco opciones de respuesta ( $x_i$ ) para representar ítems tipo Likert, formato generalmente usado en las investigaciones sociales y del comportamiento (Göb, McCollin & Ramalhoto, 2007). La categorización de las variables  $X_i^*$  se realizó a través de seleccionar un conjunto de valores umbrales que permitieran obtener una determinada frecuencia relativa de respuestas en cada categoría de cada ítem. Esas frecuencias relativas fueron elegidas para representar tres tipos de distribuciones de los ítems: simétricos (i.e., asimetría = 0), asimétricos negativos moderados (i.e., asimetría  $\approx -1$ ) y asimétricos negativos extremos (i.e., asimetría  $\approx -1.8$ ), tal como se muestra en la Figura 1. Además, se simularon dos condiciones adicionales donde la mitad de los ítems tenían asimetría negativa y la otra mitad asimetría positiva de la misma magnitud, las cuales se denominaron como condiciones de asimetría alternada moderada y asimetría alternada extrema.

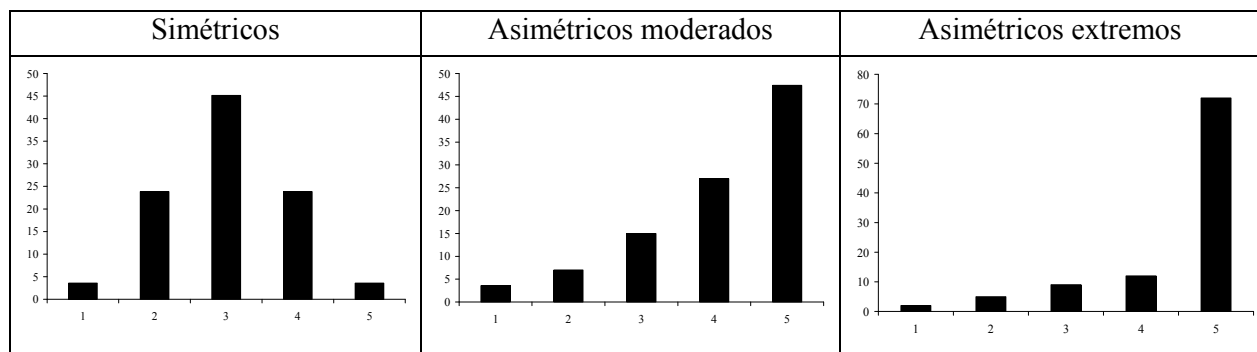


Figura 1. Tipos de ítems según su distribución.

Se simularon condiciones con cuatro, ocho y 16 ítems por factor. En todas las condiciones se utilizaron muestras de 1000 sujetos, tamaño de muestra que ha mostrado resultados óptimos con el método LMS en estudios previos (ver Capítulos 2 y 3).

Si bien los datos fueron generados con un modelo puramente lineal, ellos fueron analizados con dos tipos de modelos no lineales: un modelo con efectos lineales y de interacción (MI) y un modelo en que se estimaban efectos lineales, de interacción y cuadráticos (MIQ), estimados con el método LMS (Klein & Moosbrugger, 2000) implementado en MPlus 6.11 (Muthén & Muthén, 2011) empleando el estimador por defecto (i.e., MLR: máxima verosimilitud robusta).

En suma, se generaron un total de 30 condiciones (5 tipos de distribuciones de los ítems  $\times$  3 números de ítems  $\times$  2 tipos de modelos de análisis), para las cuales se generaron 500 réplicas ( $n_r$ ). En cada condición, se evaluó el porcentaje de soluciones convergentes y admisibles, el sesgo relativo de estimación de parámetros de medida y estructura lineales y el sesgo absoluto de los parámetros no lineales del modelo de estructura. A su vez, se evaluó el sesgo relativo de la estimación de los errores típicos, y las tasas de error Tipo I en la detección de efectos no lineales significativos utilizando un nivel de confianza de 95%.

Se consideró aceptable obtener: (a) un porcentaje de soluciones convergentes y admisibles igual o superior a 80% (Forero & Maydeu-Olivares, 2009), b) sesgos relativos de estimación de los parámetros lineales iguales o inferiores a  $|0.05|$  (Hoogland & Boomsma, 1998), c) sesgos absolutos de estimación de parámetros no lineales iguales o superiores a  $|0.01|$  y d) sesgos relativos de estimación de los errores típicos iguales o inferiores a  $|0.1|$ . Finalmente, siguiendo el criterio liberal de Bradley (cf, Serlin, 2000) se consideró adecuadas las tasas de error Tipo I entre un 2.5% y un 7.5%.

## Resultados

No hubo problemas con el logro de soluciones convergentes y admisibles (i.e., todos los análisis en todas las condiciones lograron 500 réplicas válidas). La Tabla 1 muestra los resultados de las estimaciones de parámetros. En ella se puede observar que las cargas factoriales de los ítems fueron subestimadas en forma inaceptable en todas las condiciones e independiente del modelo empleado para el análisis de los datos (MI o MIQ) y este sesgo fue mayor a medida que aumentaba el nivel de asimetría de los ítems, especialmente en el caso que dicha asimetría fuese alterna. El número de ítems tiene un efecto positivo, pero leve, sobre la recuperación de estos parámetros.

Tabla 1. *Media de los parámetros estimados y error Tipo I usando ítems tipo Likert.*

| ni | TDi | MI          |            |               |               |               | MIQ         |             |             |               |               |               |               |               |               |
|----|-----|-------------|------------|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
|    |     | Parámetros  |            |               |               | %Sig          | Parámetros  |             |             |               | %Sig          |               |               |               |               |
|    |     | $\lambda_i$ | $\gamma_1$ | $\omega_{12}$ | $\omega_{12}$ | $\omega_{12}$ | $\lambda_i$ | $\gamma_1$  | $\gamma_2$  | $\omega_{12}$ | $\omega_{11}$ | $\omega_{22}$ | $\omega_{12}$ | $\omega_{11}$ | $\omega_{22}$ |
| 4  | S   | <b>.472</b> | .298       | .301          | .000          | 4.4           | <b>.472</b> | .298        | .302        | -.001         | .001          | .000          | 6.2           | 4.2           | 6.4           |
|    | ANM | <b>.452</b> | .301       | .301          | <b>.040</b>   | <b>15.4</b>   | <b>.452</b> | <b>.316</b> | .315        | <b>-.026</b>  | <b>.044</b>   | <b>.045</b>   | <b>7.6</b>    | <b>15.2</b>   | <b>18.2</b>   |
|    | ANE | <b>.409</b> | .300       | .297          | <b>.058</b>   | <b>20.0</b>   | <b>.410</b> | <b>.327</b> | <b>.324</b> | <b>-.020</b>  | <b>.051</b>   | <b>.052</b>   | 6.8           | <b>21.2</b>   | <b>19.8</b>   |
|    | AAM | <b>.436</b> | .298       | .301          | .004          | 5.0           | <b>.436</b> | .299        | .302        | .002          | .000          | .003          | 4.8           | 5.6           | 6.8           |
|    | AAE | <b>.379</b> | .305       | .304          | .000          | 7.0           | <b>.379</b> | .308        | .308        | .002          | -.001         | -.001         | 6.2           | 5.8           | 7.4           |
| 8  | S   | <b>.471</b> | .302       | .298          | .001          | 5.0           | <b>.471</b> | .302        | .298        | .000          | -.001         | .001          | 6.4           | 4.8           | 3.8           |
|    | ANM | <b>.453</b> | .302       | .302          | <b>.040</b>   | <b>20.8</b>   | <b>.453</b> | <b>.319</b> | <b>.319</b> | <b>-.012</b>  | <b>.041</b>   | <b>.041</b>   | 7.2           | <b>21.6</b>   | <b>19.0</b>   |
|    | ANE | <b>.409</b> | .298       | .304          | <b>.059</b>   | <b>32.0</b>   | <b>.409</b> | <b>.334</b> | <b>.345</b> | <b>-.015</b>  | <b>.055</b>   | <b>.059</b>   | <b>7.6</b>    | <b>34.6</b>   | <b>36.0</b>   |
|    | AAM | <b>.439</b> | .303       | .301          | .000          | 6.6           | <b>.439</b> | .303        | .301        | .002          | -.002         | -.001         | 5.0           | 4.0           | 4.4           |
|    | AAE | <b>.384</b> | .305       | .300          | .000          | 5.6           | <b>.384</b> | .307        | .301        | .002          | -.001         | -.001         | 6.0           | 6.2           | 5.2           |
| 16 | S   | <b>.472</b> | .299       | .302          | .001          | 4.8           | <b>.472</b> | .299        | .302        | -.002         | .003          | .001          | 5.0           | 4.2           | 5.4           |
|    | ANM | <b>.453</b> | .302       | .300          | <b>.042</b>   | <b>28.4</b>   | <b>.453</b> | <b>.332</b> | <b>.319</b> | -.002         | <b>.039</b>   | <b>.039</b>   | 5.0           | <b>27.4</b>   | <b>26.2</b>   |
|    | ANE | <b>.410</b> | .304       | .302          | <b>.061</b>   | <b>45.4</b>   | <b>.410</b> | <b>.345</b> | <b>.344</b> | .003          | <b>.050</b>   | <b>.050</b>   | 4.0           | <b>45.0</b>   | <b>43.4</b>   |
|    | AAM | <b>.440</b> | .303       | .300          | -.001         | 4.0           | <b>.440</b> | .303        | .300        | -.002         | .001          | .001          | 3.6           | 3.4           | 5.2           |
|    | AAE | <b>.386</b> | .300       | .302          | .000          | 5.0           | <b>.386</b> | .301        | .302        | .001          | -.001         | -.001         | 5.6           | 6.0           | 4.6           |

*Nota:* MI: Modelo con una interacción. MIQ: Modelo con una interacción y dos términos cuadráticos. %Sig: porcentaje de réplicas con términos no lineales significativos (error Tipo I). ni: número de ítems. TDi: tipo de distribución de los ítems. S: ítems simétricos. ANM: asimetría negativa moderada. ANE: asimetría negativa extrema. AAM: Asimetría alternada moderada. AAE: Asimetría alternada extrema. Negrilla: sobrestimación del parámetro o tasa de error Tipo I inaceptable. Parámetros poblacionales:  $\lambda_i = .5$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = .3$ ,  $\omega_{12} = \omega_{11} = \omega_{22} = 0$ .

Respecto a la recuperación de parámetros del modelo de estructura, los resultados muestran que cuando los ítems son simétricos o cuando tienen asimetría alternada –incluso si es extrema– los sesgos de estimación son bajos o irrelevantes en todos los parámetros lineales y no lineales, y las tasas de error Tipo I se mantienen dentro de niveles aceptables. En contraste, cuando la asimetría es unidireccional los parámetros de los efectos de interacción son fuertemente sobreestimados y aumentan también las tasas de error Tipo I en modelos MI. En la situación equivalente analizada con el modelo MIQ se sobre estiman todos los parámetros (lineales y no lineales) y el error Tipo I aumenta a niveles graves para la inferencia estadística, observándose que sesgos son mayores para los parámetros lineales y cuadráticos que para los de interacción. Esto estaría indicando que la sobrestimación de los parámetros  $\omega_{12}$  observada en los modelos MI fue transferida, al menos parcialmente, a los efectos cuadráticos (i.e.,  $\omega_{11}$  y  $\omega_{22}$ ) cuando el modelo de análisis fue un modelo MIQ. En estas condiciones, el empleo de un mayor número de ítems por factor con mayores niveles de asimetría parece aumentar los sesgos en la estimación de parámetros.

Al analizar el sesgo en la estimación de errores típicos (ver Tabla 2), es posible descartar que las altas tasas de error Tipo I se deban a subestimaciones de los errores típicos, pues en la mayor parte de las condiciones estos parámetros son adecuadamente estimados, independiente del modelo de análisis utilizado (MI o MIQ), con algunas excepciones puntuales que no parecen seguir un patrón muy claro. Por su parte, los errores típicos de las cargas factoriales fueron sistemáticamente sobrestimados cuando se simularon 8 ó más ítems, especialmente cuando ello se combinó con mayores niveles de asimetría de dirección alternada.

Tabla 2. Sesgo de estimación de los errores típicos usando ítems tipo Likert.

| $ni$ | TDi | MI          |            |            |               | MIQ         |            |             |               |               |               |
|------|-----|-------------|------------|------------|---------------|-------------|------------|-------------|---------------|---------------|---------------|
|      |     | $\lambda_i$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$ | $\omega_{12}$ | $\lambda_i$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$  | $\omega_{12}$ | $\omega_{11}$ | $\omega_{22}$ |
| 4    | S   | .073        | .030       | .016       | .028          | .075        | .036       | .020        | .007          | .011          | -.023         |
|      | ANM | .081        | -.006      | .090       | .031          | .084        | .008       | <b>.118</b> | .015          | .024          | .014          |
|      | ANE | .079        | -.011      | -.031      | .024          | .082        | -.011      | -.048       | .032          | .043          | .011          |
|      | AAM | .080        | .034       | .010       | .017          | .081        | .044       | .038        | .048          | .069          | -.005         |
|      | AAE | <b>.106</b> | .004       | .000       | -.013         | <b>.115</b> | .071       | .069        | <b>.132</b>   | <b>.195</b>   | .067          |
| 8    | S   | <b>.122</b> | -.008      | -.038      | .008          | <b>.123</b> | -.013      | -.031       | .002          | .000          | -.003         |
|      | ANM | <b>.101</b> | .054       | .078       | -.025         | <b>.103</b> | .059       | .079        | -.029         | -.003         | .042          |
|      | ANE | <b>.117</b> | .051       | .012       | .034          | <b>.116</b> | .044       | .008        | -.009         | -.027         | -.062         |
|      | AAM | <b>.112</b> | .016       | -.003      | -.013         | <b>.113</b> | .010       | .005        | .023          | .016          | .021          |
|      | AAE | <b>.137</b> | .005       | -.018      | .005          | <b>.138</b> | .016       | -.002       | .029          | .024          | .024          |
| 16   | S   | <b>.151</b> | -.058      | .015       | .000          | <b>.151</b> | -.058      | .012        | .040          | .011          | .036          |
|      | ANM | <b>.134</b> | .042       | -.014      | -.035         | <b>.135</b> | .054       | -.015       | -.017         | .024          | .003          |
|      | ANE | <b>.151</b> | .035       | .000       | .012          | <b>.151</b> | .022       | -.015       | .027          | .011          | .011          |
|      | AAM | <b>.147</b> | -.044      | -.014      | .000          | <b>.149</b> | -.047      | -.022       | .007          | .037          | .037          |
|      | AAE | <b>.176</b> | -.071      | .008       | .029          | <b>.175</b> | -.071      | .011        | .006          | -.013         | .033          |

Nota: MI: modelo con una interacción. MIQ: modelo con una interacción y dos términos cuadráticos.  $ni$ : número de ítems. TDi: tipo de distribución de los ítems. S: ítems simétricos. ANM: asimetría negativa moderada. ANE: asimetría negativa extrema. AAM: Asimetría alternada moderada. AAE: asimetría alternada extrema. Negrilla: sesgo inaceptable.

## Conclusiones

Este primer estudio ha mostrado que tratar a los ítems como indicadores continuos en modelos SEM no lineales estimados con el método LMS no es inocuo, aunque sus efectos son diferentes según el modelo de análisis o según el tipo de modelo (i.e., medida o estructura) en el cual se focaliza la atención.

Así, en los modelos de medida, al tratar a los ítems como indicadores continuos se produce una subestimación general de las cargas factoriales y una sobrestimación casi igual de sistemática de los errores típicos, lo cual podría llevar a los investigadores a pensar que se encuentran ante modelos de medida de menor calidad que lo real. En relación al modelo de estructura, en caso que los datos se analicen con un modelo MI y se disponga de ítems con asimetría no alternada, se producirá una importante sobrestimación del parámetro de interacción, lo que conducirá a altas tasas de error Tipo

I. Analizar los datos con un modelo MIQ disponiendo de ítems con asimetría no alternada, producirá sobrestimaciones de los parámetros de estructura (lineales y no lineales) que serán mayores en los efectos cuadráticos y redundarán, con muy alta probabilidad, en la detección de efectos no lineales espurios.

En suma, las únicas situaciones en que parece poco problemático tratar a los ítems como indicadores continuos para la estimación de modelos SEM no lineales es cuando los ítems son simétricos o las asimetrías de algunos ítems estén compensadas por asimetría en la dirección opuesta en otros ítems del mismo factor. No obstante, incluso en esas situaciones, los parámetros de los modelos de medida serán subestimados.

## **Estudio 2: ¿Son las parcelas una solución adecuada?**

Dado los resultados del primer estudio, se realizó una segunda investigación para evaluar la capacidad de las parcelas de ítems para solucionar los problemas detectados en condiciones equivalentes a las del estudio anterior. De esta forma, los datos poblacionales fueron generados por el mismo modelo y en base a los mismos parámetros, distribuciones y tamaño de muestra; los datos fueron analizados en función de modelos MI y MIQ, usando el método LMS. Si bien los ítems y sus asimetrías se generaron de la misma forma que en el estudio 1, se eliminó la condición de cuatro ítems, con la que solo se podían generar dos parcelas de dos ítems, situación que es desaconsejada por la literatura especializada que recomienda un mínimo de tres o cuatro parcelas por factor (Marsh et al., 1998).

Para generar las parcelas de ítems se operó de la siguiente manera. En el caso de las condiciones de ocho ítems, ellos se agruparon siempre en cuatro parcelas de dos



ítems. Cuando los ítems eran simétricos o tenían solo asimetría negativa, no había más que una manera no compensatoria de agruparlos, pero cuando los ítems del factor tenían asimetrías de distinto signo, se los agrupó de dos formas: compensatoriamente al interior de la parcela (agrupando en cada parcela ítems de signo opuesto) o no compensatoriamente al interior de las parcelas (agrupando en cada parcela ítems con asimetría de igual dirección). Por su parte, en las condiciones de 16 ítems, se replicó la misma configuración anterior, pero duplicando las condiciones, pues se crearon ocho parcelas de dos ítems y cuatro parcelas de cuatro ítems.

En suma, se generaron un total de 42 condiciones: siete tipos de distribuciones de ítems y parcelas en la condición de ocho ítems, más 14 distribuciones en las condiciones de 16 ítems, por dos modelos de análisis. Los datos se analizaron con el método LMS y se evaluaron las mismas variables y puntos de corte que en el estudio anterior, pero en este caso se evaluó el sesgo en la estimación de la carga factorial de cada parcela, las que –dado que  $\lambda_i$  se mantuvo en .5– tuvieron un valor poblacional de .632 cuando estuvieron conformadas por dos ítems y .756 cuando estuvieron compuestas por cuatro ítems.

## Resultados

Al igual que en primer estudio, no se observaron problemas de convergencia ni admisibilidad. En la Tabla 3 se muestran los resultados de la estimación de parámetros realizada con los modelos MI y MIQ. En ella se puede observar que el empleo de parcelas no soluciona ninguno de los problemas detectados en el estudio anterior. Las cargas factoriales de las parcelas fueron recuperadas con una importante subestimación, especialmente a medida que la asimetría de los ítems era más alta, salvo en las condiciones en que se emplearon ítems simétricos; el modelo de análisis no influyó en la recuperación de los parámetros de los modelos de medida, pero si influyó (aunque levemente) el disponer ítems con asimetría alterna; compensar las asimetrías al interior de cada parcela compensó también de manera parcial la subestimación de las cargas factoriales.

