

# **POLÍTICA MONETARIA Y CAMBIOS DE RÉGIMEN EN LOS TIPOS DE INTERÉS DEL MERCADO INTERBANCARIO**

**José Luis Fernández-Serrano**

Dpto. Economía Aplicada y Estadística, UNED y  
C/ Pº Senda del Rey, 11, 28040 Madrid.  
Tel.: + 34 91 398 63 32 Fax: + 34 91 398 63 35  
[jlfernandez@cee.uned.es](mailto:jlfernandez@cee.uned.es)

**Lola Robles Fernández**

Dpto. de Economía Cuantitativa, UCM  
Campus de Somosaguas, 28223, Madrid  
Telf: +34 913942347. Fax: +34 913942613  
[eccua20@sis.ucm.es](mailto:eccua20@sis.ucm.es)

---

## **Resumen**

En este trabajo analizamos el comportamiento dinámico del tipo de interés a un mes del mercado interbancario español entre 1987 y 2001. Se utiliza un proceso de difusión tipo raíz cuadrada que permite que el tipo cambie dependiendo del estado en el que se encuentre la economía. El cambio entre regímenes es dirigido por un proceso de Markov de primer orden con probabilidades de transición estado dependientes. Encontramos dos regímenes claramente diferenciados que podemos relacionar con cambios en la política monetaria. Encontramos periodos en los que el tipo de interés es extremadamente alto y volátil, los cuales parecen estar asociados con episodios caracterizados por fuertes presiones en los mercados cambiarios. Este tipo de comportamiento es el menos probable. El segundo régimen presenta una mayor persistencia y está caracterizado por tipos de interés bajos poco volátiles que se comportan claramente como un paseo aleatorio.

---

## **Abstract**

We analyse the dynamic behaviour of the 1-month interest rate of the Spanish money market between 1987 and 2001. The rate is modelled as a squared-root diffusion process that allows the rate to change depending on the state of the economy. The switch between regimes is governed by a first-order Markov process with state-dependent transition probabilities. We find two clearly differentiated regimens that can be related with changes in the monetary policy. We find periods of extremely high and volatile interest rates, which seem to be associated with episodes characterized by strong pressures in the exchange markets. This kind of behaviour is the less probable one. The second regime presents a bigger persistence, and it is characterized by less volatile and low interest rates that behave clearly as a random walk.

---

**Palabras clave:** Proceso de Markov, tipo de interés a corto plazo, procesos de difusión

**Clasificación JEL:** E13, E43, G12, G15

## **1. Introducción**

En los últimos años encontramos una gran proliferación de trabajos centrados en analizar las propiedades estocásticas del tipo de interés a corto plazo motivados por la importancia de esta variable en economía y finanzas. A partir del artículo de Chang, Karoly, Longstaff y Sanders (1992) el interés ha estado en averiguar qué modelo es capaz de recoger las regularidades empíricas de los tipos. En muchos de los trabajos se considera de manera explícita el efecto de cambios en las condiciones del ciclo económico o en la política monetaria. Estos cambios pueden afectar a los tipos reales y a las tasas de inflación esperadas y causar que los tipos de interés nominales tengan un comportamiento bastante diferente en distintos períodos de tiempo.

El análisis de la presencia de estos cambios se ha abordado generalmente de dos formas: (1) análisis de cambio estructural y (2) con modelos de cambio de régimen, CR. Dentro del primer enfoque encontramos trabajos como el de Episcopos (2000), Rico (2000) o García-Montalvo (1998). En ellos se analiza la presencia de cambio estructural estimando el modelo para el tipo de interés por submuestras o con variables ficticias.

Frente a este enfoque, los modelos CR, desarrollados a partir del modelo propuesto por Hamilton (1998), tienen la ventaja de que permiten que los parámetros cambien a lo largo del tiempo guiados por una variable de estado de Markov no observable. Del mismo modo, permiten estimar la probabilidad de que la economía se encuentre en un régimen determinado. Entre los trabajos que han aplicado estos modelos al análisis de los tipos de interés podemos destacar Hamilton (1988), Lewis (1991), Evans y Lewis (1994), Solá y Driffill (1994), Garcia y Perron (1996) Gray (1996), Dahlquist y Gray (2000), Bekaert, Hodrick y Marshall (2001) y Ang y .Bekaert (2002a, 2002b).

La inestabilidad en los tipos puede ser especialmente relevante en el caso de los países de la Unión Europea, dados los cambios a que se han visto sometidos a raíz del proceso de integración europea. Por ejemplo, Episcopos (2000) encuentra cambios en

los parámetros del modelo para Bélgica a finales de 1993 y Alemania en 1994. Dahlquist y Gray (2000) utilizan modelos CR y encuentran cambios de régimen en los tipos de interés de Bélgica, Dinamarca, Francia, Alemania, Italia y Holanda relacionados con los ataques especulativos a las distintas monedas del Sistema Monetario Europeo (SME) a principios de los 90.

Del mismo modo, el proceso de integración es también una fuente potencial de inestabilidad en los tipos de interés en el caso de España. La incorporación de la divisa española al SME supuso un cambio en la instrumentación de la política monetaria por parte del Banco de España (BE), que pasó a controlar de manera directa el tipo de interés a corto plazo. Sin embargo, para conseguir que la peseta fluctuara en la banda del 6% establecida en Mecanismo Regulador de Cambios (MRC) el BE se vio obligado a intervenir frecuentemente en los mercados de divisas, lo cual inevitablemente limitaba el margen de maniobra en el control del tipo a corto plazo.

