MODELOS DE OPCIONES APLICADOS AL SEGURO.

Autora: EVA Mª DEL POZO GARCIA

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA FINANCIERA Y CONTABILIDAD I
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

INDICE:

I.- INTRODUCCIÓN

Este artículo trata el estudio y aplicación de la Teoría financiera al campo del seguro. A este normalmente le han sido aplicados los modelos estadísticos y actuariales, pero gracias a la moderna Teoría financiera se le pueden aplicar, entre otros, modelos financieros tales como el Insurance CAPM, el modelo de valoración de opciones y el modelo de descuentos de flujos de caja.

Nos dedicaremos al estudio del modelo de valoración de opciones aplicado a la valoración de una empresa aseguradora. En primer lugar haremos referencia a la teoría y características generales de las opciones y a las similitudes que tienen ciertos elementos del seguro con las mismas, para finalmente centrarnos en el Modelo de Valoración de Opciones, en tiempo discreto y en tiempo continuo, aplicado a la valoración del seguro, comentando las conclusiones resultantes de dicha aplicación.

Es habitual aplicar la teoría de opciones a los activos clásicos como acciones, bonos y otros activos financieros, pero existen otros instrumentos financieros y de seguro que tienen las características de las opciones y que por tanto pueden ser valorados mediante los modelos de valoración de opciones. Así el valor de una empresa aseguradora tiene las características de una opción de compra Europea, un contrato de seguro puede ser interpretado como un activo financiero derivado donde los pagos dependen de los cambios en el valor de otros activos.

Algunos activos existen solamente en relación con otros. Un ejemplo de estos son las opciones suscritas sobre una mercancía, activo, tipos de interés, tipos de cambio, divisas etc..., denominados activos subyacentes. Las opciones son valores derivados en el sentido de que su valor no es el intrínseco sino el derivado del activo subyacente. La opción da al comprador o tenedor de la misma el derecho a comprar o vender el activo subyacente, pero no implica la obligación de llevar a cabo el contrato de compra o venta. Las condiciones del contrato especifican en el momento en el que el tenedor de la opción puede ejercer la compra o venta, fecha de ejercicio de la opción, y el precio al que se va a realizar, a éste se le denomina precio de ejercicio. El comprador de la opción ejercitará la misma cuando en el momento del vencimiento el precio de mercado supere al precio de ejercicio, obteniendo así un beneficio.

Existen dos tipos de opciones negociadas en mercados organizados: Opciones Europeas y Opciones Americanas. Las primeras solo pueden ser ejercitadas en la fecha de vencimiento, mientras que las segundas se pueden ejercitar en cualquier momento intermedio entre la firma del contrato y la fecha de vencimiento.

Este estudio está enfocado a las opciones Europeas que solo pueden ejercitarse en la fecha de ejercicio y no antes de la misma.

Una opción de compra Europea "call option" da al propietario el derecho a comprar un activo al precio de ejercicio y en la fecha de ejercicio.

Una call Europea se define como una función:

$$C(S, T) = C(S, T, K, \sigma, r)$$

donde:

S: es el precio del activo subyacente

T: vencimiento de la opción

K: es el precio de ejercicio

σ : es el parámetro de riesgo

r: es el tipo de interés libre de riesgo

De tal forma que:

$$C(S, T) = \mathrm{Max}(S-K , 0) \qquad (1)$$

Una opción de venta (put option) da al propietario el derecho a vender el activo subyacente a un precio de ejercicio determinado y en la fecha de ejercicio.

Una put Europea es una función:

$$P(S, T) = P(S, T, K, \sigma, r)$$

tal que:

$$P(S, 0) = \mathrm{Max}(K-S , 0) \qquad (2)$$

En ambos casos el tenedor de la opción no se encuentra obligado a comprar o vender, mientras que el vendedor de la misma si que tiene la obligación, por ello las opciones tienen un valor y deberían venderse al precio adecuado. Existe una extensa literatura sobre la valoración de opciones empleando fórmulas de valoración. El modelo más importante fue el desarrollado por Black y Scholes en 1973.

La idea fundamental del modelo es que un inversor puede continuamente mantener una perfecta cobertura (es decir una cartera libre de riesgo) mediante el uso de opciones, manteniendo activos y prestando y pidiendo prestado sin riesgo, es decir que su cartera puede repartirse al tipo de interés libre de riesgo en un mercado de capitales que funcione correctamente. A través de esta propuesta, el valor de una opción puede obtenerse si los precios de los activos usados para formar una cobertura libre de riesgo son conocidos. La obtención requiere que la distribución del precio del activo subyacente sea log-normal.