Respecto a los parámetros de los modelos de estructura, al utilizar un modelo de análisis MI se mantuvo la tendencia a obtener parámetros de interacción sobrestimados cuando se disponía de parcelas compuestas por ítems asimétricos unidireccionales y no se observaron problemas para la estimación de los parámetros lineales con este modelo de análisis, pero si se observaron aumentos inaceptables en altas tasas de error Tipo I para la interacción. Por su parte, la forma de generar las parcelas (i.e., con o sin compensaciones de las asimetrías en su formación) no pareció ejercer ninguna influencia sobre la estimación de parámetros ni en las tasas de error Tipo I.

Al utilizar un modelo de análisis MIQ, al igual que en el primer estudio, en las condiciones en las cuales los ítems que componen la parcela presentaban asimetría unidireccional (y por tanto no era posible compensar las asimetrías en la parcela), se observaron altas sobrestimaciones de los parámetros lineales y no lineales

(especialmente de los parámetros de los efectos cuadráticos), y fuertes aumentos en las tasas de error Tipo I, sobre todo a medida que aumentaba la asimetría de los ítems que conformaban la parcela. La forma de construir parcelas cuando (i.e., compensando o no compensando las asimetrías de los ítems en su interior) no tuvo efectos apreciables sobre los resultados.

Donde fue posible observar un efecto positivo del uso de parcelas de ítems fue en la calidad de recuperación de los errores típicos de los parámetros del modelo de medida. Como se puede observar en la Tabla 4, emplear parcelas permitió recuperar adecuadamente los errores típicos de las cargas factoriales en la situaciones de cuatro parcelas de dos ítems, y en las situaciones de ocho parcelas de dos ítems. Por su parte, cuando se construyeron cuatro parcelas de cuatro ítems, invariablemente se sobrestimaron los errores típicos de las cargas factoriales, sesgo que fue mayor a medida que aumentó la asimetría de los ítems y ellos se combinaban en forma no compensada al interior de las parcelas. Finalmente, al igual que en el primer estudio, no hubo problemas en la recuperación de los errores típicos de ninguno de los parámetros del modelo de estructura, independiente de su tipo y el modelo de análisis empleado.

Tabla 3. *Media de parámetros estimados y error Tipo I usando parcelas de ítems.*

| ni  | Np/ni | TDi         | Tp   | MI          |             |            |               |               | MIQ         |             |             |               |               |               |               |               |               |             |
|-----|-------|-------------|------|-------------|-------------|------------|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-------------|
|     |       |             |      | Parámetros  |             |            |               | %Sig          | Parámetros  |             |             |               |               | %Sig          |               |               |               |             |
|     |       |             |      | $\lambda_p$ | $\gamma_1$  | $\gamma_2$ | $\omega_{12}$ | $\omega_{12}$ | $\lambda_p$ | $\gamma_1$  | $\gamma_2$  | $\omega_{12}$ | $\omega_{11}$ | $\omega_{22}$ | $\omega_{12}$ | $\omega_{11}$ | $\omega_{22}$ |             |
| 8   | 4/2   | S           | ---  | .603        | .302        | .298       | .000          | .050          | .603        | .302        | .298        | -.001         | .000          | .001          | .058          | .048          | .046          |             |
|     |       | ANM         | NC   | <b>.584</b> | .302        | .302       | <b>.040</b>   | <b>.196</b>   | <b>.584</b> | <b>.318</b> | <b>.319</b> | <b>-.011</b>  | <b>.040</b>   | <b>.040</b>   | <b>.076</b>   | <b>.214</b>   | <b>.186</b>   |             |
|     |       | ANE         | NC   | <b>.536</b> | .298        | .303       | <b>.059</b>   | <b>.316</b>   | <b>.536</b> | <b>.333</b> | <b>.343</b> | <b>-.014</b>  | <b>.054</b>   | <b>.058</b>   | <b>.074</b>   | <b>.336</b>   | <b>.354</b>   |             |
|     |       | AAM         | NC   | <b>.564</b> | .303        | .302       | .000          | .066          | <b>.564</b> | .304        | .302        | .002          | -.002         | -.002         | .048          | .054          | .040          |             |
|     |       | AAE         | C    | <b>.573</b> | .302        | .300       | -.002         | .070          | <b>.573</b> | .302        | .301        | .004          | -.005         | -.003         | .052          | .052          | .048          |             |
|     |       | AAM         | NC   | <b>.498</b> | .307        | .302       | .000          | .058          | <b>.498</b> | .310        | .303        | .003          | -.001         | -.002         | .054          | .064          | .062          |             |
| 16  | 4/4   | AAE         | C    | <b>.516</b> | .304        | .298       | .000          | .066          | <b>.516</b> | .304        | .298        | .002          | .000          | -.002         | .066          | .054          | .048          |             |
|     |       | S           | ---  | .731        | .299        | .302       | .001          | .056          | .731        | .299        | .302        | -.002         | .003          | .001          | .058          | .044          | .054          |             |
|     |       | ANM         | NC   | <b>.713</b> | .303        | .299       | <b>.041</b>   | <b>.280</b>   | <b>.713</b> | <b>.321</b> | <b>.318</b> | -.002         | <b>.039</b>   | <b>.039</b>   | .058          | <b>.272</b>   | <b>.254</b>   |             |
|     |       | ANE         | NC   | <b>.668</b> | .304        | .302       | <b>.060</b>   | <b>.450</b>   | <b>.668</b> | <b>.344</b> | <b>.342</b> | .003          | <b>.050</b>   | <b>.050</b>   | .040          | <b>.448</b>   | <b>.436</b>   |             |
|     |       | AAM         | NC   | <b>.690</b> | .304        | .301       | -.001         | .040          | <b>.690</b> | .305        | .301        | -.002         | .002          | .001          | .044          | .040          | .046          |             |
|     |       | AAM         | C    | <b>.702</b> | .303        | .299       | -.002         | .038          | <b>.702</b> | .303        | .299        | -.002         | .000          | -.001         | .042          | .034          | .054          |             |
|     | 8/2   | 8/2         | AAE  | NC          | <b>.619</b> | .303       | .304          | -.001         | .046        | <b>.619</b> | .304        | .306          | .001          | -.002         | -.001         | .048          | .060          | .048        |
|     |       |             | AAE  | C           | <b>.647</b> | .299       | .301          | .000          | .038        | <b>.647</b> | .299        | .301          | .001          | -.001         | .000          | .050          | .054          | .040        |
|     |       |             | S    | ---         | .604        | .299       | .302          | .001          | .052        | .604        | .299        | .302          | -.002         | .003          | .001          | .050          | .042          | .054        |
|     |       |             | ANM  | NC          | <b>.583</b> | .302       | .299          | <b>.041</b>   | <b>.280</b> | <b>.583</b> | <b>.321</b> | <b>.318</b>   | -.002         | <b>.039</b>   | <b>.039</b>   | .056          | <b>.268</b>   | <b>.258</b> |
|     |       |             | ANE  | NC          | <b>.536</b> | .304       | .302          | <b>.060</b>   | <b>.460</b> | <b>.536</b> | <b>.344</b> | <b>.343</b>   | .003          | <b>.050</b>   | <b>.050</b>   | .040          | <b>.444</b>   | <b>.422</b> |
|     |       |             | AAM  | NC          | <b>.566</b> | .304       | .300          | -.001         | .040        | <b>.566</b> | .304        | .300          | -.002         | .002          | .001          | .042          | .036          | .052        |
|     |       |             | AAM  | C           | <b>.572</b> | .303       | .299          | -.002         | .042        | <b>.572</b> | .303        | .299          | -.001         | .000          | -.001         | .042          | .040          | .054        |
|     |       |             | AAE  | NC          | <b>.503</b> | .301       | .303          | .000          | .046        | <b>.503</b> | .302        | .303          | .001          | -.001         | .000          | .050          | .058          | .048        |
| AAE | C     | <b>.515</b> | .299 | .301        | .000        | .042       | <b>.515</b>   | .299          | .301        | .001        | -.001       | .000          | .054          | .050          | .034          |               |               |             |

Nota: MI: Modelo de análisis con una interacción. MIQ: Modelo de análisis con una interacción y dos efectos cuadráticos. %Sig: Porcentaje de réplicas efectos significativos (error Tipo I). ni: número de ítems. Np/ni: número de parcelas/número de ítems por parcela. TDi: Tipo de distribución de los ítems. S: Simétricos. ANM: Asimetría negativa moderada. ANE: Asimetría negativa extrema. AAM: Asimetría alternada moderada. AAE: Asimetría alternada extrema. Tp: Tipo de parcela. NC: No compensación de asimetría en cada parcela. C: Compensación de asimetría en cada parcela.  $\lambda_p$ : Carga factorial promedio de las parcelas. Negrilla = sobrestimación del parámetro o error Tipo I inaceptable. Parámetros poblacionales:  $\gamma_1 = \gamma_2 = .3$ ,  $\omega_{12} = \omega_{11} = \omega_{22} = 0$ . Carga factorial de parcelas de 2 ítems = .632. Carga factorial de parcelas de 4 ítems = .756.

Tabla 4. Sesgo de estimación de los errores típicos usando parcelas de ítems.

| <i>ni</i> | <i>Np/ni</i> | TDi | Tp  | MI          |            |            |               | MIQ         |            |            |               |               |               |
|-----------|--------------|-----|-----|-------------|------------|------------|---------------|-------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|
|           |              |     |     | $\lambda_p$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$ | $\omega_{12}$ | $\lambda_p$ | $\gamma_1$ | $\gamma_2$ | $\omega_{12}$ | $\omega_{11}$ | $\omega_{22}$ |
| 8         | 4/2          | S   | --- | .058        | -.016      | -.041      | .003          | .059        | -.018      | -.033      | -.004         | .000          | -.011         |
|           |              | ANM | NC  | .054        | .049       | .075       | -.023         | .056        | .059       | .071       | -.030         | -.005         | .043          |
|           |              | ANE | NC  | .037        | .038       | .007       | .026          | .036        | .048       | .008       | -.014         | -.027         | -.065         |
|           |              | AAM | NC  | .061        | .015       | -.005      | -.012         | .065        | .008       | .005       | .028          | .018          | .026          |
|           |              | AAE | C   | .044        | .013       | -.008      | -.013         | .046        | .013       | .000       | .024          | .016          | .019          |
|           |              | AAM | NC  | .051        | .009       | -.009      | -.014         | .054        | .023       | .011       | .026          | .023          | .016          |
|           |              | AAE | C   | .022        | .002       | -.019      | -.005         | .025        | .007       | -.009      | .022          | .049          | .013          |
| 16        | 4/4          | S   | --- | <b>.500</b> | -.061      | .015       | -.006         | <b>.499</b> | -.061      | .015       | .035          | .004          | .029          |
|           |              | ANM | NC  | <b>.474</b> | .039       | -.017      | -.044         | <b>.475</b> | .054       | -.013      | -.024         | .014          | .003          |
|           |              | ANE | NC  | <b>.440</b> | .029       | -.006      | -.003         | <b>.440</b> | .018       | -.015      | .018          | -.011         | .000          |
|           |              | AAM | NC  | <b>.415</b> | -.047      | -.022      | .015          | <b>.413</b> | -.051      | -.028      | -.004         | .030          | .023          |
|           |              | AAM | C   | <b>.422</b> | -.044      | -.014      | .018          | <b>.422</b> | -.047      | -.020      | -.005         | .038          | .031          |
|           |              | AAE | NC  | <b>.349</b> | -.065      | .005       | .025          | <b>.340</b> | -.055      | .013       | .004          | -.006         | .050          |
|           |              | AAE | C   | <b>.372</b> | -.072      | .006       | .027          | <b>.373</b> | -.067      | .003       | .011          | -.003         | .031          |
|           | 8/2          | S   | --- | .071        | -.061      | .015       | -.003         | .071        | -.061      | .015       | .035          | .004          | .029          |
|           |              | ANM | NC  | .070        | .039       | -.017      | -.038         | .004        | .051       | -.015      | -.024         | .021          | -.003         |
|           |              | ANE | NC  | .085        | .029       | -.006      | .006          | .086        | .020       | -.015      | .023          | -.004         | .007          |
|           |              | AAM | NC  | .077        | -.044      | -.017      | .018          | .078        | -.049      | -.025      | .002          | .041          | .030          |
|           |              | AAM | C   | .072        | -.042      | -.014      | .021          | .073        | -.047      | -.020      | .000          | .041          | .034          |
|           |              | AAE | NC  | .085        | -.066      | .011       | .023          | .085        | -.066      | .014       | .010          | -.009         | .036          |
|           |              | AAE | C   | .063        | -.069      | .006       | .029          | .064        | -.069      | .006       | .008          | .000          | .035          |

Nota: MI: Modelo de análisis con una interacción. MIQ: Modelo de análisis con una interacción y dos efectos cuadráticos. *ni*: número de ítems. *Np/ni*: número de parcelas/número de ítems por parcela. TDi: Tipo de distribución de los ítems. S: Simétricos. ANM: Asimetría negativa moderada. ANE: Asimetría negativa extrema. AAM: Asimetría alternada moderada. AAE: Asimetría alternada extrema. Tp: Tipo de parcela. NC: No compensación de asimetría en cada parcela. C: Compensación de asimetría en cada parcela. Negrilla = sesgos inaceptables en los *SE*.

## Conclusiones

La principal conclusión que se puede extraer de este segundo estudio parece clara: emplear parcelas de ítems no genera problemas adicionales a los detectados cuando se trata a los ítems como indicadores continuos, pero tampoco es solución en las situaciones en que se habían detectado dificultades, salvo en el caso de la recuperación de los errores típicos de los modelos de medida, situación en la cual logra una reducción de su sesgo cuando se emplean parcelas compuestas por dos ítems.

Este pequeño impacto de construir parcelas parece consistente con lo reportado por otros investigadores al poner a prueba SEM lineales (Bandalos, 2008; Hall, et al., 1999) y no lineales (Jackman, et al., 2011; Wu, et al., 2013) y podría ser explicado porque en las condiciones en que se producía sobrestimación de parámetros y aumento en las tasas de error Tipo I, sólo se disponía de ítems con asimetrías en el mismo sentido, problema que no se logra subsanar con la constitución de parcelas, pues la puntuación de cada parcela mantendrá parte importante de esta asimetría. Por otro lado, cuando se disponía de ítems con asimetrías alternas, el contrabalanceo de las asimetrías al interior de las parcelas no logró producir una mejora en la calidad de las estimaciones frente lo que ocurría con el uso de ítems aislados, lo que también es coincidente con lo reportado por estudios previos (Hau, & Marsh, 2004).

En consecuencia, los problemas que produce en los modelos de medida y en los modelos de estructura al tratar a los ítems con asimetría unilateral como indicadores continuos, no son solucionados por el uso de parcelas, por lo que ellas no parecen una alternativa recomendable en esas situaciones.

## Discusión y Conclusiones

A partir de los resultados de esta investigación, es posible afirmar que tratar a los ítems como indicadores continuos en modelos SEM no lineales, tal como parecen estar haciendo cada vez más los investigadores aplicados (e.g., Dietrich & Kracke, 2009; Diestel & Schmidt, 2009; Eisenberg et al., 2010; Markon, 2010; Takeuchi, Wang, Marinova, & Yao, 2009), no es inocuo pues redundante en dos tipos de problemas. En primer lugar, se produce una subestimación general de los parámetros de los modelos de medida, lo que podría conducir al investigador a creer que tiene ítems de inferior calidad a lo real. Y, en segundo lugar, cuando los ítems poseen asimetría unilateral (situación habitual en la práctica cuando los ítems son redactados mayoritariamente en el mismo sentido frente a un tema popular o impopular) se producen sobrestimaciones de los efectos lineales y no lineales, especialmente de los efectos de interacción cuando se aplican modelos de análisis MI y de los efectos cuadráticos cuando se aplican modelos MIQ. Esta sobreestimación de los parámetros no lineales tiene como consecuencia aumentos extremadamente preocupantes de las tasas de error Tipo I, que con alta probabilidad llevarán a los investigadores aplicados a reportar efectos de interacción y/o cuadráticos espurios y, a graves errores en la inferencia estadística. Desafortunadamente, en coincidencia con alguna evidencia previa (Hau, & Marsh, 2004; Jackman, et al., 2011; Wu, et al., 2013), el segundo estudio demuestra que la mayor parte de estos problemas no son solucionados al trabajar con parcelas de ítems, por lo que su uso no reporta ninguna ventaja práctica, a excepción de una leve mejora en la recuperación de los errores típicos. En consecuencia, se puede afirmar que usar parcelas no parece ser una solución aceptable a los problemas derivados de la asimetría de los ítems.

Pese a lo anterior, tratar a los ítems como si fuesen indicadores continuos en modelos SEM no lineales no parece ser una idea completamente inadecuada, ya que no tendría efectos sobre el modelo de estructura cuando los ítems tienen distribuciones simétricas, en línea con lo reportado por estudios provenientes del análisis factorial confirmatorio (DiStefano, 2002; Rhemtulla et al., 2012). Y tampoco parece ser negativo para los modelos de estructura cuando se dispone de ítems con asimetrías alternadas, al contrario de lo anticipado por algunos autores en el contexto de los modelos de medida (i.e., Rhemtulla et al., 2012). Sin embargo, si resulta negativo disponer de ítems con asimetrías unilaterales, y debe notarse que asimetrías bastante moderadas (iguales a  $|1|$ ) que usualmente no son consideradas como dañinas (Finney & DiStefano, 2006; Rhemtulla et al., 2012) producen niveles inaceptables de error Tipo I, especialmente si se usan numerosos ítems como es habitual en investigación aplicada para aumentar la validez y fiabilidad de la medición (Marsh et al., 1998).

Tratar a los ítems como indicadores continuos en modelos SEM no lineales tiene un efecto negativo sobre la estimación de los parámetros de medida, pues ellos tienden a ser siempre subestimados. No obstante, la solución a este problema podría consistir en implementar el modelo SEM en dos etapas: primero, se debería realizar una serie de análisis factoriales confirmatorios sobre cada una de las variables latentes empleando, por ejemplo análisis factorial de ítems (Wirth & Edwards, 2007) con lo que se obtendría una evaluación insesgada de sus cargas factoriales (Asún, Rdz-Navarro & Alvarado, 2016), permitiendo la eliminación de aquellos que sean inadecuados; y en un segundo momento, ajustar el modelo SEM no lineal centrándose el análisis en el modelo de estructura, sin tomar en cuenta los resultados del modelo de medida previamente evaluado.



Dado los resultados de esta investigación, es importante advertir a los investigadores aplicados respecto del uso del método LMS para detectar efectos no lineales en modelos SEM cuando se disponga de ítems y no de indicadores continuos, pues en situaciones bastante habituales en la investigación aplicada (e.g., ítems con asimetrías al menos moderadas y unidireccionales) se podrían obtener resultados sesgados e incorrectos, que podrían llevar a los investigadores a creer que se encuentran en presencia de efectos no lineales significativos cuando no los hay. En consecuencia, los investigadores deberían chequear la distribución de sus ítems antes de proceder con los análisis, si desean poner a prueba modelos SEM no lineales.

Sumado a lo anterior, es importante notar que el tratamiento de la asimetría que se realizó en este estudio fue relativamente simple en las condiciones en que no se encontró problemas para la estimación del modelo de estructura, ya que se trabajó con condiciones en que todos los ítems tenían distribuciones simétricas y otras en que las asimetrías de algunos ítems en un sentido se compensaban exactamente por asimetrías de otros ítems en la dirección contraria. Lo anterior indica que posiblemente es la compensación exacta de la asimetría la que no genera problemas de estimación, situación posiblemente excepcional en estudios reales.