Algunos autores han considerado los efectos del proceso de integración sobre el tipo a corto plazo en España. Por ejemplo, García Montalvo (1998) analiza el tipo a un mes del mercado interbancario con una muestra de datos mensuales de 1980 a 1996. Encuentra un cambio estructural en junio de 1989 relacionado con la incorporación de la peseta al SME. Rico (2000) analiza el tipo a un día de las operaciones de compra-venta con pacto de recompra de las letras del Tesoro con datos mensuales entre 1989 y 1995, incorporando un cambio estructural en abril de 1993 tras una inspección visual de la serie. Fernández-Serrano y Robles (2001) analizan la presencia de cambios estructurales en los tipos de interés con plazos de 1, 3, 6 y 12 meses del mercado interbancario considerando la presencia del cambio y la fecha en que ha tenido lugar de manera endógena. Analizan tipos medios semanales entre 1987 y 1999. Detectan la existencia de un cambio estructural en mayo de 1993, relacionado con la crisis del SME. Adicionalmente, en un análisis de la transmisión de volatilidad de los tipos del mercado de deuda pública español, Benito (2001) indica la presencia de dos regímenes diferenciados en los tipos de interés españoles relacionados con la crisis de credibilidad

de la política monetaria y la poca probabilidad asignada por los mercados a la entrada de la peseta en el Euro entre 1993 y 1995.

En este trabajo nos proponemos estudiar la dinámica de los tipos a corto plazo entre 1987 y 2001 utilizando una versión del modelo CR generalizado propuesto por Gray (1996). Partimos del proceso de difusión de Cox, Ingersoll y Ross (1985) permitiendo que tanto el grado de reversión a la media como la dependencia de la volatilidad del nivel de los tipos sea diferente en cada régimen. Para estimar el modelo utilizamos la discretización exacta del proceso de difusión desarrollada por Nowman (1997) y estimamos por máxima verosimilitud. Adicionalmente consideramos la posibilidad de que la probabilidades de transición sean dependientes del estado en que se encuentre la economía, siendo función de la información disponible. Como veremos más adelante, la economía española y más concretamente su política monetaria, se ha visto sometida a cambios importantes durante el periodo analizado. Esto puede justificar la existencia de cambios de régimen en el comportamiento de los tipos de interés que pueden ser importantes a la hora de elegir un modelo que recoja adecuadamente la evolución del tipo.

El resto del trabajo se estructura como sigue. En la siguiente sección se desarrolla el modelo CR para el tipo de interés. En la sección 3 se describen los datos analizados y se presentan los resultados obtenidos en la estimación del modelo. Por último, en la sección 4 se muestran las principales conclusiones.

## **2. Metodología**

El modelo para el tipo de interés a corto plazo debe ser tal que capture sus características empíricas. De este modo elegimos un modelo que sea capaz de recoger la reversión a la media del tipo de interés, y su exceso de curtosis. Ambos fenómenos se han tratado habitualmente en la literatura a través de procesos de difusión en tiempo continuo. En el caso mas general la dinámica del tipo de interés se puede describir como la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dr = (\alpha + \beta r) dt + \sigma r^\gamma dW \quad (1)$$

donde  $r$  es el tipo de interés instantáneo libre de riesgo,  $dW$  es el incremento de un movimiento Browniano estándar,  $\alpha$  y  $\beta$  representan la deriva y la reversión a la media del proceso<sup>1</sup>, y  $\gamma$  recoge el grado de dependencia de la desviación típica respecto del nivel de tipo de interés, por lo que captura el posible exceso de curtosis de la distribución incondicional.

Tal como Chang, Karoly, Longstaff y Sanders (1992) mostraron, la expresión (1) anida un gran número de modelos para el tipo de interés propuestos en la literatura. En particular, con  $\gamma=0$  tenemos el modelo de Vasicek (1977) y con  $\gamma=0.5$  tenemos el proceso raíz cuadrada propuesto por Cox, Ingersol y Ross (1985), CIR en adelante.

Para estimar la ecuación (1) el modelo debe estar en forma discreta. Nowman (1997) desarrolla la discretización exacta de la expresión (1) como:

$$\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta} (e^\beta - 1) + (e^\beta - 1) r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde el error,  $\varepsilon_t$ , sigue una distribución normal de media cero y varianza condicional:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta} (e^{2\beta} - 1) r_{t-1}^{2\gamma} \quad (3)$$

A partir de este modelo, y siguiendo a Gray (1996), incorporamos cambios de régimen en el proceso generador de datos de los tipos de interés. Para ello formularemos un proceso de cambio de régimen de Markov, en el cual el tipo de interés seguirá un proceso de difusión en cada régimen. Los parámetros relevantes van a depender del estado en que se encuentre la economía, pudiendo ser distintos entre regímenes.

Consideramos un modelo de 2 regímenes. Para ello, definimos la variable  $S_t=1,2$  como un indicador no observable que indica en que régimen se encuentra la economía en el periodo  $t$ . En cada régimen el tipo de interés sigue un proceso tipo CIR, en el que  $\gamma=0.5$ , es decir:

---

<sup>1</sup> En particular  $-\beta$  mide la velocidad del ajuste del tipo de interés a su media a largo plazo, la cual es  $-\alpha/\beta$ .

$$\Delta r_t = \mu_{it} + \sqrt{h_{it}} z_t \quad (4)$$

donde  $z_t$  es una variable independiente e idénticamente distribuida normal de media cero y varianza uno,  $\mu_{it} = \frac{\alpha_i}{\beta_i}(e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1}$ ,  $h_{it} = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i}(e^{2\beta_i} - 1)r_{t-1}$  y  $S_t = i$ ,  $i=1,2$ .

Nos restringimos al modelo CIR para permitir una mejor interpretación de las diferencias que encontremos en la volatilidad de los tipos de interés entre los dos regímenes<sup>2</sup>. El modelo (4) permite que el grado de reversión a la media sea distinto entre regímenes, así como la media a largo plazo. Del mismo modo el efecto nivel de la varianza puede ser distinto entre regímenes. Si suponemos normalidad condicional en cada régimen, el modelo CR implica que la distribución de los cambios en el tipo de interés es una mixtura de normales del tipo:

$$\Delta r_t | \Omega_{t-1} \sim \begin{cases} N(\mu_{1t}, h_{1t}) & \text{con probabilidad } p_{1t} \\ N(\mu_{2t}, h_{2t}) & \text{con probabilidad } (1 - p_{1t}) \end{cases} \quad (5)$$

donde  $\Omega_{t-1}$  es el conjunto de información disponible hasta el periodo  $(t-1)$  y  $p_{1t} = \Pr[S_t = 1 | \Omega_{t-1}]$ , es decir, es la probabilidad de estar en el régimen 1 dado el conjunto de información disponible. Nótese que en el caso del proceso de difusión la única información relevante la proporciona el nivel de los tipos de interés, por lo que  $\Omega_{t-1} = \{r_{t-1}\}$ .