Existe una importante relación entre las calls y las puts sobre un mismo activo que es el *Teorema de la Paridad Put-Call*.

$$C(S, T) = S - [K e^{-rT} - P(S, T)] \qquad (3)$$

Este teorema dice que el valor de una call es igual al valor del activo subyacente menos el valor actual del precio de ejercicio más el valor de la put.

II.- APLICACIONES DE LAS OPCIONES AL SEGURO.

1.- Aplicación a una empresa aseguradora.

Como es sabido el valor del capital de una empresa aseguradora V_e, como el de cualquier otra, es igual al valor de sus activos A, menos el valor de sus obligaciones, L. Si suponemos que al final del período la compañía se liquida, los accionistas recibirían la diferencia entre los activos y obligaciones si los activos son mayores que las obligaciones o nada si los activos fueran menores que las obligaciones. Esta relación puede ser expresada mediante la siguiente ecuación:

$$V_e = \max [A\text{-}L, 0] \qquad (4)$$

Este valor al final del período es lo mismo que la liquidación de una opción de compra Europea, donde el valor de los activos es el valor del subyacente A y el valor de las obligaciones es el precio de ejercicio L. Por tanto los acreedores recibirán el valor de sus siniestros, L, si el valor de los activos supera al de las obligaciones, o el valor de los activos A si los activos de la compañía son menores que las obligaciones al final del período. El valor al final del período de los siniestros pendientes V_L, puede escribirse de la siguiente forma:

$$V_L = \min [L, A] \qquad (5)$$

Los acreedores tienen suscrita la venta de una opción de venta que cuyo valor máximo es el valor de sus siniestros, L, si el valor de los activos, A, es mayor o igual a L, y cuyo valor mínimo es 0 si los activos carecen de valor al final del período.

2.- Aplicación a un contrato de seguros.

Un contrato de seguros es otro ejemplo de activo financiero que tiene las características de una opción. Supongamos que una compañía de seguros suscribe en un único periodo pólizas con una prima P con una franquicia de cuantía B, y tiene una siniestralidad desconocida pero que se estima en una cuantía L. Ignorando el valor del dinero en el tiempo para simplificar, el valor de la póliza al final del periodo asegurado (V_p) se podría escribir:

$$V_p = \min [P, P\text{-}(L\text{-}B)] \quad \text{ó} \quad \min [P, P\text{-}L\text{+}B)] \qquad (6)$$

El asegurador obtendría la prima neta si no existe siniestralidad o si la siniestralidad no excede a la franquicia. Si la siniestralidad fuera mayor que la franquicia, el ingreso del asegurador se reduciría por la diferencia entre la siniestralidad y la franquicia. La ecuación 6 es muy similar a la liquidación de una opción de compra Europea (el asegurador es vendedor de la call). El asegurador, en efecto, ha vendido una opción de compra Europea con precio de ejercicio la franquicia. Es este caso, el asegurado es comprador o propietario de una opción de compra europea. El valor del siniestro asegurado V_h se puede escribir:

$$V_h = \max [L\text{- }B\text{-}P, \text{-}P] \qquad (7)$$

Esto puede ser utilizado para determinar el rendimiento de equilibrio en la valoración del seguro empleando la estructura de la valoración de opciones.

III.- APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES A LA VALORACIÓN DEL SEGURO.

La teoría de valoración de opciones ha sido aplicada por diversos autores para la valoración del seguro, entre los que se encuentran Smith (1977), Schwartz (1979) Doherty y Garven (1986), Cummins (1990), (1991), incluso fue aplicado por Cummnis (1988) a los fondos de garantía del seguro. Doherty y Garven emplean para la valoración tiempo discreto, mientras que Cummnis emplea tiempo continuo y la fórmula de valoración de Black-Scholes. Ambos mantienen la aleatoriedad tanto de los activos A, como de las obligaciones, cuyo valor constituye el precio de ejercicio L. En el presente documento estudiaremos el modelo para tiempo discreto

Modelo en tiempo discreto.