En esta línea, es importante hacer explícitas algunas limitaciones del presente estudio, las cuales deben ser consideradas expresamente previo a la generalización de sus resultados a otras situaciones. En primer lugar, el presente estudio sólo trabajó con factores normalmente distribuidos, condición de la cual el método LMS es fuertemente dependiente, por lo cual es presumible que los resultados podrían ser incluso peores en situaciones en las cuales el supuesto de normalidad de los factores no se cumpla, como ha sido mostrado por otras investigaciones para el caso de trabajar con indicadores

continuos (e.g., Brandt et al., 2014), lo cual podría también ser problemático si se trabaja con indicadores categóricos asimétricos para medir los factores.

A su vez, es importante recordar que los estudios presentados sólo evaluaron el desempeño del método LMS ante ítems con cinco alternativas de respuesta, estilo de respuestas que si bien es la más habitual cuando se trabaja con escalas tipo Likert (Göb, McCollin & Ramalhoto, 2007), no permite generalizar nuestros resultados a otras condiciones, para lo cual se requieren mayores estudios. No obstante, algunos estudios de simulación no presentados en el presente documento permitieron determinar que, manteniendo constantes los niveles de asimetría en los ítems, el uso de ítems con tres, cuatro, siete y diez categorías de respuesta generaba resultados equivalentes a los presentados en este manuscrito, ante lo cual es posible pensar que no es el número de categorías de respuesta lo que produce consecuencias negativas para las estimaciones, sino el grado de asimetría y curtosis de los ítems, lo que debiese ser explorado en mayor detalle en futuras investigaciones.

Finalmente, el presente estudio sólo se limitó al análisis de situaciones en las cuales existían efectos lineales en la población y los efectos no lineales eran igual a cero. Futuras investigaciones debiesen ahondar en las consecuencias del tratamiento de indicadores categóricos como continuos en la potencia de las estimaciones realizadas a través del método LMS, no obstante, en base a los resultados de esta investigación, es presumible que los problemas de sesgo en la estimación de parámetros no lineales se mantengan en estudios de potencia como los sugeridos.

Sería importante extender la presente investigación en algunas de las direcciones señaladas por sus limitaciones y explorar otras posibilidades de tratar con el problema de emplear ítems en modelos SEM no lineales dada la poca productividad del uso de parcelas de ítems.



## **CAPÍTULO V**

### **UNA NOTA TUTORIAL SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO LMS EN FACTORES MEDIDOS CON ITEMS**



## Resumen

El método *latent moderated structural equation* (LMS) es una técnica atractiva para los investigadores aplicados que buscan analizar relaciones no lineales entre variables latentes usando una técnica confiable. El método LMS fue desarrollado para ajustar modelos en situaciones donde los factores son medidos a través de indicadores continuos. Desafortunadamente, esta situación es bastante infrecuente en ciencias sociales y del comportamiento, en las cuales los factores latentes generalmente son medidos utilizando indicadores ordinales. El presente manuscrito busca explicar cómo opera una nueva versión del método LMS adaptado a indicadores categóricos (LMS-Cat) y cómo puede ser implementada en Mplus. Adicionalmente, a través de un estudio Monte Carlo, se examinan tasas de error Tipo I y potencia cuando se utiliza LMS-Cat para estimar modelos con un único efecto de interacción y modelos con efectos de interacción y cuadráticos evaluados simultáneamente. Los resultados revelan que LMS-Cat obtiene óptimos resultados (i.e., parámetros insesgados, bajo error Tipo I y alta potencia) cuando los indicadores categóricos son simétricos o asimétricos. Los hallazgos se discuten y comparan con la literatura previa y se provee de un conjunto de recomendaciones prácticas para los investigadores aplicados interesados en analizar relaciones no lineales entre variables latentes.

## **Abstract**

The latent moderated structural equation method (LMS) is an appealing technique for applied researchers seeking to analyze nonlinear relationships between latent variables by using a reliable technique. The LMS method was developed to fit the model in situations where latent factors are measured with continuous indicators. Unfortunately, this is a fairly uncommon situation in the social and behavioral sciences where latent factors are often measured by using ordinal indicators. Current manuscript aims to explain how a new version of the LMS method adapted to categorical indicators (LMS-Cat) operates and can be implemented in Mplus. In addition, by means of a Monte Carlo study, we assessed Type I error rates and power rates when using LMS-Cat to estimate models with a single interaction effect and models with interaction and quadratic effects tested simultaneously. The results reveal that LMS-Cat yield optimal results (i.e., unbiased parameter estimates, low Type I error rates and large power) when categorical indicators are either symmetric or skewed. Research findings are discussed and compared to previous literature and a set of practical recommendations for applied researchers interested in analyzing nonlinear relationships between latent variables is provided.

## Introducción

El método LMS (Klein & Moosbrugger, 2000) ha despertado un interés creciente de parte de los investigadores aplicados que buscan estimar relaciones no lineales entre variables latentes. Las razones de ello se deben tanto a sus prometedores resultados comparado con procedimientos alternativos (e.g., Kelava et al, 2011; Jackman, Leite, & Cochrane, 2011; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015) como a su fácil implementación en Mplus (Muthén & Muthén, 2011, 2012).

LMS es un método de información completa que opera descomponiendo la distribución conjunta de los indicadores para estimar parámetros lineales y no lineales (i.e., interacción y/o cuadráticos) del modelo de estructura. Si bien LMS fue concebido originalmente para modelos de medida con indicadores continuos, actualmente Mplus permite implementar el método LMS para variables latentes que han sido medidas con variables categóricas o ítems (LMS-Cat) reconociendo explícitamente la naturaleza ordinal de los indicadores. Pese a que esta opción está disponible en el software al menos desde su versión 6.11 (Muthén & Muthén, 2011), en el manual del software no figura explícitamente mencionada como una opción ni se aborda cómo sería posible de implementar, ante lo cual, es presumible que la funcionalidad no sea conocida por los investigadores aplicados. Adicionalmente, hasta donde alcanza nuestro conocimiento, no existen estudios Monte Carlo que evalúen la calidad y precisión de las estimaciones del método LMS-Cat.

En función de esto, la presente investigación tendrá dos objetivos fundamentales. En primer lugar, explicar el funcionamiento y la forma de implementar el método LMS-Cat y, en segundo lugar, examinar la calidad de esta implementación a través de un estudio Monte Carlo que evaluará sesgos en la estimación de parámetros, tasas de error



Tipo I y potencia para modelos de estructura con efectos de interacción (MI) y modelos de estructura que incluyan simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos (MIQ).

### **Modelamiento no lineal de variables latentes**

Las investigaciones con modelos de ecuaciones estructurales (SEM) generalmente basan sus análisis en el ajuste de modelos de estructura lineales como el que se muestra en la Ecuación (1), donde  $\eta$  es una variable latente endógena,  $\xi_1$  y  $\xi_2$  son variables latentes exógenas,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  representan los efectos lineales de los factores exógenos y  $\zeta$  es un error aleatorio con esperanza igual a cero.

$$\eta = \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \zeta . \quad (1)$$

En determinadas ocasiones, cuando la teoría o las hipótesis de investigación lo anticipan, un modelo lineal no será una representación adecuada de la estructura de relaciones entre las variables latentes. Esto ocurrirá, por ejemplo, cuando el efecto de una de las variables exógenas dependa de los valores que asume una segunda variable exógena, en cuyo caso existiría un efecto de interacción entre las variables. Adicionalmente, en algunos escenarios, el efecto de una o más variables exógenas sobre una endógena podría no seguir una tendencia lineal sino curvilínea (cóncava o convexa), en cuyo caso el efecto la variable exógena sobre la endógena puede ser entendido como un efecto de interacción de la variable consigo misma. En estos escenarios, los investigadores podrían estar interesados en ajustar modelos de estructura en los cuales se estimen simultáneamente efectos lineales y de interacción entre las variables, como el que se muestra en la Ecuación (2), y/o modelos en los cuales se estimen simultáneamente efectos lineales, de interacción y cuadráticos como en la Ecuación (3).

$$\text{MI: } \eta = \alpha + \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \omega_{12} \xi_1 \xi_2 + \zeta, \quad (2)$$

$$\text{MIQ: } \eta = \alpha + \gamma_1 \xi_1 + \gamma_2 \xi_2 + \omega_{12} \xi_1 \xi_2 + \omega_{11} \xi_1^2 + \omega_{22} \xi_2^2 + \zeta. \quad (3)$$

En las Ecuaciones (2) y (3)  $\alpha$  representa el intercepto de la ecuación,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  representan las pendientes de los efectos lineales de los factores exógenos y los parámetros  $\omega_{ij}$  representan las pendientes de los efectos no lineales de los factores exógenos sobre el factor endógeno. Así  $\xi_1 \xi_2$  representa la interacción entre los factores exógenos y  $\xi_1^2$  y  $\xi_2^2$  representan a los efectos cuadráticos de dichos factores.

Para estimar modelos no lineales como los que se presentan en la Ecuación (2) y la Ecuación (3), desde la década de los 80 se han desarrollado diversos procedimientos. Los primeros desarrollos en esta línea fueron el denominado *constrained approach* (Kenny & Judd, 1984) del cual se derivan otros procedimientos similares como el *partially constrained approach* (Wall & Amemiya, 2001), el *unconstrained Approach* (Marsh, Wen & Hau, 2004) o el *extended unconstrained approach* (Kelava & Brandt, 2009). Todos ellos se basan en el análisis de la información contenida en las matrices de varianza-covarianza obtenidas a partir de los indicadores observados y una serie de productos de indicadores que actúan como modelo de medida para ‘factores fantasma’ que representan los efectos no lineales del modelo de estructura. Los productos de indicadores sólo serían aplicables cuando se trabaja con indicadores continuos para medir los factores latentes y trabajar con ellos produciría severas violaciones al supuesto de normalidad multivariante sobre el cual típicamente se establecen los análisis basados en matrices de varianza-covarianza, lo cual se traduciría en sesgos en los errores típicos y problemas de potencia (Kelava et al., 2011; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015).

Como una forma de dar solución a los problemas observados en los desarrollos previos, se han desarrollado una serie de procedimientos de información completa o procedimientos analíticos de distribuciones que a pesar de que implican mayor

complejidad matemática para la estimación de parámetros, resultarían relativamente simples de utilizar en investigación aplicada. Entre los procedimientos analíticos de distribuciones destaca el método LMS (Klein & Moosbrugger, 2000) que se encuentra implementado en Mplus y puede ser adaptado para analizar relaciones no lineales entre variables latentes que han sido medidas a través de indicadores observados de tipo categórico.

### **El método LMS para variables categóricas (LMS-Cat)**

LMS (Klein & Moosbrugger, 2000) es un método de información completa cuya finalidad es estimar modelos no lineales de variable latente como los que se presentan en las Ecuaciones (2) y (3). Este método fue diseñado originalmente para trabajar con variables observadas continuas en los modelos de medida de los factores exógenos y el factor endógeno. Sin embargo, en investigación en ciencias sociales y del comportamiento, generalmente las variables latentes son medidas a través de un conjunto de variables categóricas de tipo ordinal (e.g., variables tipo Likert), para las cuales, el método LMS tal como fue concebido originalmente requiere algunas adaptaciones.

Las funcionalidades de Mplus permiten implementar el método LMS utilizando modelos de medida compuestos por variables categóricas para los factores latentes, al complementar el método LMS con la formulación de *latent response variable* (LRV) cuyo origen como marco interpretativo se remonta a la génesis de los modelos de regresión para variables categóricas (cf. McKelvey & Zavoina, 1975) y ha sido incorporado al contexto de los modelos de medida en el marco de los modelos SEM (Muthén, 1983).

Conforme a la formulación de LRV, las variables observadas ordinales que actúan como indicadores de los factores exógenos o endógenos (i.e., variables  $x_i$  o  $y_i$ ) son definidas como una medida tosca de variables continuas subyacentes ( $X_i^*$  o  $Y_i^*$ ), que han sido registradas al momento de la medición como variables ordinales debido a las limitaciones metodológicas impuestas por la recolección de datos. Así, las variables continuas subyacentes habrían sido ‘colapsadas’ en su registro en  $c$ -categorías ordinales (e.g., 1, 2, ...,  $c$ ) de acuerdo a  $c - 1$  puntos de corte, umbrales o *thresholds* ( $\tau$ ). Las variables continuas subyacentes tendrán una relación lineal con el factor que les dio origen, como se muestra en la Ecuación (4), en tanto que las variables categóricas asumirán un valor igual a una determinada categoría  $c$  si  $\tau_c < X_i^* \leq \tau_{c+1}$ .

$$\begin{aligned} X_i^* &= \lambda_{ij}\xi_j + \delta_i, \\ Y_i^* &= \lambda_i\eta + \varepsilon_i. \end{aligned} \tag{4}$$

Como resultado de los umbrales y la naturaleza ordinal de las variables observadas, la relación lineal entre  $\xi_j$  y  $X_i^*$  no se mantendrá entre  $\xi_j$  y  $x_i$  (Muthén & Kaplan, 1985), por lo que ajustar modelos de estructura como los que se presentan en la Ecuación (2) y (3) con factores cuyos modelos de medida están compuestos por variables observadas ordinales, implica necesariamente considerar y modelar simultáneamente dos formas de no linealidad: la no linealidad del modelo de estructura y la no linealidad de los modelos de medida.

El método LMS para variables categóricas (LMS-Cat) modela el logaritmo de la probabilidad de marcar en una categoría igual o superior a la categoría  $c$  condicional al factor latente. Por simplicidad computacional, esto se realiza a través de una función *Logit* con  $c - 1$  parámetros intercepto ( $\beta_c$ ) y una única pendiente ( $\beta$ ) para cada variable categórica observada, como se muestra en la Ecuación (5) para los indicadores de los

factores exógenos, cuya generalización a los indicadores categóricos del factor endógeno resulta trivial.

$$\begin{aligned} \text{Logit}[x_{ij} \leq c | \xi_j] &= \text{Logit}[P(x_{ij} \leq c)] \\ &= \text{Log}[P(x_{ij} \leq c) / P(x_{ij} > c)] \\ &= \beta_c + \beta_{ij} \xi_j. \end{aligned} \quad (5)$$

Si bien el modelo en la Ecuación (5) es concebido como un modelo no lineal entre el factor latente y las probabilidades de respuesta en una determinada categoría, el foco central de la formulación LRV permite centrarse en la relación lineal entre las variables continuas subyacentes a las respuestas categóricas observadas y los factores latentes y, de este modo, todas las relaciones en los modelos de medida continúan siendo lineales (Muthén, 2004), facilitando la estimación de los parámetros del modelo.

Las pendientes de la Ecuación (5) pueden ser transformadas para representar los parámetros  $\lambda_{ij}$  de la Ecuación (4) y, manera similar, los parámetros intercepto pueden ser transformados para obtener los umbrales que dieron lugar a las categorías de respuesta, utilizando la transformaciones expresadas en las Ecuaciones (6) y (7). En ellas  $\delta_i$  se asume proveniente de una distribución logística<sup>7</sup> (dada la función de enlace utilizada para la estimación de los parámetros) con varianza igual a  $\pi^2/3$ .

$$\lambda_{ij} = \hat{\beta}_{ij} \times \frac{SD(\xi_j)}{\sqrt{\hat{\beta}_{ij}^2 \times V(\xi_j) + V(\delta_i)}}, \quad (6)$$

$$\tau_c \cong \frac{\hat{\beta}_c}{\sqrt{\hat{\beta}_c^2 \times V(\xi_j) + V(\delta_i)}}. \quad (7)$$

Así, estimar el modelo en la Ecuación (5) provee una aproximación a las variables continuas subyacentes a los indicadores categóricos observados y a sus respectivos parámetros, aunque en una métrica distinta (i.e., métrica logística). Esto hace posible que

---

<sup>7</sup> Por simplicidad, sólo se presentan las ecuaciones considerando los indicadores categóricos de los factores exógenos, no obstante, tanto las Ecuaciones (6) y (7) como las especificaciones entregadas respecto al error de medida pueden ser generalizadas para los indicadores del factor endógeno en caso que éste haya sido medido utilizando variables categóricas.

para estimar modelos de estructura, como los presentados de las Ecuaciones (2) y (3), LMS-Cat opere descomponiendo la distribución conjunta de las variables continuas subyacentes ( $X_i^*$  e  $Y_i^*$ ) a las variables categóricas observadas, en lugar de operar descomponiendo directamente la distribución de las variables observadas como ocurriría si se trabajase con indicadores observados continuos o tratados como tales.

Asumiendo que los factores exógenos ( $\xi_1$  y  $\xi_2$ ) tienen una distribución normal y que están relacionados linealmente con las variables  $X_i^*$ , como se muestra en la Ecuación (4), las variables  $X_i^*$  se asumirán también con distribución normal (independiente de la distribución de las variables  $x_i$ ). No obstante, si alguno de los parámetros  $\omega_{jj}$  es distinto de cero, la distribución de  $\eta$  y por lo tanto de las variables  $Y_i^*$  no será normal (independiente de la distribución de las variables categóricas observadas  $y_i$ ). Dada la distribución no normal de las variables  $Y_i^*$  cuando existen efectos no lineales en el modelo de estructura, el supuesto de normalidad multivariante asumido por algunos procedimientos SEM (e.g., procedimientos por información limitada basados en matrices de varianza-covarianza o matrices de correlación tetra o policórica) resulta imposible de satisfacer, no obstante, es posible reemplazar el supuesto de normalidad multivariante por el supuesto de distribución normal condicionada (Muthén, 2004) al utilizar un método de mixturas, como una manera de aproximar y modelar la no normalidad inherente a las variables dependientes en los modelos con efectos no lineales.

De manera análoga a su equivalente para indicadores continuos, LMS-Cat estimará los parámetros de los modelos de estructura y medida en un proceso progresivo e iterativo de descomposición de distribuciones. En primer lugar, el modelo de estructura que contiene los efectos lineales y no lineales entre los factores, es reescrito en términos matriciales como en la Ecuación (8), donde  $\alpha$  representa un intercepto latente,  $\xi$  es un

vector de orden  $(j \times 1)$  de variables latentes normalmente distribuidas,  $\Gamma$  es una matriz que contiene los coeficientes  $\gamma$  que representan los efectos lineales de los factores exógenos sobre el factor endógeno,  $\Omega$  es una matriz triangular superior de orden  $(j \times j)$  que contiene los coeficientes  $\omega$  que representan los efectos no lineales del modelo de estructura y  $\zeta$  representa un error con distribución normal y esperanza igual a cero.

$$\eta = \alpha + \Gamma\xi + \xi'\Omega\xi + \zeta \quad (8)$$

Con la ecuación del modelo de estructura expresada en estos términos, utilizando la descomposición de Cholesky expresada en (9) los  $j$  factores exógenos correlacionados son reemplazados por una matriz triangular inferior  $\mathbf{A}$   $(j \times j)$  y un vector  $\mathbf{Z}$   $(j \times j)$  con variables  $Z$  provenientes de una distribución  $\sim\text{Normal}(\mu, \sigma)$ . De este modo  $\xi = \mathbf{AZ}$ , lo cual implica que estimar  $\mathbf{A}$  es equivalente a estimar  $\Phi$  para la estimación de parámetros por máxima-verosimilitud (Klein & Moosbugger, 2000).

$$\Phi = \xi\xi' = \mathbf{AA}' = (\mathbf{AZ})(\mathbf{Z}'\mathbf{A}'). \quad (9)$$

Como resultado, las ecuaciones del modelo de estructura y de los modelos de medida de las variables subyacentes a los indicadores categóricos observados pueden ser escritas en términos de  $\mathbf{AZ}$ , como se muestra en las Ecuaciones (10) y (11), donde  $\mathbf{X}^*$  e  $\mathbf{Y}^*$  son vectores de variables continuas subyacentes a los indicadores observados de naturaleza categórica,  $\mu_X$  y  $\mu_Y$  son vectores de interceptos latentes,  $\Lambda_X$  y  $\Lambda_Y$  son matrices de cargas factoriales y  $\delta$  y  $\varepsilon$  son vectores de errores de medida de las variables  $\mathbf{X}^*$  e  $\mathbf{Y}^*$  respectivamente.

$$\eta = \alpha + \Gamma\mathbf{AZ} + \mathbf{Z}'\mathbf{A}'\Omega\mathbf{AZ} + \zeta, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^* &= \mu_X + \Lambda_X\xi + \delta = \mu_X + \Lambda_X\mathbf{AZ} + \delta, \\ \mathbf{Y}^* &= \mu_Y + \Lambda_Y\eta + \varepsilon = \mu_Y + \Lambda_Y(\alpha + \Gamma\mathbf{AZ} + \mathbf{Z}'\mathbf{A}'\Omega\mathbf{AZ} + \zeta) + \varepsilon. \end{aligned} \quad (11)$$

Luego, el vector  $\mathbf{Z}$  es dividido en subvectores ( $Z_1$  y  $Z_2$  en este caso) que son estimados y utilizados para formar vectores aumentados (e.g.,  $(Z_1, \mathbf{X}^*, \mathbf{Y}^*)$ ). Debido a

que la distribución de  $(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}^*)$  condicional en  $Z_j$  será normal multivariante, derivar la densidad del vector aumentado  $(Z_1, \mathbf{X}^*, \mathbf{Y}^*)$  permite separar las partes lineales y no lineales de las ecuaciones del modelo de estructura y los modelos medida. La distribución multivariante conjunta de  $(\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}^*)$  es representada como una mixtura de distribuciones normales ponderadas que difieren en medias y varianzas, las cuales son empleadas en la estimación de parámetros. La mixtura de distribuciones y ponderadores es aproximada mediante el procedimiento de puntos de cuadratura de Hermite-Gauss, en tanto que los parámetros del modelo de estructura y los modelos de medida son estimados utilizando estimación por máximo-verosimilitud robusta (MLR) mediante el algoritmo *expectation-maximization* (EM).