Como es habitual en la literatura, y siguiendo a Hamilton (1988, 1989) suponemos que  $S_t$  sigue un proceso de Markov de primer orden con matriz de probabilidades de transición constante:

$$\begin{aligned} \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] &= P \\ \Pr[S_t = 2 | S_{t-1} = 1] &= (1 - P) \\ \Pr[S_t = 2 | S_{t-1} = 2] &= Q \\ \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 2] &= (1 - Q) \end{aligned} \quad (6)$$

<sup>2</sup> Adicionalmente, tal como muestra Dahlquist, (1996), al fijar el valor de  $\gamma$  se evitan problemas en la maximización de la función de verosimilitud relacionados con la alta correlación existente entre  $\gamma$  y  $\sigma$ .

Dada la naturaleza recursiva de la estructura de Markov, se puede generalizar al caso de probabilidades de transición dependientes del estado en que se encuentre la economía. Es posible, por tanto, considerar que estas probabilidades de transición dependen del conjunto de información disponible. Para ello, siguiendo a Gray (1996), formulamos estas probabilidades como una función del nivel del tipo de interés de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_t &= \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \\ Q_t &= \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \end{aligned} \quad (7)$$

donde  $c_i$  y  $d_i$ ,  $i=1,2$ , son parámetros desconocidos y  $\Phi(\cdot)$  es la distribución normal acumulada, que garantiza que  $0 < P_t, Q_t < 1$ .

Estimaremos el modelo de cambio de régimen propuesto en la ecuación (4) por máxima verosimilitud<sup>3</sup>. La probabilidad del régimen 1 condicional al conjunto de información la calcularemos como:

$$p_{1t} = (1 - Q_t) \left[ \frac{g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] + P_t \left[ \frac{g_{1t-1}(1 - p_{1t-1})}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] \quad (8)$$

donde:  $p_{1t} = \Pr[S_t = 1 | r_{t-1}]$ ,  $g_{it} = f(\Delta r_t | S_t = i)$ , siendo  $f(\cdot)$  la función de densidad Normal, y  $P_t$  y  $Q_t$  son las probabilidades descritas en (7). Esta probabilidad, comúnmente denominada probabilidad *ex-ante*, es especialmente interesante a la hora de hacer previsiones del tipo de interés. Adicionalmente, calcularemos la probabilidad suavizada,  $ps_t = \Pr[S_t = 1 | \Omega_T]$ , que la cual es la probabilidad de que la observación del tipo de interés del periodo  $t$  se corresponda al régimen 1. Por ello, permite ver si efectivamente ha habido un cambio de régimen y cuando ha ocurrido. Para calcularla utilizaremos el filtro desarrollado por Gray (1995).

---

<sup>3</sup> Gray (1995) demuestra que el estimador de cuasi-máxima verosimilitud es consistente y asintóticamente normal bajo ciertas condiciones de regularidad. La derivación de la función de verosimilitud puede encontrarse en Gray (1996).

### **3. Resultados**

En este estudio vamos a analizar el tipo de interés a un mes del mercado interbancario entre enero de 1987 y junio de 2001. La muestra está compuesta por 755 observaciones semanales, y se ha construido tomando el dato correspondiente al miércoles a partir de la serie diaria procedente del Banco de España, BE. Consideramos el tipo de interés anualizado compuesto en tiempo continuo.

En un examen de la economía española durante este periodo encontramos que entre 1987 y 1989 se adoptó una política monetaria restrictiva caracterizada por tipos de interés altos. En un contexto de integración económica, con casi ninguna restricción en los movimientos de capital, estos altos tipos de interés causaron fuertes tensiones en el mercado de cambio y obligaron al BE a intervenir frecuentemente en los mercados de divisas para estabilizar los tipos de cambio. Esta inestabilidad se corrigió parcialmente con la incorporación de la moneda española en el SME en junio de 1989, lo cual abrió una fase de cierta estabilidad económica que duró hasta 1992. En este periodo el BE realizaba un control mixto de tipos de interés y cantidad de dinero.

A partir de junio de 1989 el BE se centra en el control de los tipos de interés. De 1992 a 1993, los mercados financieros europeos experimentan fuertes subidas y bajadas. Como se ha comentado anteriormente, varias monedas del sistema sufren ataques especulativos. Se produce una crisis de credibilidad sobre la llegada a buen término de la unión monetaria. Como consecuencia, en agosto de 1993 las bandas de fluctuación para los tipos de cambio en el SME tuvieron que ser ampliadas al  $\pm 15\%$  para la mayoría de las divisas. Nuevamente el BE tuvo que intervenir muy a menudo en los mercados de cambio para conservar la paridad de la divisa española, devaluando la moneda en tres ocasiones entre septiembre de 1992 y mayo de 1993. En esta situación, había mucha presión al alza sobre los tipos de interés a corto plazo.

Desde 1995, tras la puesta en vigor de la Ley de Autonomía del BE, el objetivo último de la política monetaria fue definido más precisamente en términos de una tasa de inflación baja específicamente anunciada. En diciembre de 1997 la economía Española



cumplía los criterios de convergencia marcados en el Tratado de la Unión Europea, por lo que la moneda española pasó a formar parte del Euro, que se pone en marcha a partir de 1999. Desde esta fecha la política monetaria ha pasado a ser diseñada por el Banco Central Europeo, BCE.