Comenzaremos con el modelo desarrollado por Doherty y Garven. Su formulación supone un único período asegurado con un capital inicial S_0 y primas netas de gastos P_0. El objetivo del modelo es encontrar la prima que proporcione al asegurador una adecuada tasa de rendimiento del capital. Esto se obtiene descontando el valor de mercado esperado al final del período e igualándolo con la cuantía al comienzo del período.

La suma del capital inicial y las primas representa el flujo de caja inicial del asegurador o la cartera inicial de activos Y_0.

$$Y_0 = S_0 + P_0 \qquad (8)$$

El asegurador tiene disponible inicialmente esta cartera de activos para invertir al tipo r. El capital se puede invertir durante un período completo mientras que las primas solo se pueden invertir durante una parte del período ya que existe un lapso de tiempo desde que se reciben las primas hasta el pago de los siniestros. El tiempo que media entre el momento que se reciben las primas y el pago de los siniestros se llama coeficiente generador de fondos y lo denotaremos por k. Al final del período el asegurador dispone de una cartera formada por la cartera inicial Y_0 más los ingresos generados de la inversión de dicha cartera al tipo r que se puede escribir de la siguiente forma:

$$Y_1 = S_0 + P_0 + (S_0 + kP_0)\, r \qquad (9)$$

Al final del período el asegurador dispone de un capital o activos con valor Y_1 con los que deberá pagar los siniestros acaecidos. Los pagos que debe realizar el asegurador incluyen además de la siniestralidad, los impuestos que deberán pagarse.

Esta cuantía Y_1 debería ser suficiente para pagar la cuantía de la siniestralidad L. Si al final del período el valor de los activos del asegurador es mayor o igual a L, los asegurados reciben la cuantía L. Si los activos del asegurador no cubren la siniestralidad, los asegurados reciben la cuantía Y_1. Al final del período los siniestros asegurados son H_1 y se representan de la siguiente forma:

$$H_1 = \max\ \{\min[L, Y_1]\ , 0\} \qquad (10)$$

Esto es equivalente a la liquidación al vencimiento para el comprador de una opción de compra Europea con precio de ejercicio L.

Otra consideración similar a una opción de compra es el pago de los impuestos. Si el asegurador tiene unos ingresos computables positivos, el gobierno recibe impuestos sobre los beneficios del asegurador. Mientras que si no hay beneficio los ingresos procedentes de impuestos para el gobierno serían 0. El valor de los impuestos al final del período T_1, se puede escribir de la siguiente forma:

$$T_1 = \max\ \{i\ [w(Y_1 - Y_0) + P_0 - L]\ , 0\} \qquad (11)$$

donde:

i = Es el tipo impositivo

w = La parte de los ingresos invertidos sujetos a gravamen

El término $Y_1 - Y_0$ representa los ingresos del asegurador provenientes de las inversiones.

La parte de la cartera de activos que queda después de pagar los siniestros e impuestos revierte a los accionistas. Por lo tanto el valor del capital al final del período V_e es:

$$V_e = Y_1 - H_1 - T_1 \qquad (12)$$

Sin embargo, los valores al final del período de la ecuación anterior, no son conocidos en términos de certeza al inicio del mismo. El valor actual del valor esperado del capital deberá ser estimado para comenzar con el proceso de obtención del valor de la prima que tenga una rentabilidad adecuada sobre el capital.

El valor actual de los siniestros asegurados y de los impuestos a pagar se puede escribir como sigue:

$$H_0 = V(Y_1) - C[Y_0 \,;\, E(L)] \qquad (13)$$

$$T_0 = iC\,[w(Y_1 - Y_0) + P_0 \,;\, E(L)] \qquad (14)$$

donde:

$V(Y_1)$: Valor de mercado de la cartera de activos del asegurador

$C[A \,;\, B]$: Valor actual de una opción de compra europea con precio de ejercicio B suscrita sobre un activo con un valor A.