## **Identificación del modelo y estandarización**

Previo a la implementación de LMS-Cat es importante considerar dos elementos importantes sobre su identificación. En primer lugar, para que el modelo sea identificable, una de las cargas factoriales de cada factor debe ser fijada a con la finalidad de asignar la métrica de cada factor. Dado que los parámetros expresados en la Ecuación (11) no son directamente estimados en LMS-Cat sino aproximados utilizando la expresión en la Ecuación (5), al fijar la varianza del factor a una de las cargas factoriales, la métrica del factor estará expresada como logaritmo (por lo tanto podrá ser distinta de 1) y, como es natural, los parámetros del modelo de estructura serán dependientes de esa métrica, lo cual dificulta su interpretación. Sin embargo, esto no debiese ser un tema de



preocupación, ya que es posible transformar los parámetros estimados del modelo de estructura utilizando las siguientes expresiones<sup>8</sup> (Wen, Marsh, & Hau, 2010):

$$Std(\gamma_j) = \hat{\gamma}_j \times \frac{SD(\xi_j)}{SD(\eta)}, \quad (12)$$

$$Std(\omega_{12}) = \hat{\omega}_{12} \times \frac{SD(\xi_1) \times SD(\xi_2)}{SD(\eta)}, \quad (13)$$

$$Std(\omega_{11}) = \hat{\omega}_{11} \times \frac{V(\xi_1)}{SD(\eta)}, \quad Std(\omega_{22}) = \hat{\omega}_{22} \times \frac{V(\xi_2)}{SD(\eta)}. \quad (14)$$

Donde,

$$\begin{aligned} V(\eta) &= \hat{\gamma}_1^2 V(\xi_1) + \hat{\gamma}_2^2 V(\xi_2) + \hat{\omega}_{12}^2 V(\xi_1 \xi_2) + \hat{\omega}_{11}^2 V(\xi_1^2) + \hat{\omega}_{22}^2 V(\xi_2^2) \\ &\quad + 2\gamma_1 \gamma_2 Cov(\xi_1, \xi_2) + 2\hat{\omega}_{12} \hat{\omega}_{11} Cov(\xi_1 \xi_2, \xi_1^2) + 2\hat{\omega}_{12} \hat{\omega}_{22} Cov(\xi_1 \xi_2, \xi_2^2) \\ &\quad + 2\hat{\omega}_{11} \hat{\omega}_{22} Cov(\xi_1^2, \xi_2^2) + V(\zeta) \\ &= \hat{\gamma}_1^2 V(\xi_1) + \hat{\gamma}_2^2 V(\xi_2) + \hat{\omega}_{12}^2 (V(\xi_1) V(\xi_2) + Cov(\xi_1, \xi_2)) \\ &\quad + \hat{\omega}_{11}^2 (2V(\xi_1)^2) + \hat{\omega}_{22}^2 (2V(\xi_2)^2) + 2\gamma_1 \gamma_2 Cov(\xi_1, \xi_2) \\ &\quad + 2\hat{\omega}_{12} \hat{\omega}_{11} (2V(\xi_1) Cov(\xi_1, \xi_2)) + 2\hat{\omega}_{12} \hat{\omega}_{22} (2V(\xi_2) Cov(\xi_1, \xi_2)) \\ &\quad + 2\hat{\omega}_{11} \hat{\omega}_{22} (2Cov(\xi_1, \xi_2)^2) + V(\zeta). \end{aligned} \quad (15)$$

En segundo lugar, es importante considerar que no es posible identificar el modelo si se intenta estimar conjuntamente los interceptos de los modelos de medida y el intercepto del modelo de estructura (i.e., parámetro  $\alpha$ ). No obstante, dado que estimar el modelo solo con el intercepto en el modelo de estructura produce resultados equivalentes a estimarlo estimando los interceptos en los modelos de medida, Mplus estima solo los interceptos de los modelos de medida; siendo posible obtener a posteriori el parámetro  $\alpha$  del modelo de estructura con la siguiente fórmula  $\alpha = -(\hat{\omega}_{12} Cov(\xi_1, \xi_2) + \hat{\omega}_{11} V(\xi_1) + \hat{\omega}_{22} V(\xi_2))$ , utilizando en ella los parámetros estandarizados del modelo obtenidos a partir de las Ecuaciones (13) y (14).

<sup>8</sup> Al momento de la finalización de este estudio, Mplus solo proveía de parámetros no estandarizados para los modelos de estructura y medida estimados con el método LMS. La última versión del software (v. 7.4) tendría incorporada la posibilidad de obtener los valores de los parámetros estandarizados para las estimaciones LMS. Desafortunadamente, por imposibilidad de acceso a esta nueva versión del software, a la fecha no se ha podido verificar si se provee de soluciones estandarizadas para todo el modelo al utilizar LMS-Cat.

## Implementación de LMS-Cat en Mplus

La implementación de los modelos con efectos no lineales, ya sean de tipo MI o MIQ, con el método LMS y LMS-Cat en Mplus se realiza con el comando XWITH que define el efecto multiplicativo de dos factores latentes continuos.

De este modo, en primer lugar se deben definir los modelos de medida de los factores exógenos y el factor endógeno, mediante la asignación de indicadores a cada factor con el comando BY (e.g., F1 BY x1-x4).

Luego, a través del comando XWITH, se definen los efectos multiplicativos de los factores latentes exógenos para representar los efectos no lineales en el modelo. De este modo, por ejemplo, INT | F1 XWITH F2 definirá el efecto de la interacción entre F1 y F2. De manera similar, QF1 | F1 XWITH F1 definirá el efecto multiplicativo de F1 consigo mismo, es decir, el efecto cuadrático de F1. Finalmente, se debe definir la ecuación que permite la predicción del factor latente endógeno (i.e., modelo de estructura) mediante el comando ON, incluyendo los efectos lineales y no lineales del modelo. Un ejemplo de la sintaxis de Mplus para estimar modelos con efectos de interacción (i.e., modelos MI) y modelos con efectos de interacción y cuadráticos (i.e., modelos MIQ) se presenta en la Tabla 1.

La única diferencia en la sintaxis del software para implementar el método LMS (con indicadores continuos), respecto de implementar el método LMS-Cat (con indicadores categóricos) radica en la definición de las variables observadas como categóricas, a través del comando CATEGORICAL como se muestra en la Tabla 1. El comando CATEGORICAL permite que las variables observadas sean tratadas como variables ordinales y estimará los parámetros de los modelos de medida como se ha descrito en las páginas precedentes utilizando una función logística de enlace y

estimación MLR. En caso que los modelos de medida cuenten con indicadores continuos, es posible omitir de la sintaxis el comando CATEGORICAL, en cuyo caso  $Y_i^* = y_i$  y/o  $X_i^* = x_i$ ; por lo cual los parámetros de la Ecuación (11) serán estimados de manera directa utilizando estimación MLR.

Tabla 1. *Ejemplos de sintaxis para la implementación LMS-Cat en Mplus*

| Ejemplo estimación de modelo MI con LMS-Cat  | Ejemplo estimación de modelo MIQ con LMS-Cat   |
|--|--|
| DATA: FILE IS datos.dat;<br>FORMAT IS FREE;  | DATA: FILE IS datos.dat;<br>FORMAT IS FREE;  |
| VARIABLE:<br>NAMES ARE y1– y4 x1 – x8;<br>CATEGORICAL = y1– y4 x1– x8;                             | VARIABLE:<br>NAMES ARE y1– y4 x1 – x8;<br>CATEGORICAL = y1– y4 x1– x8;   |
| ANALYSIS:<br>TYPE = RANDOM;<br>ALGORITHM = INTEGRATION;  | ANALYSIS:<br>TYPE = RANDOM;<br>ALGORITHM = INTEGRATION;  |
| MODEL:<br>F1 BY x1-x4;<br>F2 BY x5-x8;<br>ETA BY y1-y4;<br>INT   F1 XWITH F2;<br>ETA ON F1 F2 INT; | MODEL:<br>F1 BY x1-x4;<br>F2 BY x5-x8;<br>ETA BY y1-y4;<br>INT   F1 XWITH F2;<br>QF1   F1 XWITH F1;<br>QF2   F2 XWITH F2;<br>ETA ON F1 F2 INT QF1 QF2; |

## Estudio de Simulación

Si bien existen algunos estudios que han evaluado las ventajas potenciales de algunos procedimientos de estimación con información completa en modelos de medida (e.g., Forero & Maydeu-Olivares, 2009), no se han encontrado estudios que evalúen concretamente la calidad de las estimaciones de LMS-Cat ante modelos MI y/o modelos MIQ. El presente estudio de simulación evaluará la calidad de las estimaciones realizadas con el método LMS-Cat en modelos MI y MIQ, examinando niveles de sesgo en la estimación de parámetros, tasas de error Tipo I y potencia.

Los datos fueron generados a partir de tres modelos poblacionales, que se sintetizan en la Tabla 2. El modelo poblacional M1 fue generado con la finalidad de evaluar tasas de error Tipo I en modelos MI y MIQ; en tanto que los modelos poblacionales M2 y M3 fueron generados con la finalidad de evaluar potencia y sesgo en la estimación de parámetros en modelos de análisis MI y MIQ respectivamente. En todos los modelos poblacionales, los efectos lineales fueron ajustados de modo tal que cada parámetro  $\gamma$  explicase el 9% de la varianza de  $\eta$ . En los modelos poblacionales M2 y M3, cada uno de los parámetros  $\omega_{jj}$  distintos de cero explicaron un 5% de la varianza de  $\eta$ . Los factores exógenos ( $\xi_1$  y  $\xi_2$ ) fueron generados a partir de distribuciones normal estándar y la covarianza entre ellos fue fijada en .3; el error de predicción (i.e.,  $\zeta$ ) de  $\eta$  fue generado a partir de una distribución normal con esperanza igual a cero y su varianza fue ajustada de modo tal que la varianza de  $\eta$  fuese igual a 1, en tanto que el parámetro  $\alpha$  fue ajustado de modo tal que la  $E(\eta) = 0$ .

Tabla 2. *Síntesis de modelos de estructura del estudio de simulación*

| Modelos poblacionales  | Modelo de Análisis |
|--|--------------------|
| M1: $\eta = .3 \times \xi_1 + .3 \times \xi_2 + \zeta$   | MI / MIQ           |
| M2: $\eta = -0.064 + .3 \times \xi_1 + .3 \times \xi_2 + .214 \times \xi_1 \xi_2 + \zeta$  | MI                 |
| M3: $\eta = -0.222 + .3 \times \xi_1 + .3 \times \xi_2 + .214 \times \xi_1 \xi_2 + .158 \times \xi_1^2 + 0 \times \xi_2^2 + \zeta$ | MIQ                |

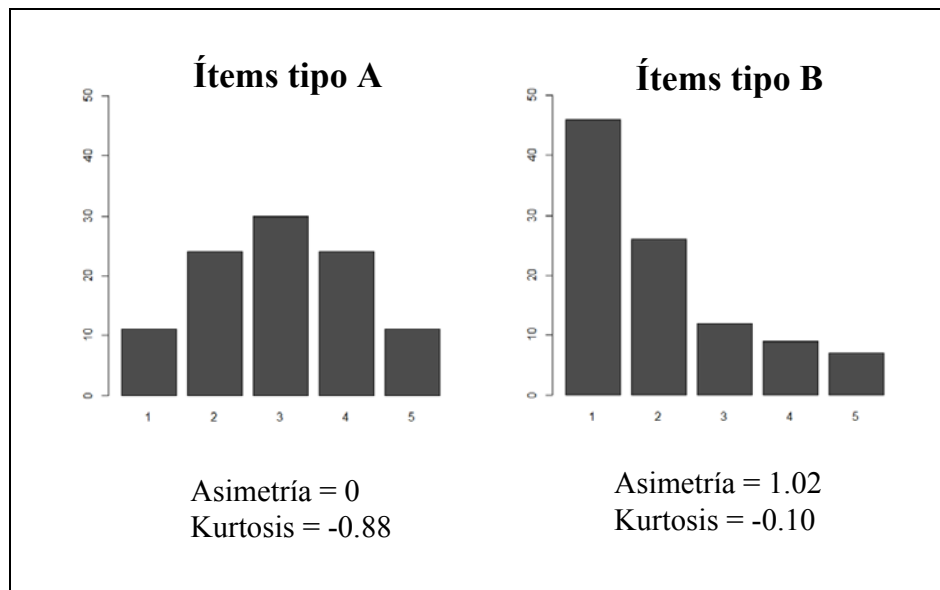
*Nota.* MI: modelo con efectos lineales y de interacción. MIQ: modelo con efectos lineales, de interacción y cuadráticos.

Los modelos de medida de los factores exógenos y del factor endógeno fueron generados con cuatro indicadores categóricos observados, los cuales fueron generados en dos pasos. Primero, se generaron los modelos de medida para los indicadores continuos  $X^*$  e  $Y^*$  conforme a la Ecuación (4). Por simplicidad, los modelos de medida de cada factor fueron generados a partir de estructuras simples (i.e., sin cargas factoriales cruzadas). Las cargas factoriales (i.e., parámetros  $\lambda$ ) de cada indicador con su respectivo factor fueron fijadas en .7 (equivalente a una comunalidad de .49) de modo que la fiabilidad compuesta de cada factor fuese aproximadamente igual a .8, valor que conforme a otras investigaciones (ver Capítulo 3) se considera aceptable para estimar modelos no lineales de variable latente.

Luego las variables  $X_i^*$  e  $Y_i^*$  fueron transformadas en variables categóricas ( $x_i$  e  $y_i$ ) de cinco puntos para representar ítems tipo Likert generalmente empleados en investigación en ciencias sociales y del comportamiento (Göb, McCollin & Ramalhoto, 2007). La transformación de las variables  $X_i^*$  e  $Y_i^*$  en variables categóricas ordinales fue generada a través de la selección de umbrales que permitieron ajustar la proporción de respuestas en cada categoría para generar ítems con una distribución dada.

La distribución de los ítems (DI) fue manipulada en dos tipos, con la finalidad de crear un grupo de condiciones en las cuales todos los ítems tuviesen una distribución simétrica (ítems tipo A) y un segundo grupo de condiciones en las cuales todos los ítems

tuvieran un nivel de asimetría positiva igual a 1 (ítems tipo B), como se muestra en la Figura 1. Los ítems tipo B fueron generados con la finalidad de someter al procedimiento a condiciones de estrés equivalente al de investigaciones previas en las que se ha aplicado el método LMS en lugar de LMS-Cat en modelos de medida con indicadores categóricos y se han obtenido altas tasas de error Tipo I y sesgo en la estimación de parámetros del modelo de estructura (ver capítulo 4).



*Figura 1.* Tipos de distribución de los ítems

En síntesis, se generaron 4 condiciones para evaluar tasas de error Tipo I (2 DI × 2 modelos de análisis) y 4 condiciones para evaluar sesgo en la estimación de parámetros y potencia (2 modelos poblacionales × 2 DI). Para cada condición se simularon 500 réplicas de 1000 sujetos. Los datos fueron generados en el software R 3.1.2 (R Development Core Team, 2014) y los análisis con LMS-Cat fueron implementados en MPlus 7.0 (Muthén & Muthén, 2012) conforme a las sintaxis presentadas en la Tabla 1. Una vez realizadas las estimaciones, con la finalidad de evaluar la calidad de la recuperación de parámetros, las pendientes de los modelos de medida (i.e., parámetro

$\hat{\beta}_{ij}$ ) fueron estandarizadas utilizando la Ecuación (6) para obtener los parámetros  $\hat{\lambda}_{ij}$ . A su vez, los parámetros estimados  $\omega_{jj}$  de los modelos de estructura fueron estandarizados utilizando las Ecuaciones (12), (13) y (14).

Se consideró aceptable lograr una proporción de réplicas convergentes y admisibles igual o superior a un .80. Se consideró óptimo obtener sesgos relativos iguales o inferiores a |0.05|. Asumiendo un nivel de confianza de 95% y siguiendo el criterio liberal de Bradley (cf., Serlin, 2000) se consideraron aceptables tasas de error Tipo I entre .025 y .075. En tanto que para los análisis de potencia, se consideró óptimo una potencia igual o superior a .95 y aceptable hasta .8 (Muthén & Muthén, 2002).

## **Resultados**

En todas las condiciones analizadas se observaron óptimas tasas de convergencia y admisibilidad. En efecto, la tasa de réplicas convergentes y admisibles fue superior .96 en todas las condiciones, salvo cuando se analizaron datos provenientes de un modelo poblacional lineal con el modelo de análisis MI, situación en la cual se la tasa de soluciones convergentes y admisibles alcanzó un valor igual a .928.

En términos generales, el método LMS-Cat obtuvo óptimos resultados en todas las condiciones analizadas. Los resultados para los distintos modelos de análisis se muestran en la Tabla 3. Al utilizar el modelo de análisis MI tanto los parámetros de los modelos de medida como los parámetros del modelo de estructura fueron estimados con niveles bajos de sesgo y solo se observaron algunos sesgos levemente mayores en la estimación de los errores típicos de la covarianza entre los factores exógenos (ver Tabla 3). Las tasas de error Tipo I se mantuvieron cercanas al nivel nominal de .05 y la potencia para detectar los efectos de todos los parámetros fue óptima (superior a .98).