Como puede observarse en la figura 1 el tipo de interés ha presentado una tendencia decreciente durante todo el periodo, aunque de manera más marcada desde mediados de 1993. Destaca la gran variabilidad del tipo entre 1987 y 1989 y entre 1992 y 1993. En el primer caso esa gran variabilidad es consecuencia del tipo de instrumentación de la política monetaria, mientras que en el segundo parece estar detrás la crisis del SME.

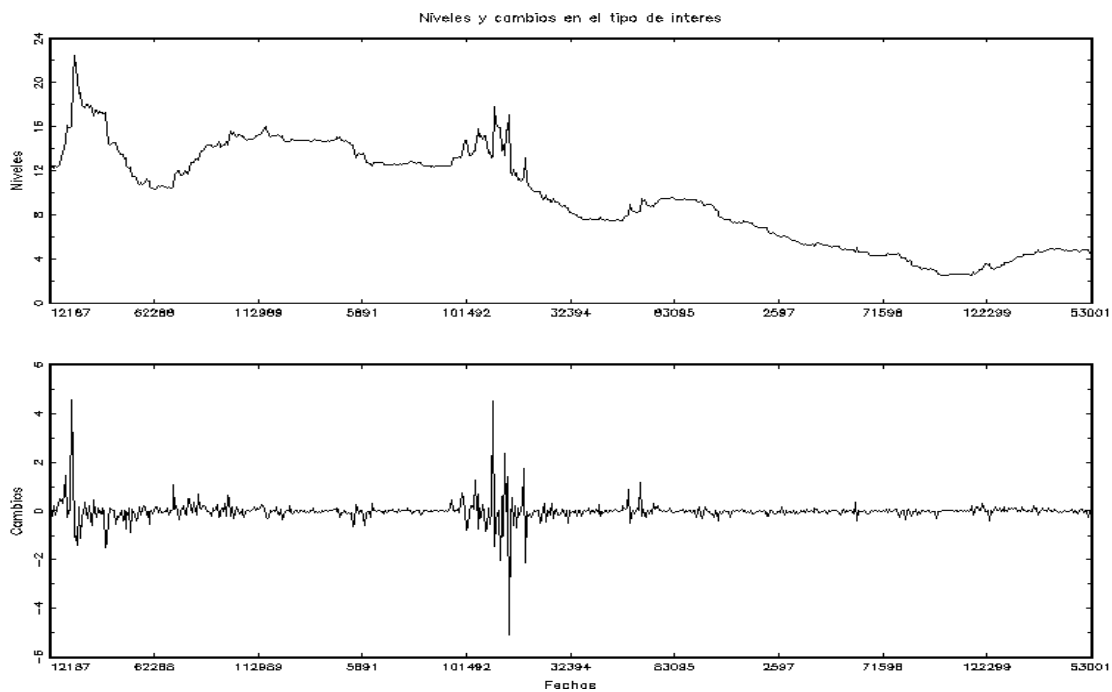


Fig.1: Tipo de interés mensual y su primera diferencia. El formato de las fechas es m/d/a.

**Tabla 1. Estadísticos descriptivos**

Estadísticos	$r_t$		$\Delta r_t$	
	Parámetro	Dsv. Típica	Parámetro	Dsv. Típica
Media	9.637	0.1619	-0.0105	0.0153
Varianza	19.6808	0.667	0.1766	0.0538
Apuntamiento	0.0647	0.0626	1.0258	3.2936
Curtosis	-1.1375	0.0826	67.5252	11.7398
Corr ( $\Delta r_t, r_{t-1}$ )			-0.0408	0.0365
	Valor	P-valor	Valor	(P – valor)
Bera-Jarque	-	-	1412414.275	(0.0000)
Ljung-Box:	Q <sup>2</sup> (1)	-	10.2553	(0.0014)
	Q <sup>2</sup> (2)	-	10.7481	(0.0046)
	Q <sup>2</sup> (3)	-	19.7667	(0.0002)
	Q <sup>2</sup> (5)	-	29.6248	(0.0000)
	Q <sup>2</sup> (10)	-	40.9771	(0.0000)
	Q <sup>2</sup> (15)	-	41.1324	(0.0000)

En la tabla 1 se muestran los estadísticos descriptivos incondicionales del tipo de interés y de su primera diferencia. Como se puede observar, el cambio medio no es significativamente distinto de cero y la serie presenta un exceso de apuntamiento significativo rechazándose claramente la hipótesis de normalidad. La correlación entre el cambio en el tipo y el primer retardo del mismo es negativa indicando un cierto grado de reversión a la media.

Seguidamente, estimamos el proceso de difusión recogido en la expresión (4) en varios casos: con y sin cambio de régimen e incorporando una serie de restricciones a los parámetros del modelo. De este modo pretendemos determinar qué características de los modelos son realmente relevantes para capturar la reversión a la media y la heteroscedasticidad del tipo de interés. En la tabla 2 se presenta un resumen de los modelos que vamos a estimar.

**Tabla 2. Resumen de los modelos estimados**

Modelo	Media	Varianza	Probabilidad
Modelo CIR con un solo régimen	$\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^\beta - 1) + (e^\beta - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$	$\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}$	--
Modelo de Merton (1973) con cambio de régimen	$\Delta r_t = \alpha_i + \varepsilon_t$ , i=1,2	$\sigma_t^2 = \sigma_i^2$	(1) $P, Q$ (2) $\begin{cases} P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \\ Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \end{cases}$
Modelo Vasicek (1977) con cambio de régimen	$\Delta r_t = \frac{\alpha_i}{\beta_i}(e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$ , i=1,2	$\sigma_t^2 = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i}(e^{2\beta_i} - 1)$	(1) $P, Q$ (2) $\begin{cases} P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \\ Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \end{cases}$
Modelo CIR con cambio de régimen	$\Delta r_t = \frac{\alpha_i}{\beta_i}(e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$ , i=1,2	$\sigma_t^2 = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i}(e^{2\beta_i} - 1)r_{t-1}$	(1) $P, Q$ (2) $\begin{cases} P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \\ Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \end{cases}$

En total estimamos 7 modelos, todos ellos anidados. El primer modelo es el proceso CIR sin cambio de régimen. El segundo es un proceso que no considerar reversión a la media ni efecto nivel en la varianza. La formulación coincide con la propuesta por Merton (1973). Con el tercer modelo consideraremos la posibilidad de reversión a la media con deriva, pero no el efecto nivel en varianza. La formulación de dicho proceso es la de Vasicek (1977). Por último estimamos el modelo CIR completo. Estos tres modelos se estiman en un contexto de cambio de régimen considerando dos casos: con probabilidad de transición constante y probabilidad de transición estado dependiente.