$E(L)$: Siniestralidad esperada y gastos inherentes a la misma durante el período.

$$V_e = V(Y_1) - H_0 - T_0 = C[Y_0 \,;\, E(L) - iC\,[w(Y_1 - Y_0) + P_0 \,;\, E(L)]\,] = C_1 - C_2 \cdot i$$

Veamos un ejemplo:

Supongamos un asegurador en la siguiente situación, las cuantías están denotadas en millones de euros:

Capital inicial	150 millones euros
Primas suscritas	300
Gastos	80
Siniestralidad esperada	200
Desviación típica del rendimiento de las inversiones	0.5
Desviación típica de la siniestralidad	0.0
Tipo de interés libre de riesgo	4.0%
Coeficiente generador de fondos	1.0

Empleando la notación anterior para la valoración de opciones es S_0 = 150 millones de euros, P_0 = 220 (300 de las primas, menos 80 de gastos), E(L) son 200 y por tanto no existe incertidumbre en la siniestralidad ya que se considera la esperanza matemática de la misma, y k tiene valor 1, puesto que el período considerado es de un año, es decir el tiempo que transcurre desde que el asegurador recibe las primas hasta el pago de los siniestros con los activos de que dispone.

Suponiendo que inicialmente no hay impuestos, el valor de esta empresa aseguradora está basado en la ecuación anterior y en el modelo de valoración de opciones de Black-Scholes :

$$C[Y_0, E(L)] = C[150+300-80 ; 200] = C[370 ; 200]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{370}{200}\right) + (0,04 + 0,5(0,5)^2)1}{0,5(1)^{1/2}} = 1,56$$

$$d_2 = 1,56 - 0,5(1)^{1/2} = 1,06$$

$$C = 370N(1,56) - 200e^{-0,04(1)}N(1,06) = 370(0,9407) - 200(0,9608)(0,8555) = 183,65$$

Por tanto el valor de este asegurador basado en la metodología de la valoración de opciones es de 183,65 millones de euros omitiendo los impuestos.

Este valor es mayor que si consideramos el que se obtendría añadiendo al capital inicial de 150 millones, las primas suscritas 300 millones y restándole los gastos 80 y la siniestralidad 200, ya que de este modo nos quedarían 20 millones de beneficio, con lo cual el capital después de pagar gastos y siniestros serían 170 millones. La razón de que el valor obtenido a través del modelo de valoración de opciones sea mayor que el otro es que este modelo considera la probabilidad de insolvencia.

Si en el cálculo se incluyen los impuestos. Suponemos que todo el ingreso por inversiones es computable a efectos de impuestos. El asegurador tiene un tipo impositivo del 35%. Al final del período, la cartera de activos calculada en base a la ecuación (9):

$$Y_1 = 150+220 + (150+1,0(220)) ((0,04) = 384,8$$

$$T_0 = 0,35C [(384,8 - 370) + 220 ; 200] = 0,35C [234,8 ; 200]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{234,8}{200}\right) + (0,04 + 0,5(0,5)^2 1}{0,5(1)^{1/2}} = 0,6508$$

$$d_2 = 0,6508 - 0,5(1)^{1/2} = 0,1508$$

$$C = 234,8N(0,6508) - 200e^{-0,04(1)}N(0,1508) = 234,8(0,7424) - 200(0,9608)(0,5599) = 66,7228$$

$$T_0 = 0,35C = 23,35$$

Este valor de los impuestos parece ser superior, dado que el asegurador ha invertido sus ingresos al tipo libre de riesgo habrá obtenido 8 millones de ingresos por inversiones más el beneficio del negocio asegurador de 20 millones, en total 20,8 millones. Sin embargo los impuestos son asimétricos, ya que es un 35% sobre cualquier plusvalía o ganancia, pero no habrá impuestos si hay pérdidas. En realidad el tratamiento de los impuestos es mucho más complicado que lo que propone este modelo.

Considerando los impuestos en la determinación del valor de la compañía obtenidos en este ejemplo de la ecuación anterior tenemos:

$$V_e = 183,65 – 23,35 = 160,30$$

Ya que V_e es superior al capital inicial de 150 millones de euros, el asegurador tiene más valor que el inicial utilizando este modelo de valoración. En este ejemplo, la siniestralidad esperada se supone cierta, o al menos se considera en términos de esperanza matemática.

Si se introduce en el modelo la siniestralidad variable, entonces los precios de ejercicio de las opciones para la compañía y los impuestos son variables aleatorias. Se puede tener en cuenta esta variación, pero esto complicaría los cálculos.