Tabla 3. Resultados análisis con LMS-Cat

|  | $\theta$              | ITEMS SIMÉTRICOS |                    |                    |          |              | ITEMS ASIMÉTRICOS |                    |                    |          |              |             |
|--|-----------------------|------------------|--------------------|--------------------|----------|--------------|-------------------|--------------------|--------------------|----------|--------------|-------------|
|  |                       | $\bar{\theta}$   | $Sd(\hat{\theta})$ | $Rb(\hat{\theta})$ | $Rb(SE)$ | P.Sig        | $\bar{\theta}$    | $Sd(\hat{\theta})$ | $Rb(\hat{\theta})$ | $Rb(SE)$ | P.Sig        |             |
| Resultados de análisis utilizando modelo MI  |                       |                  |                    |                    |          |              |                   |                    |                    |          |              |             |
| M1   | $\lambda_y$           | .700             | .686               | 0.03               | -0.02    | -0.03        | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | -0.01        | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_1}}$ | .700             | .686               | 0.02               | -0.02    | 0.01         | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | -0.01        | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_2}}$ | .700             | .686               | 0.03               | -0.02    | -0.02        | 1                 | .683               | 0.03               | -0.02    | 0.01         | 1           |
|  | $\rho(\xi_1, \xi_2)$  | .300             | .302               | 0.04               | 0.01     | <b>0.06</b>  | 1                 | .300               | 0.04               | 0.00     | <b>0.06</b>  | 1           |
|  | $\gamma_1$            | .300             | .298               | 0.04               | -0.01    | -0.03        | 1                 | .296               | 0.04               | -0.01    | -0.01        | 1           |
|  | $\gamma_2$            | .300             | .298               | 0.04               | -0.01    | 0.05         | 1                 | .303               | 0.04               | 0.01     | 0.02         | 1           |
|  | $\omega_{12}$         | 0                | .003               | 0.04               | n/d      | -0.02        | .052              | .001               | 0.05               | n/d      | 0.04         | .033        |
| M2   | $\lambda_y$           | .700             | .686               | 0.03               | -0.02    | 0.02         | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | 0.03         | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_1}}$ | .700             | .687               | 0.02               | -0.02    | 0.01         | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | -0.01        | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_2}}$ | .700             | .686               | 0.02               | -0.02    | 0.03         | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | 0.01         | 1           |
|  | $\rho(\xi_1, \xi_2)$  | .300             | .300               | 0.03               | 0.00     | <b>0.10</b>  | 1                 | .299               | 0.04               | 0.00     | <b>0.07</b>  | 1           |
|  | $\gamma_1$            | .300             | .301               | 0.04               | 0.00     | 0.03         | 1                 | .299               | 0.04               | 0.00     | 0.04         | 1           |
|  | $\gamma_2$            | .300             | .299               | 0.04               | 0.00     | -0.02        | 1                 | .299               | 0.04               | 0.00     | 0.03         | 1           |
|  | $\omega_{12}$         | .214             | .213               | 0.04               | -0.01    | -0.01        | 1                 | .215               | 0.05               | 0.01     | -0.03        | .986        |
| Resultados de análisis utilizando modelo MIQ |                       |                  |                    |                    |          |              |                   |                    |                    |          |              |             |
| M1   | $\lambda_y$           | .700             | .686               | 0.02               | -0.02    | -0.03        | 1                 | .683               | 0.03               | -0.02    | 0.01         | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_1}}$ | .700             | .687               | 0.02               | -0.02    | -0.02        | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | -0.01        | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_2}}$ | .700             | .687               | 0.03               | -0.02    | -0.02        | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | 0.02         | 1           |
|  | $\rho(\xi_1, \xi_2)$  | .300             | .299               | 0.04               | 0.00     | 0.00         | 1                 | .300               | 0.04               | 0.00     | -0.03        | 1           |
|  | $\gamma_1$            | .300             | .299               | 0.04               | 0.00     | <b>-0.07</b> | 1                 | .302               | 0.04               | 0.01     | -0.02        | 1           |
|  | $\gamma_2$            | .300             | .301               | 0.04               | 0.00     | 0.01         | 1                 | .299               | 0.04               | 0.00     | 0.02         | 1           |
|  | $\omega_{12}$         | 0                | .000               | 0.06               | n/d      | -0.02        | .043              | .002               | 0.07               | n/d      | <b>-0.06</b> | .062        |
|  | $\omega_{11}$         | 0                | -.001              | 0.04               | n/d      | -0.02        | .047              | -.005              | 0.05               | n/d      | -0.04        | .052        |
|  | $\omega_{22}$         | 0                | .001               | 0.04               | n/d      | -0.02        | .039              | -.001              | 0.05               | n/d      | -0.01        | .040        |
| M3   | $\lambda_y$           | .700             | .686               | 0.03               | -0.02    | 0.03         | 1                 | .683               | 0.03               | -0.02    | -0.01        | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_1}}$ | .700             | .686               | 0.02               | -0.02    | -0.01        | 1                 | .681               | 0.03               | -0.03    | -0.01        | 1           |
|  | $\lambda_{x_{\xi_2}}$ | .700             | .687               | 0.02               | -0.02    | 0.02         | 1                 | .682               | 0.03               | -0.03    | 0.01         | 1           |
|  | $\rho(\xi_1, \xi_2)$  | .300             | .299               | 0.04               | 0.00     | <b>0.08</b>  | 1                 | .300               | 0.04               | 0.00     | <b>0.06</b>  | 1           |
|  | $\gamma_1$            | .300             | .301               | 0.04               | 0.00     | 0.04         | 1                 | .301               | 0.04               | 0.00     | 0.05         | 1           |
|  | $\gamma_2$            | .300             | .299               | 0.04               | 0.00     | -0.02        | 1                 | .298               | 0.04               | -0.01    | 0.04         | 1           |
|  | $\omega_{12}$         | .214             | .219               | 0.05               | 0.03     | 0.04         | .978              | .216               | 0.06               | 0.01     | -0.02        | <b>.934</b> |
|  | $\omega_{11}$         | .158             | .155               | 0.04               | -0.02    | 0.01         | .978              | .157               | 0.04               | -0.01    | 0.01         | <b>.938</b> |
|  | $\omega_{22}$         | 0                | -.003              | 0.03               | n/d      | 0.03         | .049              | -.003              | 0.04               | n/d      | 0.00         | .030        |

Nota. MI: modelo de análisis con efectos lineales y de interacción. MIQ: modelo de análisis con efectos lineales, de interacción y cuadráticos. M1: modelo poblacional lineal. M2: modelo poblacional con efectos lineales y de interacción. M3: modelo poblacional con efectos lineales, de interacción y cuadráticos.  $\theta$ : valor del parámetro poblacional.  $\bar{\theta}$ : valor promedio del parámetro estimado.  $Sd(\hat{\theta})$ : desviación estándar de los parámetros estimados.  $Rb(\hat{\theta})$ : sesgo relativo del parámetro estimado.  $Rb(SE)$ : sesgo relativo de los errores típicos. P.Sig: proporción de réplicas con parámetro significativo a un 95% de confianza.  $\lambda_y$ : carga factorial promedio de los indicadores del factor endógeno.  $\lambda_{x_{\xi_1}}$ : carga factorial promedio de los indicadores del factor exógeno  $\xi_1$ .  $\lambda_{x_{\xi_2}}$ : carga factorial promedio de los indicadores del factor exógeno  $\xi_2$ .  $\rho(\xi_1, \xi_2)$ : covarianza entre los factores exógenos.  $\gamma_1$ : efecto lineal del factor exógeno  $\xi_1$ .  $\gamma_2$ : efecto lineal del factor exógeno  $\xi_2$ .  $\omega_{12}$ : efecto de interacción entre  $\xi_1$  y  $\xi_2$ .  $\omega_{11}$ : efecto cuadrático de  $\xi_1$ .  $\omega_{22}$ : efecto cuadrático de  $\xi_2$ . n/d: no definido. Negrilla: valor no óptimo, aunque aceptable.



De manera similar, al analizar los datos con un modelo MIQ, el método LMS-Cat mostró niveles bajos de sesgo en la estimación de parámetros, tasas de error Tipo I y altos niveles potencia. No obstante, a diferencia de lo ocurrido con el modelo MI, al analizar los datos con el modelo MIQ los errores típicos de algunos parámetros fueron estimados con sesgos levemente superiores a lo esperado. A su vez, si bien las tasas de error Tipo I en los efectos no lineales del modelo de estructura fueron óptimas, se observa un leve aumento en ellas cuando los modelos de medida estuvieron compuestos de ítems asimétricos. Una tendencia similar se observa con la potencia, que tiende a ser levemente inferior al óptimo cuando los ítems de los modelos de medida son asimétricos.

## Conclusiones y Recomendaciones Prácticas

El presente manuscrito ha mostrado el funcionamiento y la forma de implementar el método LMS-Cat y ha evaluado su desempeño al estimar modelos no lineales de variable latente en los cuales se analiza un único efecto de interacción y modelos en los cuales se analizan simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos ante indicadores ordinales categóricos simétricos y asimétricos.

Los resultados mostrados en el estudio de simulación demuestran que trabajar con el método LMS-Cat permite controlar adecuadamente las tasas de error Tipo I y obtener niveles adecuados u óptimos de potencia para los distintos parámetros del modelo. Estos resultados son consistentes con investigaciones recientes que han demostrado que considerar explícitamente la naturaleza categórica de las variables observadas que constituyen los modelos de medida redundan en amplios beneficios para la inferencia estadística (e.g., Asún, Rdz-Navarro & Alvarado, 2016; DiStefano, 2002; Forero & Maydeu-Olivares, 2009) y, al mismo tiempo, amplían la evidencia existente demostrando que una adecuada especificación de los modelos de medida no sólo redundan en una mejor inferencia respecto de las propiedades psicométricas de un determinado instrumento sino también tiene consecuencias positivas para la estimación de parámetros lineales y no lineales del modelo de estructura. Así, esta investigación ha demostrado que LMS-Cat es un método altamente efectivo para trabajar con indicadores categóricos ordinales y que, gracias a su aproximación a través de la formulación LRV, permite obtener tasas de error Tipo I dentro del nivel nominal y bajos sesgos en la estimación de parámetros incluso cuando se dispone de ítems asimétricos.

Los alentadores resultados mostrados en la presente investigación demuestran las ventajas de LMS-Cat para estimar relaciones no lineales entre variables latentes y

confirman las potencialidades del método que habían sido anticipadas en investigaciones previas (e.g., Jackman, et al., 2011; Kelava et al., 2011; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015). Pese a esto, los resultados de la presente investigación deben ser considerados como una primera evaluación de la calidad de las estimaciones de LMS-Cat y su extrapolación a situaciones distintas de las evaluadas en el presente estudio debe ser hecha con cautela. Al respecto, es necesario explicitar algunas limitaciones, advertencias y recomendaciones prácticas a considerar previo al uso del método LMS en general y el método LMS-Cat en particular.

En primer lugar, los resultados de la presente investigación están restringidos a análisis de modelos no lineales en los cuales los factores exógenos tienen una distribución normal y, no debiesen ser extrapolados a situaciones en las cuales este supuesto no se cumpla. Tanto en su versión para indicadores continuos como en su versión para indicadores categóricos, LMS asumirá que los factores exógenos provienen de una distribución normal, mientras que los factores endógenos podrían provenir de una distribución normal (cuando solo existen efectos lineales) o no normal (cuando al menos uno de los parámetros que representa los efectos no lineales del modelo es distinto de cero). Si bien es común que en ciencias sociales y del comportamiento se asuma como supuesto que los factores latentes provienen de una distribución normal, este supuesto no resulta siempre adecuado (Micceri, 1989). Este será el caso cuando, por ejemplo, se busque medir suicidalidad, psicotismo, extraversión, desafección política, participación comunitaria, apoyo familiar percibido, satisfacción con la relación de pareja, autoestima, etc., situaciones en las cuales es posible pensar que la distribución de los sujetos en el factor latente de interés tendrá una alta concentración de casos en uno de los extremos de la distribución y, al menos una de las colas de ésta será muy pronunciada. De no cumplirse el supuesto de normalidad de los factores exógenos, se ha demostrado que

LMS obtendrá resultados severamente sesgados y/o altas tasas de error Tipo I (cf. Brandt, Kelava, & Klein, 2014; Cham, West, Ma, & Aiken, 2012). Si bien no se han realizado estudios con LMS-Cat que evalúen la calidad de la recuperación de parámetros ante factores exógenos no normalmente distribuidos, debido a que el supuesto distribucional de los factores exógenos para LMS y LMS-Cat es un supuesto fuerte, es altamente probable que los resultados en esas situaciones no sean óptimos.

En función de esto, se recomienda a los investigadores evaluar la pertinencia del supuesto de normalidad de los factores exógenos previo a realizar los análisis con LMS y particularmente con LMS-Cat. Recientemente, se han desarrollado procedimientos que, aunque no se encuentran implementados en software habitualmente usados en investigación aplicada, permiten detectar la existencia de factores latentes no normales (cf. Wall, Guo & Amemiya, 2012; Woods, 2006, 2007) y contrastar el ajuste de un determinado modelo de medida asumiendo una distribución normal respecto de asumir una distribución no normal de las variables latentes. No obstante, debido a que el grado de ajuste de un modelo a los datos depende de diversas variables (e.g., adecuada especificación del tipo de relación entre los factores y los indicadores, la adecuada especificación del número de parámetros a estimar, la pertinencia de los supuestos de distribución de los factores, etc.) y a que por definición la distribución de los factores latentes nunca es observada, es imposible verificar de manera directa si la distribución asumida en un determinado análisis ajusta a la verdadera distribución de las variables latentes (Lee & Song, 2012) descartando adecuadamente hipótesis alternativas.

En función de esto, el supuesto de normalidad de los factores exógenos necesario para la estimación de modelos no lineales de variable latente con el método LMS y LMS-Cat debe ser considerado un *supuesto* en el sentido más estricto de la palabra y no como una condición de aplicación posible de contrastar empíricamente. Esta limitación técnica

impone demandas adicionales a los investigadores aplicados interesados en trabajar con el método LMS y LMS-Cat, quienes, previo al ajuste de su modelo, no sólo deben evaluar teóricamente la pertinencia de analizar relaciones no lineales en sus datos, sino también deben evaluar teóricamente la pertinencia de asumir que los factores exógenos tienen una distribución normal para poder analizar sus datos con utilizando el método descrito en este manuscrito.

En segundo lugar, es importante explicitar que al tratarse de un primer estudio con el método LMS-Cat, las condiciones en las cuales fue evaluado el procedimiento fueron bastante óptimas, ya que se simularon ítems paralelos con cargas factoriales relativamente altas (i.e., .7), alta fiabilidad compuesta de cada factor (i.e., aproximadamente .8), y un único tamaño de muestra relativamente grande ( $n = 1000$ ). Futuras investigaciones debiesen examinar el desempeño de LMS-Cat ante ítems con cargas factoriales más bajas, ítems congénéricos, y/o menores tamaños muestrales. Esto es particularmente importante debido a que si bien el método LMS ha mostrado ser un procedimiento que logra altos niveles de potencia para detectar distintos tipos de efectos no lineales multiplicativos entre variables latentes, la calidad de los resultados y particularmente la potencia del procedimiento dependerá sustancialmente de la calidad de las mediciones empleadas y del tamaño muestral (Rdz-Navarro & Alvarado, 2015).

Generalmente los efectos no lineales encontrados en ciencias sociales y del comportamiento son relativamente pequeños (cf. Jaccard & Wan, 1995) y su detección es más sensible a los problemas de la calidad de la medición que los modelos puramente lineales (cf. Rdz-Navarro & Alvarado, 2015; Wall & Amemiya, 2001). Es por ello que se recomienda que los instrumentos utilizados para buscar detectar efectos no lineales tengan una fiabilidad relativamente alta y que el tamaño de muestra sea relativamente grande de modo de lograr niveles aceptables de potencia. Otras investigaciones (ver por

ejemplo el Capítulo 3) han sugerido trabajar con instrumentos en los cuales la fiabilidad compuesta de cada factor no sea inferior a .75 e idealmente sea igual o superior a .9 y tamaños de muestra sobre 1000 casos; no obstante, los investigadores deben considerar que los requisitos de calidad de medida y tamaño muestral varían no solo respecto al modelo empleado en los análisis, sino también de acuerdo al grado de correlación de los factores exógenos (ver Capítulo 3), lo cual podría redundar en que los requisitos concretos para estimar el modelo utilizando LMS-Cat sean aún más exigentes en términos de calidad de la medida y tamaños muestrales que cuando se utiliza el método LMS aplicado a variables observadas de tipo continuo.

A su vez, es importante recordar que la presente investigación se limitó a examinar el desempeño de LMS-Cat ante situaciones en las cuales los factores latentes eran medidos por cuatro ítems de cinco categorías de respuesta. Debido a que es frecuente que en investigación aplicada en ciencias sociales se trabaje con factores medidos con número mayor de ítems por factor y/o ítems con dos, tres, cuatro y hasta siete categorías de respuesta, futuras investigaciones debiesen examinar la calidad de las estimaciones de LMS-Cat en dichas condiciones para delimitar los requisitos del procedimiento en miras a su difusión entre los investigadores aplicados interesados en examinar relaciones no lineales entre variables latentes.

Finalmente, es importante recordar que los resultados de la presente investigación están restringidos al análisis de modelos no lineales en los cuales existan sólo dos factores exógenos y un factor endógeno. Si bien es posible que la calidad de las estimaciones se mantenga en modelos que impliquen un número mayor de factores y/o un número mayor de efectos no lineales, es importante notar que debido a que el método LMS y LMS-Cat es un procedimiento que opera por información completa, la carga computacional de la estimación del modelo aumentará sustancialmente en la medida en

que aumente el número de factores en el modelo. Este aumento en la carga computacional puede redundar en fallas permanentes en la estimación debido a la falta de memoria operativa del computador incluso en computadores personales de alta gama (e.g., procesadores Intel i7 de cuarta o quinta generación) o largos períodos de espera para la obtención de resultados, los cuales variarán no sólo conforme al número de factores incluidos en el análisis sino también conforme al número de categorías de respuesta de las variables observadas, el número de indicadores observados y el número de efectos no lineales del modelo. Sin lugar a dudas, el avance computacional podría llegar a subsanar estos inconvenientes en el mediano plazo, no obstante, aún se requieren de mayores avances en informática para facilitar su uso en investigaciones aplicadas en las cuales no es infrecuente trabajar con un mayor número de factores latentes, mayor número de ítems por factor con un menor número de categorías de respuesta.

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSIONES

*The real voyage of discovery  
consists not in seeking new landscapes  
but in having new eyes  
(Marcel Proust)*





## **Discusión y conclusiones generales**

La presente tesis buscó examinar la influencia de las características de los modelos de medida sobre la calidad de las estimaciones de diversos modelos no lineales de variable latente y evaluar su funcionamiento ante situaciones más cercanas a la investigación aplicada que aquellas examinadas en estudios previos, con la finalidad de proveer de algunas recomendaciones a los investigadores aplicados respecto a los requisitos necesarios para ajustar modelos no lineales de variable latente de manera adecuada.

A partir del primer estudio, fue posible establecer que los factores que más influyen en la calidad de las estimaciones de modelos no lineales de variable latente son el procedimiento utilizado para la estimación y la calidad de los indicadores utilizados para medir los factores latentes. Al examinar dos técnicas que habían obtenido resultados relativamente similares en investigaciones previas (i.e., LMS y EXUC) fue posible establecer que cuando la calidad de la medición de los factores disminuye o se cuenta con indicadores congénicos, emergen diferencias sustanciales entre los procedimientos. El método LMS (Klein & Moosbrugger, 2000) obtuvo resultados adecuados en la mayor parte de las condiciones examinadas y se pudo establecer que ante indicadores congénicos y/o con cargas factoriales no muy altas, el procedimiento lograba mostrar sus mayores ventajas comparativas. En contraste, el procedimiento EXUC (Kelava & Brandt, 2009) sólo logró resultados adecuados cuando se disponía de indicadores con altas cargas factoriales y mediciones congénicas.