Todos los modelos se estiman por máxima verosimilitud<sup>4</sup> utilizando el algoritmo BFGS de Broyden, Fletcher, Goldfard y Shanno<sup>5</sup>. Las desviaciones típicas se calculan a partir de la inversa del producto cruzado de las primeras derivadas del logaritmo de la función de verosimilitud.

<sup>4</sup> Las rutinas de estimación se han desarrollado en GAUSS, utilizando la librería CML.

<sup>5</sup> Para una descripción del procedimiento véase Gill, Murray y Wright (1981).

En la tabla 3 mostramos los resultados de la estimación del modelo CIR de un solo régimen. Los parámetros de la ecuación de la media no son significativos, aunque el parámetro  $\beta$  es negativo, lo cual es consistente con cierto grado de reversión a la media. El tipo medio a largo plazo implícito es del 3.67% anual. Como puede verse, este modelo no es capaz de captar la heteroscedasticidad condicional de la serie.

**Tabla 3. Modelo de un solo régimen**

Parámetro	Estimación	Dsv. Típica
$\alpha$	0.0066	0.0414
$\beta$	-0.0018	0.0032
$\sigma$	0.1138	0.0005
Log Fun. Verosimilitud	-234.8377	
Estadístico:	Valor	(P – valor)
Bera – Jarque	99004.9566	(0.0000)
Lung – Box:	Q <sup>2</sup> (1)	7.7979 (0.0052)
	Q <sup>2</sup> (2)	8.0948 (0.0175)
	Q <sup>2</sup> (3)	16.1932 (0.0010)
	Q <sup>2</sup> (5)	25.8366 (0.0001)
	Q <sup>2</sup> (10)	39.2998 (0.0000)
	Q <sup>2</sup> (15)	139.9232 (0.0000)

El modelo se estima suponiendo normalidad condicional del error. La desviación típica se estima como el producto de las derivadas primeras de la función de verosimilitud. Los estadísticos Bera-Jarque y Lung-Box se calculan sobre la serie de residuos estandarizados del modelo. La ecuación estimada es:

$$\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^\beta - 1) + (e^\beta - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{con} \quad \sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}$$

### 3.1. Modelo de cambio de régimen con probabilidad de transición constante

En la tabla 4 se muestran los resultados de la estimación de los modelos de Merton (1973), Vasicek (1977) y CIR en el caso de probabilidad de transición constante. En el primero de ellos, el tipo de interés no presenta reversión a la media y tiene varianza constante en cada régimen. El segundo se amplía permitiendo reversión a la media. Con el modelo CIR se añade la posibilidad de que exista un efecto nivel en varianza.

**Tabla 4. Modelos CR con Probabilidad de Transición Constante**

Parámetros	Merton		Vasicek		CIR	
	Estimación	Std. error	Estimación	Std. Error	Estimación	Std. Error
$\alpha_1$	-0.0232	0.0981	0.4276	0.6228	0.0391	0.3098
$\alpha_2$	-0.0082	0.0042	-0.0089	0.0110	0.0013	0.0081
$\beta_1$	-	-	-0.0341	0.0425	-0.0050	0.0234
$\beta_2$	-	-	0.0001	0.0010	-0.0011	0.0009
$\sigma_1$	1.0443	0.0301	1.0376	0.0299	0.2846	0.0092
$\sigma_2$	0.0972	0.0026	0.0973	0.0026	0.0326	0.0009
P	0.6542	0.0521	0.6561	0.0520	0.5618	0.0612
Q	0.9368	0.012	0.9372	0.0119	0.9237	0.0131
Log. Veros.	258.0466		260.8223		302.6898	
Estadístico:	Valor	(P-valor)	Valor	(P-valor)	Valor	(P-valor)
Bera – Jarque:	319698.8	(0.0000)	330307.918	(0.0000)	150324.924	(0.0000)
Ljung–Box	Q <sup>2</sup> (1)	0.3566 (0.5504)	0.4278 (0.5131)	0.3627 (0.5470)	0.3632 (0.8340)	0.3662 (0.9471)
	Q <sup>2</sup> (2)	0.3592 (0.8356)	0.4279 (0.8074)	0.3662 (0.9471)	0.3662 (0.9471)	0.3662 (0.9471)
	Q <sup>2</sup> (3)	0.3672 (0.9469)	0.4288 (0.9342)	0.3662 (0.9471)	0.3662 (0.9471)	0.3662 (0.9471)
	Q <sup>2</sup> (5)	3.7715 (0.5828)	3.7438 (0.5869)	6.9488 (0.2245)	6.9488 (0.2245)	6.9488 (0.2245)
	Q <sup>2</sup> (10)	6.5243 (0.7695)	6.2436 (0.7944)	9.3346 (0.5007)	9.3346 (0.5007)	9.3346 (0.5007)
	Q <sup>2</sup> (15)	8.6549 (0.8949)	8.2499 (0.9134)	15.7799 (0.3968)	15.7799 (0.3968)	15.7799 (0.3968)

El modelo se estima suponiendo normalidad condicional del error. La desviación típica se estima como la inversa del producto de las derivadas primeras de la función de verosimilitud. Los estadísticos Bera-Jarque y Lung-Box se calculan sobre la serie de residuos estandarizados del modelo. La ecuación estimada en cada caso es:

$$\text{Merton: } \Delta r_t = \alpha_i + \varepsilon_t, \text{ con } \sigma_t^2 = \sigma_i^2$$

$$\text{Vasicek: } \Delta r_t = \frac{\alpha_i}{\beta_i} (e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ con } \sigma_t^2 = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i} (e^{2\beta_i} - 1)$$

$$\text{CIR: } \Delta r_t = \frac{\alpha_i}{\beta_i} (e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ con } \sigma_t^2 = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i} (e^{2\beta_i} - 1)r_{t-1}$$

Con  $i=1,2$  y con P y Q constantes.