Doherty y Garven posteriormente utilizan esta metodología, incluyendo la variación en la siniestralidad con el fin de obtener un valor apropiado de las primas. El valor de las primas debería ser tal que el valor de mercado del capital sea igual a la cuantía del capital inicial S_0 y la rentabilidad justa para los accionistas. Los valores Y_0 e Y_1 son funciones de la prima "justa" P^* como son las opciones de compra de la ecuación (15):

$$V_e = C\,[Y_1(P^*)\,;\,E(L)] - tC[i(Y_1(P^*) – Y_0(P^*)) + P\,;\,E(L)] = C_1^* - tC_2^* = S_0 \qquad (16)$$

El margen "justo" de beneficio del asegurador MB viene dado por la ecuación:

$$MB = [P^{*} - E(L)] / P^{*} \quad (17)$$

IV.- CONCLUSIONES.

Se pueden destacar varios puntos de interés en la aplicación del modelo de opciones aplicado a la valoración del seguro:

(1).- El tipo de descuento es el tipo libre de riesgo (r), menos la tasa de inflación. Esta tasa puede ser negativa llevando a aumentar las primas si la inflación del seguro es más alta que la inflación general.

(2).- La variable de la opción es realmente el ratio activos/obligaciones, A/L= $(P+ V_e)/ L$. Por tanto, la opción es denominada en obligaciones y se puede usar para escribir la ecuación (23) en términos absolutos en lugar del ratio A/L.

(3).- Usando matemáticas en tiempo continuo, se obtiene un resultado lognormal que refleja activos y obligaciones estocásticas. Mientras que la fórmula lognormal desarrollada por Doherty y Garven usando un modelo en tiempo discreto es solo aproximada ya que las sumas de variables lognormales no es lognormal.

(4).- La correlación positiva entre activos y obligaciones reduce el parámetro de riesgo e incrementa la prima. Cada correlación positiva significa que el asegurador tiene disponible una cobertura natural y por tanto se reduce el riesgo.

Aunque la fórmula de valoración de las opciones europeas proporciona una importante valoración para el seguro, no es realmente apropiada para la mayoría de los problemas del seguro en el mundo real. Muy pocos problemas del negocio asegurador satisfacen las hipótesis tan rígidas de este modelo, por ejemplo: el no pagar antes de la fecha de vencimiento fijada en la que todos los siniestros son pagados. Todos sabemos que los siniestros, en la medida de lo posible, se van pagando según van ocurriendo sin necesidad de esperar al final del período, y que existen otros siniestros que quedan pendientes de pago durante varios períodos, debido por ejemplo a decisiones judiciales. Desafortunadamente, algunos autores han intentado forzar que los problemas del seguro entren dentro de la estructura de una opción europea, sin embargo, lo más apropiado, pero más difícil, es adaptar el modelo al problema en vez de forzar el problema al modelo. Adaptar el modelo, normalmente implica la utilización de matemáticas más complejas, sin embargo, con esfuerzo hasta los contratos de seguro más complicados tienen característica de opción. Un ejemplo de una situación donde el modelo de opción europea es probablemente apropiado sin muchas modificaciones, es el cálculo del fondo de garantía (Cummins 1988). El fondo de garantía se compromete a pagar a los asegurados si la compañía quiebra. Cummins calcula el fondo de garantía apropiado utilizando un proceso de difusión para los activos y obligaciones similar al modelo de valoración de opciones de Black-Scholes. La opción, en este caso, es sobre la totalidad de la compañía y puede ser considerado como un derecho en un plazo fijo. Por ejemplo, si suponemos que la garantía es para un período, entonces el valor de la garantía al final del período cuando la compañía es auditada es Max (L-A, 0), es decir, el fondo de garantía cubre solo el exceso entre los activos y las obligaciones en la fecha de auditoría. Por lo tanto, el valor de la garantía puede ser considerado como una opción de venta.

El valor de la opción de compra se obtiene mediante el modelo de valoración de opciones de Black-Scholes. Doherty y Garven utilizan dos modelos diferentes de valoración de opciones para valorar las opciones en la ecuación (16) A estos dos modelos se llega mediante diferentes supuestos sobre las preferencias del riesgo del inversor y las distribuciones del precio de los activos. Uno de los modelos está basado en la aversión constante y absoluta al riesgo (CARA constant absolute risk aversion) y una distribución normal de los precios de los activos y el otros supone aversión constante y relativa al riesgo (CRRA, constant relative risk aversion) y una distribución lognormal de los precios de los activos similar al modelo de Black- Scholes. Como estos modelos no proporcionan una forma única de solución, P^* se obtiene mediante prueba y error de las versiones parametrizadas de estos modelos. Los parámetros que es necesario estimar para estos modelos son el capital inicial, la desviación típica de los costes de los siniestros y el rendimiento de las inversiones, y la correlación entre los costes de los siniestros y los rendimientos de las inversiones. Los resultados generales de esta investigación indican que los márgenes de beneficio apropiados para el negocio asegurador son mayores utilizando el modelo de valoración de opciones que utilizando el CAPM.