De este modo, ante la pregunta respecto a qué procedimiento es más adecuado utilizar, los resultados del primer estudio indicaron que actualmente LMS es el método más adecuado para analizar relaciones no lineales entre variables latentes, aunque la potencia del procedimiento para detectar efectos no lineales significativos tiende a

disminuir a medida que aumenta la correlación entre los factores exógenos. A su vez, ante la pregunta respecto a los requisitos de calidad de la medición necesaria para utilizar LMS, los resultados indican que la calidad global de los modelos de medida para realizar estimaciones de modelos no lineales de variable latente es mayor que la calidad requerida para analizar modelos lineales y se requieren indicadores con una comunalidad de al menos .3 (i.e., cargas factoriales iguales o superiores a .55) cuando se cuenta con ocho indicadores o una comunalidad de .5 (i.e. cargas factoriales iguales o superiores a .7) cuando se cuenta con cuatro indicadores por factor para obtener parámetros y errores típicos correctamente estimados y una potencia aceptable. Adicionalmente, el estudio logró establecer que, si bien aumentos en el tamaño muestral y/o el número de indicadores podían generar consecuencias positivas para las estimaciones, su influencia era bastante menor comparado con la influencia que tenía la calidad de los indicadores.

Esto demuestra que a pesar de que los procedimientos SEM permitan trabajar con indicadores medidos con error y aislar el error de medida de las estimaciones de parámetros de los modelos de estructura (Bollen, 1989), como ha sido mostrado por otras investigaciones (Asún, Rdz-Navarro & Alvarado, 2016; Gagne & Hancock, 2006; Grewal, Cote & Baumgartner, 2004) la calidad de las estimaciones en diversos modelos de ecuaciones estructurales (SEM) y particularmente en modelos que estimen efectos no lineales siempre será dependiente de la calidad de la medición (Rdz-Navarro & Alvarado, 2015), por lo cual los investigadores aplicados deben poner especial atención al seleccionar sus instrumentos de medida, pues el hecho de usar modelos SEM no permite subsanar todos los problemas derivados de altas contaminaciones por error de medida en las variables observadas.

En base a los resultados de la primera investigación, el segundo estudio evaluó las consecuencias de posibles errores de especificación del tipo y número de efectos no

lineales del modelo de estructura, utilizando el método LMS, y buscó además establecer los requisitos muestrales y de calidad de la medida necesarios para evaluar distintos tipos de modelos no lineales de estructura. Los resultados de este estudio indicaron que, cuando el modelo de análisis coincide con el modelo poblacional, LMS obtendrá resultados adecuados de los parámetros y errores típicos, aunque, consistente con el primer estudio, la potencia del método se verá afectada de manera importante por la correlación entre los factores. Por su parte, de no existir efectos no lineales entre las variables latentes, estimar un modelo de estructura no lineal no genera aumentos en las tasas de error Tipo I incluso cuando la correlación entre los factores exógenos es alta. Sin embargo, estimar un modelo de estructura con efectos no lineales distintos (ya sea en su tipo o número) de los efectos no lineales presentes en la población, podría redundar en detectar efectos no lineales incorrectos y/o sobreestimados. Así, por ejemplo si en la población existen efectos cuadráticos, pero el modelo de análisis es un modelo que sólo considera efectos de interacción, con una alta probabilidad se detectarán efectos de interacción significativos de manera espuria. Una situación equivalente ocurrirá cuando en la población existan efectos de interacción y se utilice un modelo de análisis que solo contemple efectos cuadráticos. Sin embargo, la situación más grave ocurre cuando en la población coexisten simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos y el modelo de análisis es un modelo que sólo estima un tipo de estos efectos, en cuyo caso, los parámetros no lineales del modelo serán sobreestimados, lo que redundará también en una sobreestimación de la varianza explicada global del modelo de estructura.

Por lo tanto, ante la pregunta si incluir o no incluir simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos en modelos que sólo aspiren a detectar un tipo de efectos no lineales la respuesta es clara: siempre que los factores exógenos estén correlacionados, deben incluirse efectos de interacción y cuadráticos en el modelo de análisis aunque la

teoría sustantiva que guíe el estudio solo prevea un tipo de efectos. Esto debe hacerse con la finalidad de controlar estadísticamente hipótesis alternativas que emergen de los problemas metodológicos inherentes a la multicolinealidad. En otras palabras, si bien la *teoría sustantiva* debiese jugar un rol preponderante al momento de decidir si incluir o no efectos no lineales en los modelos de estructura (Aiken & West, 1991; Shepperd, 1991), la definición del número de efectos y parámetros no lineales a estimar debe ser guiado también de acuerdo a la *teoría estadística* que advierte que, en situaciones en las cuales los factores exógenos están correlacionados, los efectos de interacción y cuadráticos podrían confundirse entre sí, lo que podría llevar a conclusiones equivocadas sobre la verdadera relación entre las variables latentes.

Si bien la estimación simultánea de efectos de interacción y cuadráticos podría redundar en una menor potencia estadística para detectar efectos de interacción verdaderos, esta desventaja no debería ser considerada razón suficiente para proponer estimar modelos que contemplen un solo tipo de efectos no lineales como había sido propuesto por algunos autores (Harring, Weiss & Li, 2015), pues la inclusión simultánea de efectos de interacción y cuadráticos permitiría subsanar los problemas derivados de una inadecuada especificación de los modelos de estructura (cf. Cortina, 1993; Ganzach, 1997, 1998; Gerhard, Klein, Schermelleh-Engel, Moosbrugger, Gåde & Brandt, 20015; Lubinski & Humphreys, 1990; Klein, Schermelleh-Engel, Moosbrugger, & Kelava, 2009). En esta línea, la pérdida de potencia en los efectos de interacción al estimar modelos que contemplen efectos de interacción y cuadráticos debiese ser considerada como un pequeño precio a pagar por obtener mayor seguridad de que los efectos no lineales detectados son correctos a nivel poblacional.

Por su otro lado, este segundo estudio permitió profundizar en los requisitos muestrales y de calidad de la medición para estimar modelos no lineales de variable

latente. Los resultados permiten establecer que, los requisitos de tamaño de muestra y fiabilidad compuesta de los factores incluidos en el estudio variarán en función del grado de correlación entre los factores exógenos. Si la correlación entre los factores exógenos es baja (aproximadamente .3) se requerirán muestras de al menos 500 casos y una fiabilidad compuesta de cada uno de los factores igual o superior a .75, pero si la correlación entre los factores es alta (aproximadamente .6) se requerirán siempre muestras iguales o superiores a 1000 casos y fiabilidades compuestas de cada uno de los factores iguales o superiores a .9 para lograr una potencia adecuada para detectar efectos no lineales en modelos que estimen simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos. Pese a ello y dado que la correlación entre los factores exógenos es generalmente desconocida previo a la recolección y análisis de los datos, se recomienda trabajar siempre con muestras sobre 1000 casos y procurar una selección de instrumentos lo más fiable posible para evitar potenciales problemas de potencia.

El tercer estudio evaluó el funcionamiento del método LMS ante factores medidos con ítems que presentaban distinto grado y tipo de asimetría. En este estudio se analizaron las consecuencias de la práctica habitual de los investigadores de tratar a los indicadores categóricos como indicadores continuos para ajustar modelos no lineales de variable latente, y la práctica de crear parcelas de indicadores categóricos como una forma de subsanar los posibles problemas de estimación generados por la discontinuidad de las variables observadas. Los resultados indicaron que tratar los indicadores categóricos como indicadores continuos en modelos SEM no lineales tiene al menos tres problemas fundamentales: (1) se observarán importantes sesgos de sobreestimación en parámetros de los modelos de estructura a consecuencia de la asimetría de los ítems, (2) el sesgo de sobreestimación de los parámetros redundará en aumentos considerables en las tasas de error Tipo I para detectar efectos de interacción cuando se usa un modelo que

solo evalúe este tipo de efectos y, si los datos son analizados con un modelo que estime simultáneamente efectos de interacción y cuadráticos, los sesgos de estimación de las interacciones serán parcialmente transferidos a los efectos cuadráticos con el consecuente aumento en las tasas de error Tipo I y (3) los parámetros de los modelos de medida serán severamente subestimados y sus errores típicos serán sobreestimados, lo cual podría llevar a conclusiones equivocadas respecto de la calidad de la medición empleada. Sólo cuando se dispone de ítems simétricos para la medición de los factores, es posible obtener bajos niveles de sesgo en la estimación de todos los parámetros de los modelos de medida y resultados aceptables para los parámetros del modelo de estructura. En tanto que, al disponer de ítems con asimetrías compensadas (i.e., algunos ítems con asimetría positiva y otros ítems con asimetría negativa) para medir cada factor, se obtienen estimaciones adecuadas de los parámetros del modelo de estructura, pero al mismo tiempo, es la situación en la que se observan mayores sesgos en la estimación de parámetros de los modelos de medida. Por su parte, al evaluar el desempeño de la construcción de parcelas de ítems como una forma posible de solución a los problemas constatados, se observó que usar parcelas no provee de ninguna ventaja para la estimación respecto del uso de ítems tratados como indicadores continuos.

En función de esto, ante la pregunta respecto si es posible utilizar indicadores categóricos tratados como continuos para estimar modelos no lineales de variable latente con el método LMS, la respuesta es dependiente de la distribución observada de los ítems. Si los ítems son perfectamente simétricos o se cuenta con mediciones que impliquen asimetrías compensadas en la medición de los factores, tratar a los ítems como indicadores continuos es una posibilidad aceptable para la estimación de los modelos de estructura, siempre y cuando, se tenga en consideración expresa que la estimación de los parámetros de los modelos de medida será sesgada. Si se cuenta con indicadores en su

mayoría asimétricos en una sola dirección (i.e., asimetrías solo positivas o solo negativas), tratar los indicadores categóricos como continuos para ajustar modelos no lineales de variable latente con el método LMS redundará en resultados altamente sesgados y tasas inaceptables de error Tipo I que, desafortunadamente, no son solucionadas con el uso de parcelas en ninguna de las circunstancias analizadas.

Como una forma de solucionar los problemas evidenciados en el estudio tres cuando se trabaja con indicadores categóricos para medir los factores latentes, la cuarta investigación explicó la forma de combinar la formulación de *latent response variable* con el método LMS para analizar relaciones no lineales entre variables latentes medidas con ítems y evaluó la calidad de las estimaciones de este nuevo método, que he denominado como LMS-Cat, ante ítems de cinco categorías con distintos tipos de asimetría. Los resultados del estudio mostraron que el método LMS-Cat no sólo logró subsanar el problema del aumento en las tasas de error Tipo I generadas por la asimetría de las variables observadas que se había detectado en el estudio anterior, sino que además, logró estimaciones insesgadas de todos los parámetros y errores típicos del modelo de estructura y los modelos de medida y niveles adecuados de potencia para la detección de efectos no lineales, incluso en situaciones en las que la asimetría de los ítems es relativamente alta.

Por lo tanto, ante la pregunta respecto a si es posible estimar modelos no lineales de variable latente utilizando factores medidos con ítems, la respuesta es clara: el método LMS es una herramienta flexible para estimar relaciones no lineales entre variables latentes, pero requiere que los modelos de medida sean adecuadamente especificados; así, el uso de LMS-Cat permite subsanar los problemas derivados de un incorrecto tratamiento de la relación entre los indicadores categóricos y los factores y obtener estimaciones precisas e insesgadas de los parámetros del modelo.



En consecuencia, los capítulos de esta tesis demuestran que actualmente el método LMS es el procedimiento más adecuado para estimar relaciones no lineales entre variables latentes ante factores exógenos normalmente distribuidos que han sido medidos con indicadores e ítems con distintas calidades y/o niveles de asimetría. LMS demostró ser una herramienta flexible para la estimación de modelos no lineales entre variables latentes, no obstante, las características de los modelos de medida –en particular la magnitud de las cargas factoriales de los indicadores continuos o los indicadores categóricos– son un elemento clave para poder estimar de manera precisa modelos SEM no lineales ya que, contar con indicadores con bajas cargas factoriales, fiabilidades compuestas de los factores bajas y/o una inadecuada especificación de los modelos de medida (i.e., tratar como continuos a los indicadores categóricos) podría tener consecuencias negativas para la estimación de los parámetros del modelo de estructura, especialmente para los parámetros que representan las relaciones no lineales entre las variables.

Si bien estos resultados son alentadores, pues demuestran que es posible estimar modelos no lineales de variable latente en situaciones cercanas a las condiciones de las cuales dispone un investigador aplicado, al mismo tiempo imponen también una serie de desafíos teóricos y técnicos al investigador aplicado interesado en modelar relaciones no lineales, por lo cual resulta necesario explicitar y/o recalcar algunas recomendaciones prácticas para los investigadores interesados en analizar relaciones no lineales entre variables latentes de manera adecuada.

## Recomendaciones para el investigador aplicado

Los alentadores resultados mostrados en los capítulos precedentes confirman que LMS es un método adecuado para estimar modelos no lineales de variable latente en diversas situaciones relativamente cercanas a la investigación aplicada. Pese a esto, el método LMS no está exento de algunas dificultades que dicen relación con sus requisitos tanto teóricos como técnicos. Ante esto, es necesario explicitar algunas recomendaciones prácticas a tener en consideración antes de utilizar el método LMS y el método LMS-Cat, las cuales se detallan a continuación.

### 1.- Evalúe la pertinencia de testear modelos no lineales

El método LMS tanto en su versión tradicional para variables continuas como en su versión categórica (i.e., LMS-Cat) es esencialmente un método diseñado en la lógica confirmatoria, por lo cual previo a su uso los investigadores debiesen evaluar la pertinencia de examinar relaciones no lineales de variable latente a la luz de la teoría y/o investigaciones previas.

Muchas veces la teoría sustantiva con la que se cuenta en ciencias sociales y del comportamiento no anticipa explícitamente la forma de relación entre las variables y se limita a postulados genéricos respecto a la existencia o no existencia de relaciones entre ellas. Es por ello que el primer desafío teórico para el investigador aplicado será hacer una *exégesis*<sup>9</sup> de la información teórica y empírica de la que disponga. En este sentido, si

---

<sup>9</sup> Si bien el concepto de ‘exégesis’ es empleado para referirse a lecturas acuciosas de textos religiosos, el concepto es usado en sociología para referirse a lecturas críticas y detalladas de información teórica y empírica que permita elaborar hipótesis contrastables y, es en este sentido que se utiliza en este manuscrito.

bien no existen criterios claros sobre cómo realizar esta exégesis, en función de nuestra experiencia se debería poner especial atención, por ejemplo, a expresiones que podrían estar indicando que una variable X podría ‘potenciar’, ‘exacerbar’, ‘aumentar’, ‘mitigar’, ‘disminuir’ los efectos de una variable Z sobre una variable dependiente Y, en cuyo caso se podrá sospechar de la existencia de efectos de interacción entre las variables X y Z sobre la variable Y. Por otro lado, se podría sospechar de la existencia de efectos no lineales de tipo cuadrático cuando los datos empíricos o la teoría anticipen, por ejemplo, que ‘el efecto de una variable X sobre una variable Y variará de acuerdo a los valores de X’, que ‘el efecto de X sobre Y no es constante’ o que se espera que ‘aumentos en X aumenten los valores de Y hasta un cierto punto’. A su vez, información empírica relativamente contradictoria sobre el efecto de una variable sobre otra en distintos estudios (ej. efectos significativos en unos, no significativos en otros; efectos positivos en unos, negativos en otros) podrían estar indicando la presencia de posibles efectos no lineales de tipo cuadrático que podría resultar fructífero explorar (ver ejemplo empírico en Capítulo 2).

## **2.- Evalúe la pertinencia de los supuestos distribucionales de LMS**

El método LMS se basa en dos supuestos distribucionales fuertes: (1) El método siempre asumirá que la distribución de los factores exógenos, y por lo tanto sus indicadores continuos observados (X) o los indicadores continuos subyacentes a los ítems observados ( $X^*$ ), será una distribución normal. (2) El método asumirá que si la distribución del factor latente endógeno no es normal, esta no normalidad habrá sido generada producto de los efectos no lineales de los factores exógenos.

En estricto rigor, dado que por definición los factores latentes nunca son observados y sólo pueden ser materializados en puntuaciones factoriales (i.e., *factor scores*) mediante procedimientos que han sido incorporados como elementos adicionales a los modelos SEM, pero que no forman parte integral de estos modelos, las puntuaciones factoriales no necesariamente reflejan la distribución de los factores originales debido al problema de indeterminación factorial (para mayores antecedentes cf. *Multivariate Behavioral Research*, volumen 31, número 4, dedicado a este debate), a la contaminación con error de las puntuaciones factoriales estimadas (cf. Grice, 2001; Estabrook & Neale, 2013) y a que la distribución de las puntuaciones factoriales dependerá de la distribución de las variables observadas, por lo cual, en caso de contar con indicadores observados de tipo categórico con algún grado de asimetría, es probable que las puntuaciones factoriales estimadas tengan una distribución no normal aunque la distribución del factor a nivel poblacional sea una distribución normal (Muthén & Kaplan, 1985).

Por otro lado, si bien se han propuesto algunos procedimientos para detectar la posible existencia de factores con distribución no normal (Wall, Guo & Amemiya, 2012; Woods, 2006, 2007) los investigadores aplicados deben ser conscientes que no es posible conocer empíricamente si la distribución de los factores latentes asumida en un determinado análisis coincide con la verdadera distribución del factor a nivel poblacional (Lee & Song, 2012) descartando eficientemente hipótesis alternativas que podrían explicar los posibles desajustes de modelos anidados asumiendo y no asumiendo normalidad de los factores (e.g., omisión de parámetros relevantes que definan la relación entre el rasgo y los ítems, relación no lineal entre el rasgo y los indicadores continuos subyacentes a los ítems, etc). Es por ello que proponemos que la distribución normal de los factores exógenos –requisito fundamental para ajustar modelos no lineales de variable

latente con el método LMS– debe ser considerada un supuesto, en el sentido más estricto de la palabra, y su pertinencia debe ser contrastada teóricamente.

De este modo, será menester de los investigadores aplicados evaluar caso a caso la pertinencia del supuesto, poniendo especial atención cuando, por ejemplo, se construyan instrumentos de medida para variables latentes que midan rasgos probablemente infrecuentes en la población (e.g., psicotismo) o rasgos que impliquen evaluaciones relativamente sesgadas (e.g., percepción de las habilidades parentales), situaciones en las cuales podría presumirse que los factores latentes tengan una distribución distinta de una normal y su uso como factores exógenos en modelos SEM no lineales con el método LMS podría tener consecuencias negativas para la inferencia estadística (cf. e.g., Brandt, Kelava & Klein, 2014; Cham, West, Ma, & Aiken, 2011; Kelava, & Nagengast, 2012; Kelava, Nagengast, & Brandt, 2014).

### **3.- Considere cuidadosamente su tamaño muestral**

Si bien existen numerosos antecedentes de la calidad de LMS para estimar modelos no lineales de variable latente, los investigadores aplicados interesados en el procedimiento debiesen considerar que la calidad de las estimaciones dependerá en parte importante del número de sujetos medidos. Algunos estudios (e.g., Cham et al., 2011; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015) han demostrado que el método LMS requiere como mínimo 500 sujetos para lograr niveles adecuados de potencia, pero también se ha demostrado que este requisito podría aumentar sustancialmente dependiendo de la calidad de la medición, el número de efectos no lineales a testear en el modelo y la correlación entre los factores exógenos (ver Capítulos 2 y 3). Debido a esto y a la mayor dificultad técnica que implica estimar el modelo utilizando variables categóricas, se recomienda considerar tamaños de

muestra iguales o superiores a 1000 casos para implementar el método LMS y en particular, para implementar el método LMS-Cat.