Como puede verse en la primera columna de la tabla 4, en el modelo de Merton encontramos características claramente diferenciadas entre los dos regímenes. El primero de ellos es mucho menos persistente que el segundo (la probabilidad del primero es de 0.65, mientras que la del segundo excede de 0.9). La desviación típica del primer régimen es más de 10 veces mayor que la del segundo régimen. Ambas derivas son negativas, recogiendo el comportamiento decreciente del tipo de interés aunque no es significativa en el primer régimen.

En el caso del modelo de Vasicek (segunda columna) las diferencias, en términos de la persistencia de cada régimen, son las mismas que en el modelo anterior. Del mismo modo el régimen uno se caracteriza por que el tipo presenta una desviación típica mas de 10 veces mayor a la del régimen dos. En este sentido, el primer régimen viene caracterizado por altos tipo de interés (la media a largo plazo implícita es del 12.54%) con una fuerte variabilidad.

La evidencia de reversión la media en el régimen 1 es pequeña, ya que aunque el parámetro correspondiente tiene el signo adecuado, no es significativo. Por el contrario, el segundo régimen presenta reversión a la media negativa, aunque el valor del parámetro correspondiente es prácticamente cero y claramente no significativo, indicando que en este régimen el tipo de interés se comporta como un paseo aleatorio. Estos resultados están en la línea de los encontrados por Gray (1996) para el tipo de interés de las letras del tesoro americanas entre 1970 y 1994.

En ambos modelos la persistencia en la volatilidad condicional está relacionada exclusivamente con la persistencia en la probabilidad de cada régimen. Si observamos los valores del estadístico de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados al cuadrado vemos que la heteroscedasticidad condicional detectada parece estar relacionada con la existencia de cambios de régimen. Dada la persistencia de ambos regímenes, la volatilidad es mas persistente en los periodos de volatilidad baja que en los de volatilidad alta.

En el caso del modelo CIR, mostrado en la tercera columna, los resultados relacionados con la persistencia de ambos regímenes y la reversión a la media se mantienen, aunque podemos destacar que el tipo de interés medio a largo plazo es más bajo (del 7.82% en el primer régimen y del 1.18% en el segundo). La inclusión del efecto nivel en la volatilidad mantiene las diferencias observadas en los modelos de varianza constante. En este caso el parámetro  $\sigma$  pondera a la raíz cuadrada del nivel de los tipos. Ese parámetro es 8.73 veces mayor para el primer régimen que para el segundo. Con este modelo se captura también la heteroscedasticidad condicional de la

serie. En este caso, la persistencia en la volatilidad condicional es función de la persistencia de los tipos de interés y de la persistencia de cada régimen.

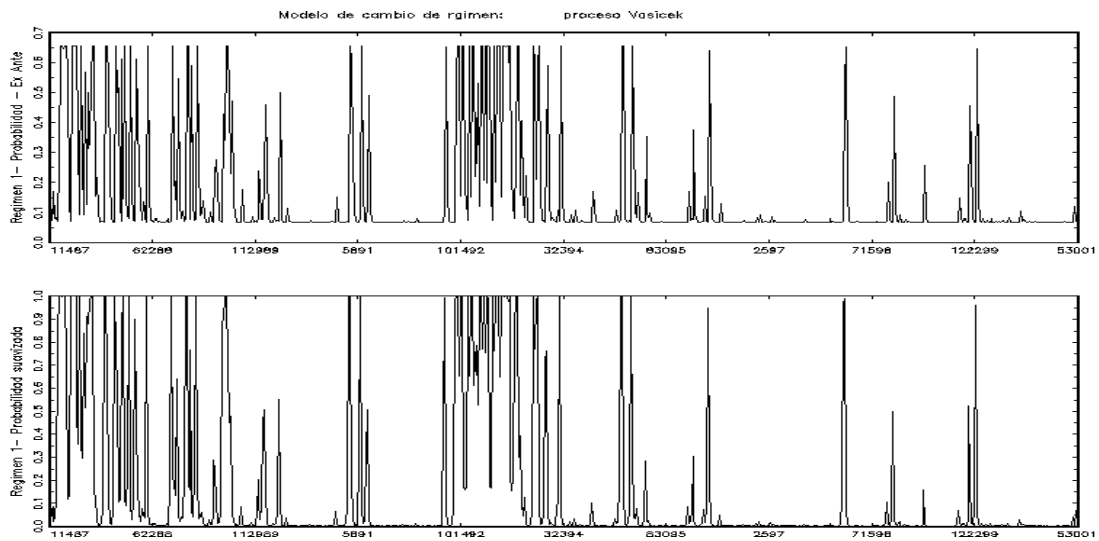


Fig. 2: Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo de Vasicek con probabilidad de transición constante