Este modelo de valoración de opciones para la valoración del seguro es más complicado que el CAPM o que el modelo de descuento de flujos de caja, pero evita muchos de los problemas, tales como la estimación de los betas y el riesgo de mercado de las primas que tiene los modelos basados en el CAPM. Además el modelo de opciones es diferente en cuanto que utiliza el riesgo total de la cartera de inversiones del asegurador y las operaciones del negocio asegurador, en vez de el riesgo sistemático.

Un problema para aplicar el modelo de valoración de Black- Scholes al seguro. es la tendencia de aplicación este modelo a las opciones in-the-money, es decir aquellas en las que el precio del subyacente se encuentra por encima del precio de ejercicio. Estas opciones, son exactamente el tipo de opción que se usa en las aplicaciones al seguro del modelo de valoración de opciones, ya que el valor final esperado para los activos del asegurador generalmente es mucho mayor que la siniestralidad esperada. Por tanto aunque el modelo de valoración de opciones tienen importantes ventajas sobre otros modelos de valoración hay que tener en consideración las tendencias de este modelo.

El capital final del asegurador podría ser considerado como una opción de compra suscrita sobre la cartera de activos del asegurador. El valor de esta opción se obtiene restando al valor de los flujos de caja finales, los valores de los siniestros y los impuestos, ambos, como hemos visto anteriormente tienen las características de una opción. Pero el valor del capital de la opción depende también de las primas pagadas. El valor del capital final es igual al valor de mercado del capital inicial, podemos resolverlo endógenamente para las primas P. Esta solución asegura que a los accionistas se les ofrece una tasa de rendimiento competitiva sobre su capital invertido en la compañía.

La principal ventaja del uso de la teoría de valoración de opciones para la valoración de seguro es que se pueden evitar los principales de los problemas de estimación que se encuentran en el CAPM y APM. A diferencia de los modelos anteriores, el planteamiento de las opciones no requiere la estimación del riesgo de las primas directamente; este está implícito en el valor del activo subyacente sobre el que se ha suscrito la opción. Pero esta ventaja no es sin ningún coste. Los supuestos de la distribución requeridos para usar la valoración de opciones son bastante específicos, o bien distribución normal o log-normal. Estas distribuciones pueden proporcionar planteamientos o aproximaciones razonables donde la variable subyacente es una cartera diversificada de activos financieros o pólizas.

V.- BIBLIOGRAFIA.

- Cummnis, J. David. 1988. "Risk-based Premiums for Insurance Guaranty Funds". *Journal of Finance.* Vol XLIII, nº 4 Págs: 823-839.
- Cummnis, J. David. 1990. "Property-Liability Insurance Pricing Models: An Empirical Evaluation". *Journal of Risk and Insurance.* Vol LVII, nº 3 Págs: 391-430.
- Cummnis, J. David. 1990 "Multi-period Discounted Cash Flow Ratemaking Models In Property-Liability Insurance". *Journal of Risk and Insurance.* Vol LVII, Págs: 79-109.
- Cummnis, J. David. 1990 "Asset Pricing Models and Insurance Ratemaking". *Astin Bulletin.* nº 20, Págs: 125-166.
- Cummnis, J. David. 1991. "Statistical and financial Models of Insurance Pricing and the insurance firm". *Journal of Risk and Insurance.* Págs: 260-302.
- D'arcy, Stephen and Doherty, Neil, 1988. "The Financial Theory of pricing Property-Liability Insurance Contracts". *Philadelphia: S.S. Huebner Foundation*
- D'arcy, Stephen and Dyer, Michael, 1997. "Ratemaking: A Financial Economics Approach". *Casualty Actuarial Society.* Págs: 301-390.
- Doherty, Neil and Garven, James. 1986. "Price Regulation in Property-Liability Insurance: A Contingent-Claims Approach". *Journal of Finance.* Vol XLI. nº 5. Pags: 1031-1050.