#### **4.- Seleccione cuidadosamente sus instrumentos de medida**

Como se ha mencionado previamente, los modelos SEM permiten estimar modelos tomando explícitamente en consideración el error de medida de los indicadores observados, no obstante existen importantes antecedentes de que la calidad de las estimaciones dependerá fuertemente de la calidad de la medición (Harring, Weiss & Hsu, 2012; Rdz-Navarro & Alvarado, 2015). Estudios previos (ver Capítulos 2 y 3) han demostrado que para ajustar modelos no lineales de variable latente se requieren instrumentos con alta fiabilidad compuesta (mayor o igual a .75 si se trabaja con modelos MI y mayor o igual a .9 si se trabaja con modelos MIQ), ante lo cual se recomienda realizar una adecuada selección de los instrumentos de medida a utilizar previo al ajuste de modelos SEM no lineales pues estos son más sensibles a los problemas de la calidad de la medición que los modelos puramente lineales (cf. Rdz-Navarro & Alvarado, 2015; Wall & Amemiya, 2001).

#### **5.- Evalúe la estructura dimensional de sus modelos de medida**

Previo al ajuste de LMS o LMS-Cat los investigadores aplicados debiesen evaluar cuidadosamente la estructura dimensional de sus modelos de medida. Se recomienda por lo tanto utilizar en primer lugar un análisis factorial confirmatorio para cada uno de los factores latentes de modo de asegurar que los indicadores o ítems ajusten adecuadamente

a una estructura unifactorial eliminando los indicadores o ítems con bajas cargas factoriales, previo al uso de LMS o LMS-Cat.

Adicionalmente, a pesar de que trabajar con un gran número de indicadores o ítems podría generar incrementos en la fiabilidad compuesta de los factores y a que LMS ha mostrado funcionar relativamente bien con hasta ocho indicadores por factor (Rdz-Navarro & Alvarado, 2015), los investigadores aplicados deben considerar que la validez de contenido de la medida podría verse seriamente afectada al introducir en los modelos de medida un número mayor de indicadores con bajas cargas factoriales (MacCallum, Widaman, Zhang & Hong, 1999). Por ello, se recomienda mantener el número de ítems por factor al mínimo posible de modo de garantizar una adecuada validez de contenido de cada factor y, al mismo tiempo, una baja carga computacional, evitando así problemas para la estimación que deriven en fallos computacionales permanentes (e.g., computador que se congela, memoria insuficiente para realizar los cálculos, etc.).

## **6.- Siga principios jerárquicos al estimar los modelos**

Toda investigación aplicada interesada en evaluar efectos no lineales entre variables latentes debe tener en cuenta dos aspectos técnicos que dicen relación con la necesidad de seguir principios jerárquicos en la estimación de parámetros. En primer lugar, aunque la teoría sustantiva o las hipótesis de investigación adviertan de la posible existencia de efectos exclusivamente no lineales, en los modelos empíricos efectivamente sometidos a contraste estadístico deben incluirse los efectos no lineales de interés junto a los efectos lineales (también denominados efectos de primer orden). A su vez, conforme a los resultados de esta investigación (ver Capítulo 3), toda vez que la teoría anticipe la existencia de un solo tipo de efectos no lineales entre variables latentes (ya sea efectos de

interacción o cuadráticos) debe preferirse evaluar conjuntamente todos los efectos del respectivo nivel (i.e., efectos de segundo y/o tercer orden). Esto significa que, si se busca contrastar la presencia de interacciones entre dos variables latentes exógenas sobre una endógena, deben incluirse conjuntamente en el modelo todos los efectos cuadráticos de las variables que forman la interacción.

La razón de esto radica en que una inadecuada especificación del modelo de estructura puede redundar en resultados sesgados, parámetros sobreestimados o detección de efectos no lineales espurios. Es por ello que, en concordancia con la literatura (Cortina, 1993; Ganzach, 1997; Lubinski & Humphreys, 1990; Klein, Schermelleh-Engel, Moosbrugger, & Kelava, 2009), se recomienda utilizar un modelo de tipo MIQ como modelo basal incluso en situaciones en que la teoría solo anticipe un tipo de efecto no lineal entre las variables.

## **7.- Evalúe cualitativamente de la calidad del modelo estimado**

La mayor parte de los estadísticos de ajuste mayormente utilizados en los modelos SEM se basan en la evaluación de la capacidad del modelo de reproducir las matrices de varianza-covarianza de relaciones entre los indicadores observados. Dado que las matrices de varianza-covarianza sólo recogen la relación lineal entre las variables, los indicadores de ajuste tradicionalmente utilizados en el contexto de los modelos SEM lineales son insensibles a la existencia de relaciones no lineales (cf. e.g., Mooijaart & Satorra, 2009) y por tanto resultan inaplicables en estos contextos.

Afortunadamente, los estadísticos de ajuste para los modelos SEM no lineales han comenzado a desarrollarse recientemente (cf., e.g., Gerhard, Klein, Schermelleh-Engel, Moosbrugger, Gäde, & Brandt, 2015; Klein & Schermelleh-Engel, 2010), no obstante, la



literatura en este escenario aun es limitada, por lo que aún no resulta posible hacer recomendaciones sobre estas propuestas dado que no se ha explorado su desempeño en situaciones en las cuales se disponga de indicadores categóricos en los modelos de medida. Futuras investigaciones debieran profundizar no sólo en el desarrollo de nuevos índices de ajuste sino también en la evaluación de la sensibilidad y especificidad de los índices existentes aplicados a modelos SEM no lineales cuyos modelos de medida estén compuestos por ítems.

Mientras eso ocurre, proponemos una solución *ad hoc* en función de la evaluación del tamaño del efecto de los efectos no lineales detectados en los modelos. Si bien es cierto que esta solución no resuelve el problema de ajuste, al menos permitiría tener una evaluación cualitativa del modelo. Para ello, se debe considerar que en general el tamaño de los efectos no lineales detectados en estudios realizados en ciencias sociales y del comportamiento suele ser bajo. En general los efectos no lineales encontrados en estos contextos explican entre un 2.5% y un 5% de la varianza total de la variable dependiente (cf. Jackard & Wan, 1995). No obstante, los investigadores deben considerar que aunque los efectos no lineales sean pequeños, éstos pueden producir resultados diametralmente distintos en las conclusiones del estudio (ver ejemplo empírico en Capítulo 2). Por ello recomendamos reportar como relevantes efectos no lineales que expliquen como mínimo un 1% de la varianza total de la variable dependiente, pues como se ha sugerido previamente, no considerar estos efectos aunque sean pequeños podría tener importantes consecuencias para las conclusiones del estudio y, eventualmente, para los sujetos medidos (cf. Messick, 1995).

## **8.- Tenga en cuenta la carga computacional**

Finalmente, los investigadores aplicados interesados en estimar modelos no lineales de variable latente deben considerar que la estimación de este tipo de modelos implica una alta carga computacional, que tiende a aumentar sustancial y no linealmente a medida que aumenta el número de indicadores o ítems, el número de factores y/o el número de parámetros no lineales a estimar.

Es por ello que recomendamos a los investigadores tener paciencia al momento de la estimación de sus modelos, ya que la estimación de parámetros podría tardar un minuto o menos en modelos relativamente simples (i.e., pocos indicadores continuos y un solo parámetro no lineal) hasta días (en caso de contar con muchos ítems por factor y modelos con múltiples efectos no lineales). Esta advertencia resulta importante considerando que, si bien la capacidad de cálculo de los computadores personales ha aumentado bastante en los últimos años, incluso con computadores de última generación podrían generarse fallas computacionales permanentes por falta de memoria operativa para los cálculos. Es por ello que recomendamos procurar realizar las estimaciones en ordenadores con una gran capacidad de memoria RAM y varios procesadores que puedan trabajar simultáneamente en la estimación.

## Limitaciones de los estudios y direcciones futuras

*One never notices what has been done;  
one can only see what remains to be done  
(Marie Curie)*

Esta tesis ha contribuido a definir el impacto que tienen las características de los modelos de medida sobre las estimaciones de modelos no lineales de variable latente y en ella se han entregado algunas recomendaciones prácticas para los investigadores aplicados interesados en utilizar este tipo de modelos.

Pese a que los resultados presentados en este manuscrito han contribuido a definir algunos requisitos de estas técnicas, los resultados de las investigaciones desarrolladas tienen limitaciones que requieren ser explicitadas para situar el ámbito de generalización de los resultados, en miras al desarrollo de futuras investigaciones.

Así, los resultados de las investigaciones presentadas en este manuscrito, se limitan al análisis de situaciones en las cuales se cuenta con factores exógenos normalmente distribuidos, que fueron medidos utilizando modelos de medida que constituyen estructuras simples (i.e., sin cargas factoriales cruzadas), donde los indicadores continuos (ya sean observados o subyacentes a los ítems) tenían una relación estrictamente lineal con el factor latente, no existían errores de medida correlacionados y se contaba con un número equivalente de ítems midiendo cada uno de los factores incluidos en los análisis. A su vez, los análisis realizados sobre modelos de medida conformados por ítems se limitaron al examen del desempeño del método LMS y LMS-Cat en situaciones en las cuales los ítems tenían solo cinco alternativas de respuesta,

asimetrías homogéneas (i.e., sólo ítems con asimetría unilateral o asimetrías perfectamente compensadas al interior del factor).

Si bien estas condiciones fueron generadas con la finalidad de aproximarse a condiciones relativamente realistas en la investigación aplicada, es posible pensar que algunas de estas situaciones podrían resultar relativamente infrecuentes en investigación con datos reales. Futuros estudios debiesen profundizar en la pertinencia de una potencial generalización de los resultados mostrados en este estudio a situaciones donde por ejemplo, se cuente con factores exógenos no normalmente distribuidos (e.g., factores asimétricos y/o multimodales), medidos con ítems que tengan cargas factoriales cruzadas, con errores de medida correlacionados, ítems medidos con distinto número de categorías (e.g., ítems dicotómicos e ítems politómicos usados para medir el mismo factor), niveles asimetría variable entre los ítems destinados a medir un mismo factor o un número no equivalente de ítems para medir cada uno de los factores. A su vez, futuras investigaciones deberían profundizar, por ejemplo, en el análisis de procedimientos SEM no lineales cuando se trabaja con espacios latentes no lineales en los modelos de estructura y de medida de manera simultánea, así como también en el desarrollo y evaluación de índices de ajuste que permitan evaluar la calidad de los modelos.

Finalmente, la limitación más importante de los estudios presentados en este manuscrito, es que se ha examinado un solo tipo de modelo de espacios no lineales entre variables latentes, esto es, modelos que implican relaciones no lineales que emergen como resultado del efecto multiplicativo entre variables. Esta limitación es importante pues, si bien es sencillo definir qué es una relación lineal, la definición de lo ‘no lineal’ es más compleja. En efecto, parafraseando a Stanislaw Ulam, estudiar relaciones lineales es como el estudio de los elefantes, estudiar relaciones no lineales es equivalente a estudiar todo el resto del mundo animal. Con esto, solo queremos indicar que lo ‘no

lineal' implica necesariamente múltiples formas que no se restringen solamente a aquellas que se forman como producto de la multiplicación de variables. Un ejemplo de esto, es la conocida relación existente entre los ingresos y la felicidad o la satisfacción con la vida, que si bien es una relación no lineal, la forma observada de la relación en diversos estudios no es consistente con los modelos aquí presentados (cf. e.g., Inglehart, 1997; Wolbring, Keuschnigg, & Negele, 2013). Futuros estudios debiesen avanzar no sólo en profundizar en los resultados de estas investigaciones, sino también en el desarrollo de nuevos métodos de estimación de otros tipos de modelos no lineales entre variables latentes.

Pese a estas limitaciones, esperamos que los resultados de esta tesis y las recomendaciones prácticas que se han sugerido alienten a los investigadores utilizar modelos no lineales de variable latente en sus investigaciones para lograr descripciones más precisas de sus objetos de estudio.

## REFERENCIAS

- Aiken, L. S., & West, S. G. (1991). *Multiple regression: testing and interpreting interactions*. London: Sage.
- Algina, J., & Moulder, B. C. (2001). A note on estimating the Jöreskog-Yang model for latent variable interaction using LISREL 8.3. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 8(1), 40-52.
- Asún, R. A., Rdz-Navarro, K., & Alvarado, J. M. (2016). Developing multidimensional Likert scales using item factor analysis: The case of four-point items. *Sociological Methods and Research*, 45(1), 109-133.
- Bandalos, D. L. (2002). The effects of item parceling on goodness-of-fit and parameter estimate bias in structural equation modeling. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 9(1), 78-102.
- Bandalos, D. L. (2008). Is parceling really necessary? A comparison of results from item parceling and categorical variable methodology. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 15(2), 211-240.
- Bauer, D. J., Baldasaro, R. E., & Gottfredson, N. C. (2012). Diagnostic procedures for detecting nonlinear relationships between latent variables. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 19(2), 157-177.
- Bernstein, I. H., y Teng, G. (1989). Factoring items and factoring scales are different: Spurious evidence for multidimensionality due to item categorization. *Psychological Bulletin*, 105(3), 467-477.
- Bollen, K. A. (1989). *Structural equations with latent variables*. New York: John Wiley & Sons.

- Bollen, K. A., & Barb, K. H. (1981). Pearson's  $r$  and coarsely categorized measures. *American Sociological Review*, *46*(2), 232-239.
- Bollen, K. A., & Paxton, P. (1998). Interactions of latent variables in structural equation models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, *5*(3), 267-293.
- Boomgaarden, H. G., Schuck, A. R., Elenbaas, M., & de Vreese, C. H. (2011). Mapping EU attitudes: Conceptual and empirical dimensions of euroscepticism and EU support. *European Union Politics*, *12*(2), 241-266.
- Borsboom, D., & Mellenbergh, G. J. (2004). Why Psychometrics is Not Pathological A Comment on Michell. *Theory & Psychology*, *14*(1), 105-120.
- Brandt, H., Kelava, A., & Klein, A. (2014). A simulation study comparing recent approaches for the estimation of nonlinear effects in SEM under the condition of nonnormality. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, *21*(2), 181-195.
- Carifio, J., y Perla, R. J. (2007). Ten common misunderstandings, misconceptions, persistent myths and urban legends about Likert scales and Likert response formats and their antidotes. *Journal of Social Sciences* *3*(3), 106-116.
- Cattell, R. B. (1956). Validation and intensification of the sixteen personality factor questionnaire. *Journal of Clinical Psychology*, *12*, 205-214.
- Cattell, R. B. (1961). Theory of situational, instrument, second order, and refraction factors in personality structure research. *Psychological Bulletin*, *58*, 160-174.
- Cattell, R. B., & Burdsal, C. A., Jr. (1975). The radial parceling double factoring design: A solution to the item-vs.-parcel controversy. *Multivariate Behavioral Research*, *10*(2), 165-179.

- Cham, H., West, S. G., Ma, Y. & Aiken, L. S. (2012) Estimating latent variable interactions with nonnormal observed data: A comparison of four approaches. *Multivariate Behavioral Research, 47*(6), 840-876.
- Christoffersson, A. (1975). Factor analysis of dichotomized variables. *Psychometrika, 40*(1), 5–32.
- Christoffersson, A. (1977). Two-step weighted least squares factor analysis of dichotomized variables. *Psychometrika, 42*(3), 433–438.
- Cortina, J. M. (1993). Interaction, nonlinearity, and multicollinearity: Implications for multiple regression. *Journal of Management, 19*(4), 915-922.
- De Vreese, C. H., & Boomgaarden, H. G. (2005). Projecting EU referendums fear of immigration and support for European integration. *European Union Politics, 6*(1), 59-82.
- Diestel, S., & Schmidt, K. H. (2009). Mediator and moderator effects of demands on self-control in the relationship between work load and indicators of job strain. *Work & Stress, 23*(1), 60-79.
- Diestel, S., & Schmidt, K. H. (2010). Interactive effects of emotional dissonance and self-control demands on burnout, anxiety, and absenteeism. *Journal of Vocational Behavior, 77*(3), 412-424.
- Dietrich, J., & Kracke, B. (2009). Career-specific parental behaviors in adolescents' development. *Journal of Vocational Behavior, 75*(2), 109-119.
- Dimitruk, P., Schermelleh-Engel, K., Kelava, A. & Moosbrugger, H. (2007). Challenges in nonlinear structural equation modeling. *Methodology, 3*(3), 100–114.
- DiStefano, C. (2002). The impact of categorization with confirmatory factor analysis. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 9*(3), 327-346.



- Eisenberger, R., Karagonlar, G., Stinglhamber, F., Neves, P., Becker, T. E., Gonzalez-Morales, M. G., & Steiger-Mueller, M. (2010). Leader–member exchange and affective organizational commitment: The contribution of supervisor's organizational embodiment. *Journal of Applied Psychology, 95*(6), 1085-1103.
- Estabrook, R., & Neale, M. (2013). A comparison of factor score estimation methods in the presence of missing data: Reliability and an application to nicotine dependence. *Multivariate Behavioral Research, 48*(1), 1-27.
- European Values Study. (2011). *European Values Study 2008: Integrated Dataset (EVS 2008)*. GESIS Data Archive, Cologne. ZA4800 Data file version 3.0.0, DOI: 10.4232/1.11004
- Finney, S. J., & DiStefano, C. (2006). Non-normal and categorical data in structural equation modeling. In G. R. Hancock & R. O. Mueller, *Structural equation modeling: A second course* (pp. 269-314). Greenwich, Connecticut: Information Age Publishing Inc.
- Foldnes, N., & Hagtvet, K. A. (2014). The choice of product indicators in latent variable interaction models: Post hoc analyses. *Psychological Methods, 19*(3), 444-457.
- Forero, C. G., & Maydeu-Olivares, A. (2009). Estimation of IRT graded response models: Limited versus full information methods. *Psychological Methods, 14*(3), 275–299.
- Gabel, M. J. (1998). Economic integration and mass politics: Market liberalization and public attitudes in the European Union. *American Journal of Political Science, 42*(3), 936-953.
- Gagne, P., & Hancock, G. R. (2006). Measurement model quality, sample size, and solution propriety in confirmatory factor models. *Multivariate Behavioral Research, 41*(1), 65-83.

- Gaito, J. (1980). Measurement scales and statistics: Resurgence of an old misconception. *Psychological Bulletin*, 87(3), 564-567.
- Ganzach, Y. (1997). Misleading interaction and curvilinear terms. *Psychological Methods*, 2(3), 235-247.
- Ganzach, Y. (1998). Nonlinearity, multicollinearity and the probability of type II error in detecting interaction. *Journal of Management*, 24(5), 615-622.
- Gerhard, C., Klein, A. G., Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., Gäde, J., & Brandt, H. (2015). On the performance of likelihood-based difference tests in nonlinear structural equation models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 22(2), 276-287.
- Göb, R., McCollin, C., & Ramalhoto, M. F. (2007). Ordinal methodology in the analysis of Likert scales. *Quality & Quantity*, 41(5), 601-626.
- Grewal, R., Cote, J. A., & Baumgartner, H. (2004). Multicollinearity and measurement error in structural equation models: Implications for theory testing. *Marketing Science*, 23(4), 519-529.
- Grice, J. W. (2001). Computing and evaluating factor scores. *Psychological Methods*, 6(4), 430-450.
- Hall, R. J., Snell, A. F., & Foust, M. S. (1999). Item parceling strategies in SEM: Investigating the subtle effects of unmodeled secondary constructs. *Organizational Research Methods*, 2(3), 233-256.
- Harring, J. R., Weiss, B. A., & Hsu, J. C. (2012). A comparison of methods for estimating quadratic effects in nonlinear structural equation models. *Psychological Methods*, 17(2), 193-214.