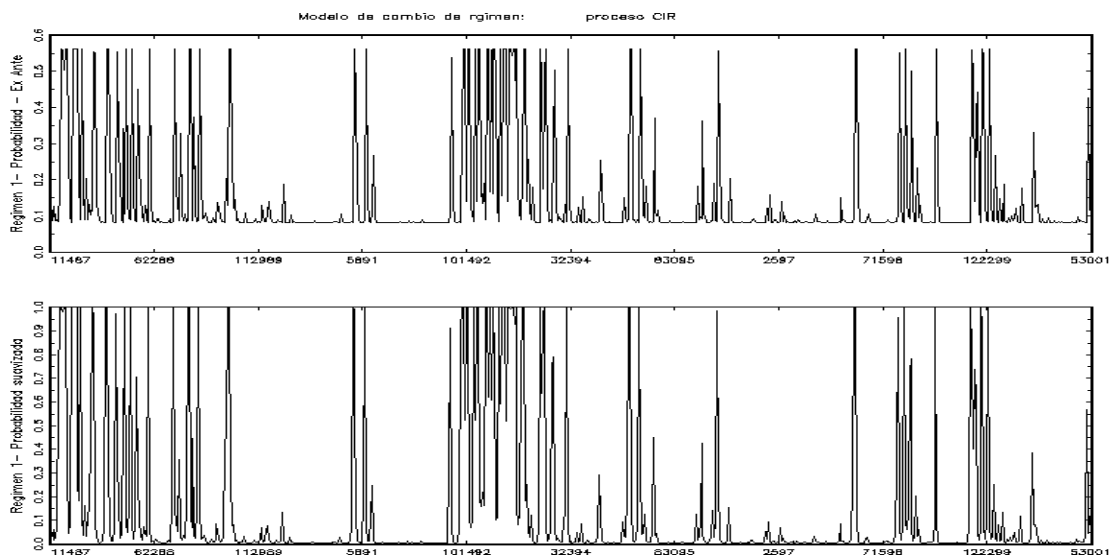


Fig. 3: Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo CIR con probabilidad de transición constante

En las figuras 2 y 3 se muestran las probabilidades de transición,  $p_{1t}$ , y las probabilidades suavizadas,  $ps_t$  asociada a los modelos de Vasicek y CIR. No mostramos las del modelo de Merton por se prácticamente idénticas a las del modelo de Vasicek. Como puede observarse, ambos modelos coinciden en señalar que el periodo anterior al ingreso de España en el SME a mediados del 89 se corresponde con el régimen 1. Lo mismo ocurre con el periodo comprendido entre 1992 y finales de 1993, fechas en las que tuvo lugar la crisis del SME. A partir de 1994, los modelos de varianza constante indican que el comportamiento del tipo de interés ha venido caracterizado principalmente por el régimen 2, en el que los tipos se han comportado como un paseo aleatorio con varianza pequeña. El modelo CIR parece indicar un número mayor de episodios de volatilidad grande sobre todo as partir de finales de 1998.

### *3.2. Probabilidad de transición estado-dependiente*

En este apartado ampliamos la estimación de los modelos permitiendo que la probabilidad de transición sea estado-dependiente. Los resultados se muestran en la tabla 5. Las estimaciones de los parámetros de la media condicional son similares a los de la versión de los modelos con probabilidad de transición constante. Parece haber evidencia de un primer régimen caracterizado por tipos de interés altos y muy volátiles que presentan un cierto grado de reversión a la media. Simultáneamente, el segundo régimen vendría caracterizado por un tipo de interés que sigue un paseo aleatorio con un bajo nivel de volatilidad. Lo mismo se puede decir respecto al parámetro que recoge el efecto nivel en varianza en el caso del modelo CIR.

En cuanto a la probabilidad de transición, podemos destacar lo siguiente. Si observamos los parámetros  $c_i$  y  $d_i$ , presentan un signo cambiado dentro de cada régimen. En el régimen uno, caracterizado por volatilidad y tipos altos con reversión a la media, el hecho de que  $c_1$  sea positivo y  $d_1$  negativo hace que la probabilidad de permanecer en este régimen sea tanto mayor cuanto más altos sean los tipos de interés. Por el contrario, en el régimen dos, caracterizado por volatilidad baja y tipos de interés con estructura de paseo aleatorio, el signo cambiado de  $c_2$  (negativo) y de  $d_2$  (positivo) hace que sea poco



probable permanecer en este régimen a medida que los tipos de interés son cada vez mayores.

**Tabla 5. Modelos CR con Probabilidad de Transición estado-dependiente**

Parámetros	Merton		Vasicek		CIR	
	Estimación	Std. error	Estimación	Std. error	Estimación	Std. Error
$\alpha_1$	-0.0287	0.0937	0.4346	0.6287	0.0447	0.332
$\alpha_2$	-0.0070	0.0040	-0.0102	0.0100	0.0014	0.0078
$\beta_1$	-	-	-0.0346	0.0428	-0.0054	0.0249
$\beta_2$	-	-	0.0004	0.0010	-0.0011	0.0010
$\sigma_1$	1.0182	0.0279	1.0114	0.0276	0.2854	0.0094
$\sigma_2$	0.0927	0.0025	0.0926	0.0025	0.0328	0.0009
$c_1$	-1.4723	0.6961	-1.4530	0.7110	-1.1800	0.5430
$d_1$	0.1289	0.0511	0.1275	0.0522	0.1094	0.0419
$c_2$	2.5008	0.3259	2.5167	0.3309	1.7554	0.2238
$d_2$	-0.1066	0.0273	-0.1079	0.0277	-0.0341	0.0204
Log. FN. Veros.	278.5324		279.3803		309.6140	
Estadístico:	Valor	(P-valor)	Valor	(P-valor)	Valor	(P-valor)
Bera – Jarque:	76983.2368	(0.0000)	80412.3177	(0.0000)	82066.0418	(0.0000)
Ljung–Box $Q^2(1)$	1.0727	(0.3003)	1.2464	(0.2642)	0.2424	(0.6225)
$Q^2(2)$	1.0825	(0.5820)	1.2469	(0.5361)	0.2476	(0.8836)
$Q^2(3)$	1.2042	(0.7520)	1.3163	(0.7253)	0.2476	(0.9696)
$Q^2(5)$	8.8439	(0.1155)	8.6631	(0.1233)	7.0752	(0.2151)
$Q^2(10)$	11.8422	(0.2958)	11.4032	(0.3279)	8.8427	(0.5471)
$Q^2(15)$	34.6181	(0.0028)	33.2073	(0.0044)	16.7483	(0.3341)