- Harring, J. R., Weiss, B. A., & Li, M. (2015). Assessing spurious interaction effects in structural equation modeling: A cautionary note. *Educational and Psychological Measurement, 75*(5), 721-738.
- Hau, K. T., & Marsh, H. W. (2004). The use of item parcels in structural equation modelling: Non - normal data and small sample sizes. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 57*(2), 327-351.
- Henson, R. K., & Roberts, J. K. (2006). Use of exploratory factor analysis in published research: Common errors and some comment on improved practice. *Educational and Psychological Measurement, 66*(3), 393-416.
- Holgado-Tello, F. P., Chacón-Moscoso, S., Barbero-García, I., y Vila-Abad, E. (2010). Polychoric versus Pearson correlations in exploratory and confirmatory factor analysis of ordinal variables. *Quality & Quantity, 44*(1), 153-166.
- Hooghe, L., & Marks, G. (2004). Does identity or economic rationality drive public opinion on European integration? *Political Science and Politics, 37*(3), 415-420.
- Hoogland, J. J., & Boomsma, A. (1998). Robustness studies in covariance structural modeling: an overview and a meta-analysis. *Sociological Methods & Research, 26*(3), 329-367.
- Inglehart, R. (1997). *Modernization and postmodernization: Cultural, economic, and political change in 43 societies* (Vol. 19). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Jaccard, J., & Wan, C. K. (1995). Measurement error in the analysis of interaction effects between continuous predictors using multiple regression: Multiple indicator and structural equation approaches. *Psychological Bulletin, 117*(2), 348-357.

- Jackman, M. G. A., Leite, W. L., & Cochrane, D. J. (2011). Estimating latent variable interactions with the unconstrained approach: A comparison of methods to form product indicators for large, unequal numbers of items. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 18(2), 274-288.
- Jamieson, S. (2004). Likert scales: How to (ab)use them. *Medical Education*, 38(12), 1212-1218.
- Jöreskog, K. G. (1969). A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika*, 34(2), 183–202.
- Jöreskog, K. G., & Sörbom, D. (2006). LISREL 8.8 for Windows [Computer software]. Sokokie, IL: Scientific Software International, Inc.
- Jöreskog, K. G., & Yang, F. (1996). Non-linear structural equation models: The Kenny-Judd model with interaction effects. In G.A. Marcoulides and R.E. Schumacker (Eds.). *Advanced structural equation modeling: Issues and techniques*, 57-88. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Kelava, A., & Brandt, H. (2009). Estimation of nonlinear latent structural equation models using the extended unconstrained approach. *Review of Psychology*, 16(2), 123-131.
- Kelava, A., & Nagengast, B. (2012). A Bayesian model for the estimation of latent interaction and quadratic effects when latent variables are non-normally distributed. *Multivariate Behavioral Research*, 47(5), 717-742.
- Kelava, A., Moosbrugger, H., Dimitruk, P., & Schermelleh-Engel, K. (2008). Multicollinearity and missing constraints: A comparison of three approaches for the analysis of latent nonlinear effects. *Methodology*, 4(2), 51–66.

- Kelava, A., Nagengast, B., & Brandt, H. (2014). A nonlinear structural equation mixture modeling approach for nonnormally distributed latent predictor variables. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 21(3), 468-481.
- Kelava, A., Werner, C. S., Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., Zapf, D., ... West, S.G. (2011). Advanced nonlinear latent variable modeling: distribution analytic LMS and QML estimators of interaction and quadratic effects. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 18(3), 465-491.
- Kenny, D.A., & Judd, C.M. (1984). Estimating the nonlinear and interactive effects of latent variables. *Psychological Bulletin*, 96(1), 201-210.
- Klein, A. G., Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., & Kelava, A. (2009). Assessing spurious interactions effects. In T. Teo & M.S. Khine (Eds.) *Structural equation modeling in educational research: Concepts and applications* (pp. 13-28). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Klein, A. G., & Moosbrugger, H. (2000). Maximum likelihood estimation of latent interaction effects with the LMS method. *Psychometrika*, 65(4), 457-474.
- Klein, A. G., & Muthén, B. O. (2007). Quasi-maximum likelihood estimation of structural equation models with multiple interaction and quadratic effects. *Multivariate Behavioral Research*, 42(4), 647-674.
- Klein, A. G., & Schermelleh-Engel, K. (2010). Introduction of a new measure for detecting poor fit due to omitted nonlinear terms in SEM. *AStA Advances in Statistical Analysis*, 94(2), 157-166.
- Klein, A. G., & Stoolmiller, M. (2003). Detecting latent interaction effects in behavioral data. *Methods of Psychological Research Online*, 8(2), 113-126.

- Klößner, C. A., & Blöbaum, A. (2010). A comprehensive action determination model: Toward a broader understanding of ecological behaviour using the example of travel mode choice. *Journal of Environmental Psychology, 30*(4), 574-586.
- Kuzon Jr, W. M., Urbanek, M. G., & McCabe, S. (1996). The seven deadly sins of statistical analysis. *Annals of Plastic Surgery, 37*(3), 265-272.
- Lee, S. Y., & Song, X. Y. (2012). *Basic and advanced Bayesian structural equation modeling: With applications in the medical and behavioral sciences*. John Wiley & Sons.
- Lee, S. Y., Song, X. Y., & Tang, N. S. (2007). Bayesian methods for analyzing structural equation models with covariates, interaction, and quadratic latent variables. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 14*(3), 404-434.
- Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G., & Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question, weighing the merits. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 9*(2), 151-173.
- Little, T. D., Rhemtulla, M., Gibson, K., & Schoemann, A. M. (2013). Why the items versus parcels controversy needn't be one. *Psychological Methods, 18*(3), 285-300.
- Lubinski, D., & Humphreys, L. G. (1990). Assessing spurious "moderator effects": Illustrated substantively with the hypothesized ("synergistic") relation between spatial and mathematical ability. *Psychological Bulletin, 107*(3), 385-393.
- MacCallum, R. C., & Mar, C. M. (1995). Distinguishing between moderator and quadratic effects in multiple regression. *Psychological Bulletin, 118*(3), 405-421.
- MacCallum, R.C., Widaman, K. F., Zhang, S., & Hong, S. (1999). Sample Size in Factor Analysis. *Psychological Methods, 4*(1), 84-99.

- Markon, K. E. (2010). How things fall apart: Understanding the nature of internalizing through its relationship with impairment. *Journal of Abnormal Psychology, 119*(3), 447-458.
- Marsh, H. W., Hau, K. T., Balla, J. R., & Grayson, D. (1998). Is more ever too much? The number of indicators per factor in confirmatory factor analysis. *Multivariate Behavioral Research, 33*(2), 181-220.
- Marsh, H. W., Wen, Z., & Hau, K. T. (2004). Structural equation models of latent interactions: Evaluation of alternative estimation strategies and indicator construction. *Psychological Methods, 9*(3), 275–300.
- Marsh, H. W., Wen, Z., & Hau, K. T. (2006). Structural equation models of latent interaction and quadratic effects. In G. R. Hancock & R. O. Mueller (Eds.), *Structural equation modeling: A second course*. (pp. 225–265). Greenwich, CT: Information Age.
- McDonald, R. P. (1962). A general approach to nonlinear factor analysis. *Psychometrika, 27*(4), 397-415.
- McDonald, R. P. (1967). Numerical methods for polynomial models in nonlinear factor analysis. *Psychometrika, 32*(1), 77-112.
- McDonald, R. P. (1982). Linear versus nonlinear models in item response theory. *Applied Psychological Measurement, 6*(4), 379–396.
- McDonald, R. P. (1986). Describing the elephant: Structure and function in multivariate data. *Psychometrika, 51*(4), 513-534.
- McKelvey, R. D. & Zavoina, W. (1975). A statistical model for the analysis of ordinal level dependent variables. *Journal of Mathematical Sociology, 4*(1), 103-120.
- McLaren, L. (2007). Explaining mass-level Euroscepticism: Identity, interests, and institutional distrust. *Acta Politica, 42*(2), 233-251.

- Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment: validation of inferences from persons' responses and performances as scientific inquiry into score meaning. *American Psychologist*, *50*(9), 741-749.
- Micceri, T. (1989). The unicorn, the normal curve, and other improbable creatures. *Psychological Bulletin*, *105*(1), 156-166.
- Michell, J. (2009). The psychometricians' fallacy: Too clever by half? *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *62*(1), 41-55.
- Mitroff, I. I., & Silvers, A. (2010). *Dirty rotten strategies: how we trick ourselves and others into solving the wrong problems precisely*. Stanford University Press.
- Mooijaart, A. & Bentler, P. M. (2010). An alternative approach for nonlinear latent variable models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, *17*(3), 357-573.
- Mooijaart, A., & Satorra, A. (2009). On insensitivity of the chi-square model test to nonlinear misspecification in structural equation models. *Psychometrika*, *74*(3), 443-455.
- Moosbrugger, H., Schermelleh-Engel, K., & Klein, A. (1997). Methodological problems of estimating latent interaction effects. *Methods of Psychological Research Online*, *2*(2), 95-111.
- Moosbrugger, H., Schermelleh-Engel, K., Kelava, A., & Klein, A. G. (2009). Testing multiple nonlinear effects in structural equation modeling: A comparison of alternative estimation approaches. In T. Teo & M. S. Khine (Eds.), *Structural equation modeling in educational research: Concepts and applications* (pp. 103-136). Rotterdam, NL: Sense Publishers.



- Moulder, B.C., & Algina, J. (2002). Comparison of methods for estimating and testing latent variable interactions. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 9(1), 1-19.
- Muthén, B. O. (1978). Contributions to factor analysis of dichotomous variables. *Psychometrika*, 43(4), 551–560.
- Muthén, B. O. (1983). Latent variable structural equation modeling with categorical data. *Journal of Econometrics*, 22(1), 43-65.
- Muthén, B. O. (1984). A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical, and continuous latent variables indicators. *Psychometrika*, 49(1), 115-132.
- Muthén, B. O. (1998-2004). *Mplus technical appendices*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Muthén, B. O., & Kaplan, D. (1985). A comparison of some methodologies for the factor analysis of non-normal Likert variables. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 38(2), 171-189.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (1998-2011). *Mplus use's guide. Sixth Edition*. Los Angeles, CA: Author.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (1998-2012). *Mplus user's guide. Seventh Edition*. Los Angeles, CA: Author.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2002). How to use a Monte Carlo study to decide on sample size and determine power. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 9(4), 599-620.
- Nasser-Abu Alhija, F., & Wisenbaker, J. (2006). A Monte Carlo study investigating the impact of item parceling strategies on parameter estimates and their standard

- errors in CFA. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 13(2), 204-228.
- Norman, G. (2010). Likert scales, levels of measurement and the “laws” of statistics. *Advances in Health Sciences Education*, 15(5), 625-632.
- Nunnally, J.C., & Berstein, I.H. (1994). *Psychometric theory* (3<sup>rd</sup> Edition). McGraw-Hill, New York.
- Peterson, R. A. (2000). A meta-analysis of variance accounted for and factor loadings in exploratory factor analysis. *Marketing Letters*, 11(3), 261-275.
- Ping, R. Jr. (1995). A parsimonious estimating technique for interaction and quadratic latent variables. *JMR, Journal of Marketing Research*, 32(3), 336-337.
- Ping, R. Jr. (1996). Latent variable interaction and quadratic effect estimation: a two-step technique using structural equation analysis. *Psychological Bulletin*, 119(1), 166-175.
- R Development Core Team (2012). *R: A language and environment for statistical computing* version 2.15.2. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- R Development Core Team (2014). *R: A Language and Environment for Statistical Computing* Version 3.1.0. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Rdz-Navarro, K., & Alvarado, J. M. (2015). Reexamining nonlinear structural equation modeling procedures: The effect of parallel and congeneric measures. *Multivariate Behavioral Research*, 50(6), 645-641.
- Rhemtulla, M., Brosseau-Liard, P. É., & Savalei, V. (2012). When can categorical variables be treated as continuous? A comparison of robust continuous and

- categorical SEM estimation methods under suboptimal conditions. *Psychological Methods*, 17(3), 354-373.
- Rigdon, E., Schumacker, R., & Wothke, W. (1998). A comparative review of interaction and nonlinear modeling. In R. Schumacker & G. A. Marcoulides (Eds.). *Interaction and nonlinear effects in structural equation modeling* (pp. 1-16). New York: Lawrence Erlbaum.
- Rogers, W. M., & Schmitt, N. (2004). Parameter recovery and model fit using multidimensional composites: A comparison of four empirical parceling algorithms. *Multivariate Behavioral Research*, 39(3), 379–412.
- Satorra, A., & Bentler, P. M. (1988). Scaling corrections for Chi-square statistics in covariance structure analysis. *ASA 1988 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association*, 308-313. American Statistical Association, Alexandria, VA.
- Serlin, R. C. (2000). Testing for robustness in Monte Carlo studies. *Psychological Methods*, 5(2), 230-240.
- Shepperd, J. A. (1991). Cautions in assessing spurious "moderator effects". *Psychological Bulletin*, 110(2), 315-317.
- Steiger, J. H., & Schönemann, P. H. (1978). A history of factor indeterminacy. In S. Shye (Ed). *Theory construction and data analysis in the behavioral sciences*. (pp. 136-178). *San Francisco, CA: Jossey-Bass*.
- Takeuchi, R., Wang, M., Marinova, S. V., & Yao, X. (2009). Role of domain-specific facets of perceived organizational support during expatriation and implications for performance. *Organization Science*, 20(3), 621-634.
- Trautwein, U., Marsh, H. W., Nagengast, B., Lüdtke, O., Nagy, G., & Jonkmann, K. (2012). Probing for the multiplicative term in modern expectancy–value theory: A

- latent interaction modeling study. *Journal of Educational Psychology*, *104*(3), 763-777.
- Tucker, J. A., Pacek, A. C., & Berinsky, A. J. (2002). Transitional winners and losers: attitudes toward EU membership in post-communist countries. *American Journal of Political Science*, *46*(3), 557-571.
- Wall, M. M. (2009). Maximum likelihood and Bayesian estimation for nonlinear structural equation models. In R. E. Millsap & A. Maydeu-Olivares (Eds.), *The SAGE handbook of quantitative methods in psychology* (pp. 540-567). London: Sage Publications.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2001). Generalized appended product indicator procedure for nonlinear structural equation analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, *26*(1), 1-29.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2003). A method of moments technique for fitting interaction effects in structural equation models. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *56*(1), 47-63.
- Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2004). A review of nonlinear factor analysis statistical methods. In R. Cudeck & R. C. MacCallum (Eds.), *Factor analysis at 100: Historical Developments and Future Directions* (pp. 337-361). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
- Wall, M. M., Guo, J., & Amemiya, Y. (2012). Mixture factor analysis for approximating a nonnormally distributed continuous latent factor with continuous and dichotomous observed variables. *Multivariate Behavioral Research*, *47*(2), 276-313.
- Wen, Z., Marsh, H. W., & Hau, K. T. (2010). Structural equation models of latent interactions: An appropriate standardized solution and its scale-free

- properties. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 17(1), 1-22.
- Wirth, R. J., y Edwards, M. C. (2007). Item factor analysis: current approaches and future directions. *Psychological Methods*, 12(1), 58-79.
- Wolbring, T., Keuschnigg, M., & Negele, E. (2013). Needs, comparisons, and adaptation: The importance of relative income for life satisfaction. *European Sociological Review*, 29(1), 86-104.
- Woods, C. M. (2006). Ramsay-curve item response theory (RC-IRT) to detect and correct for nonnormal latent variables. *Psychological Methods*, 11(3), 253–270.
- Woods, C. M. (2007). Ramsay curve IRT for Likert-type data. *Applied Psychological Measurement*, 31(3), 195-212.
- Wu, Y., Wen, Z., Marsh, H. W., & Hau, K. T. (2013). A comparison of strategies for forming product indicators for unequal numbers of items in structural equation models of latent interactions. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 20(4), 551-567.
- Yuan, K.-H., Bentler, P. M., & Kano, Y. (1997). On averaging variables in confirmatory factor analysis model. *Behaviormetrika*, 24(1), 71–83.

## ANEXO

### EJEMPLO DE CÓDIGO DE SIMULACIÓN DE DATOS EN R

A continuación se presenta un ejemplo de código de simulación de datos con indicadores continuos en el software R. Este código<sup>10</sup> permite crear un modelo de estructura que puede o no incluir factores exógenos correlacionados, efectos lineales, efectos de interacción y/o cuadráticos. Las especificaciones mostradas con un asterisco (\*) pueden ser modificadas de acuerdo a las necesidades del estudio.

```
# ESPECIFICACIONES PREVIAS A LA SIMULACIÓN
set.seed(1234567890) # Valor de la semilla de simulación (*)
nr <- 500;          # número de réplicas      (*)
ns <- 500;          # numero de casos /sujetos (*)
nx <- 4;            # numero indicadores factores exógenos (*)
ny <- 4;            # numero de indicadores factor endógeno (*)
phi21 <- 0;        # Cov (F1,F2)            (*)
lx <- 0.7;          # Lambda indicadores X      (*)
ly <- 0.7;          # Lambda indicadores Y      (*)
g1 <- 0.3;          # Efecto lineal de F1        (*)
g2 <- 0.3;          # Efecto lineal de F2        (*)
o12 <- 0;          # Efecto interacción F1F2 (*)
o11 <- 0;          # Efecto cuadrático de F1 (*)
o22 <- 0;          # Efecto cuadrático de F2 (*)
z <- 0.906         # Varianza del error de Eta (*)

# SIMULACIÓN DE DATOS (no modificar)
a <- -(o12*phi21 + o11 + o22);
for (r in seq(1:nr)) {
  Z <- rnorm(ns,0,1); uf <- (1-phi21^2)^0.5; e <- rnorm(ns, 0, 1);
  F1 <- rnorm(ns, 0, 1); F2 <- F1*phi21 + uf*e;
  Eta <- a + F1*g1 + F2*g2 + F1*F2*o12 + F1^2*o11 + F2^2*o22 + Z*z
  Y <- matrix(0, ns, ny); ep <- matrix(0, ns, ny);
  X1 <- matrix(0, ns, nx); de1 <- matrix(0, ns, nx);
  X2 <- matrix(0, ns, nx); de2 <- matrix(0, ns, nx);
  te <- (1-(ly*ly))^0.5; td <- (1-(lx*lx))^0.5;
  uy <- ((1/(ly*ly))-1)^0.5; ux <- ((1/(lx*lx))-1)^0.5;
  for (p in seq(1:ny)) { ep[,p] <- rnorm(ns,0,1) }
  for (p in seq(1:nx)) { de1[,p] <- rnorm(ns,0,1); de2[,p] <- rnorm(ns,0,1); }
  for (s in seq(1:ns)) { for (p in seq(1:ny)) {
    if (p == 1) { Y[s,1] <- Eta[s] + ep[s,1]*uy; }
    else { Y[s,p] <- Eta[s]*ly + ep[s,p]*te; } } }
  for (s in seq(1:ns)) { for (p in seq(1:nx)) {
    if (p == 1) { X1[s,1] <- F1[s] + de1[s,1]*ux; X2[s,1] <- F2[s] + de2[s,1]*ux; }
    else { X1[s,p] <- F1[s]*lx + de1[s,p]*td; X2[s,p] <- F2[s]*lx + de2[s,p]*td; } } }
  DAT <- cbind(Y, X1, X2);
  write.table(DAT, file=sprintf("%s%d%s", 'Datos',r,'.dat'), row.names=F, col.names=F);
}
# FIN
```

<sup>10</sup> Este código utiliza el generador de números aleatorios por defecto del programa R (procedimiento Mersenne-Twister). Para mayores antecedentes sobre este generador de números aleatorios consulte: <https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/base/html/Random.html>.