El modelo se estima suponiendo normalidad condicional del error. La desviación típica se estima como el producto de las derivadas primeras de la función de verosimilitud. Los estadísticos Bera-Jarque y Lung-Box se calculan sobre la serie de residuos estandarizados del modelo. La ecuación estimada en cada caso es:

$$\text{Merton: } \Delta r_t = \alpha_i + \varepsilon_t, \text{ con } \sigma_t^2 = \sigma_i^2$$

$$\text{Vasicek: } \Delta r_t = \frac{\alpha_i}{\beta_i} (e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ con } \sigma_t^2 = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i} (e^{2\beta_i} - 1)$$

$$\text{CIR: } \Delta r_t = \frac{\alpha_i}{\beta_i} (e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t \text{ con } \sigma_t^2 = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i} (e^{2\beta_i} - 1)r_{t-1}$$

Con  $i=1,2$  y con probabilidades transición estado-dependientes según la expresión: 
$$\begin{cases} P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \\ Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \end{cases}$$

Como puede apreciarse en las figuras 4 y 5, el perfil de la probabilidad *ex-ante* es similar al perfil del nivel del tipo de interés. Este hecho es consecuencia de la forma funcional de  $P_t$  y  $Q_t$  y muestra claramente como la probabilidad del régimen uno cae conforme baja el nivel del tipo. En cuanto a la probabilidad suavizada, podemos ver que

el perfil es prácticamente el mismo que el observado en el caso de probabilidad de transición constante (figuras 2 y 3), manteniéndose las diferencias encontradas entre los modelos de volatilidad constante en cada régimen y el modelo de CIR

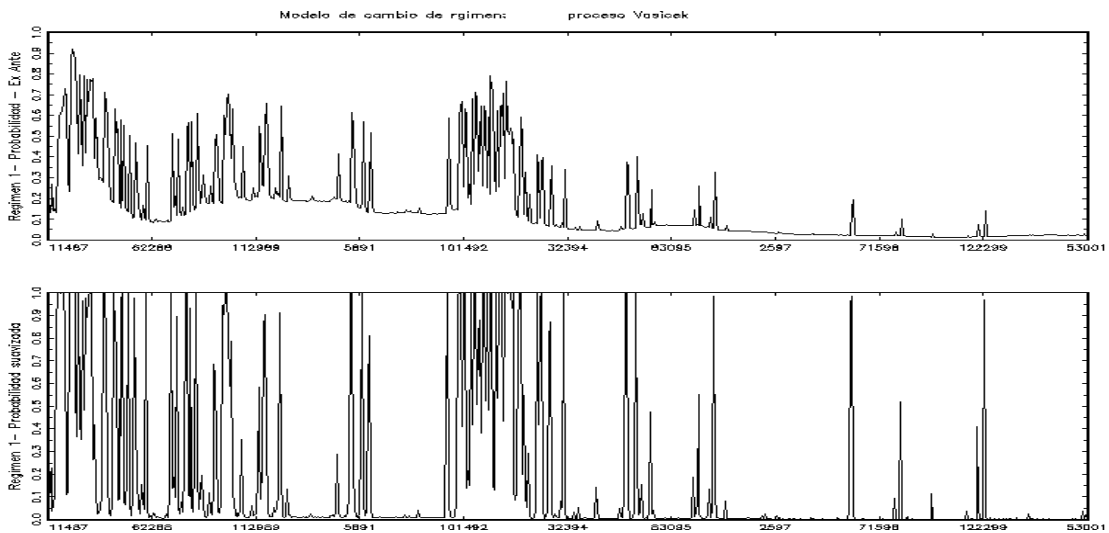


Fig. 4: Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo de Vasicek con probabilidad de transición estado-dependiente

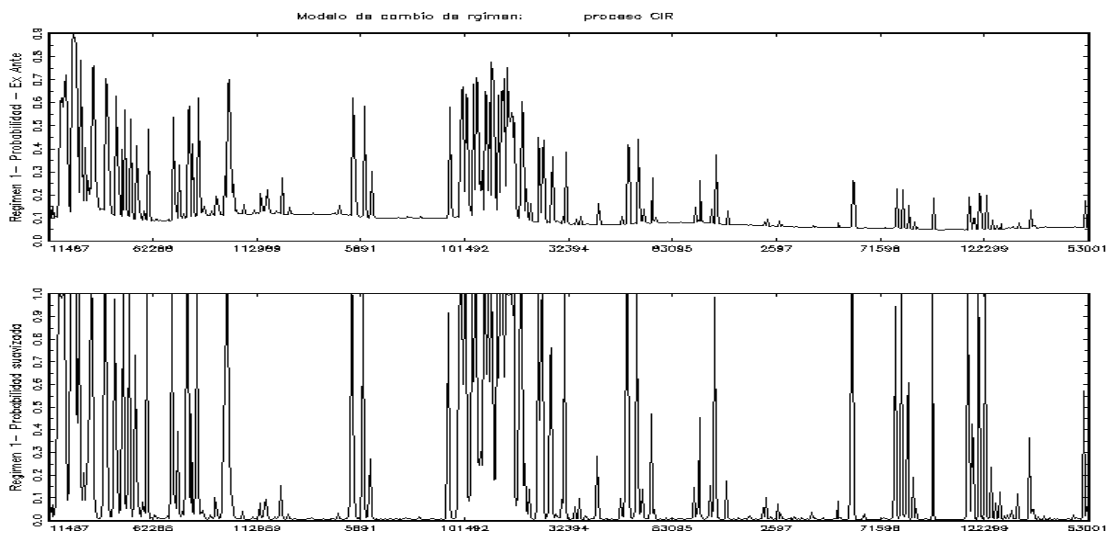


Fig. 5: Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo CIR con probabilidad de transición estado-dependiente

### 3.3. Comparación de modelos

En esta sección comparamos los modelos en términos del contraste de razón de verosimilitudes. El estadístico de contraste es  $\lambda = -2(\ln V_R - \ln V_U)$  donde  $\ln V_R$  y  $\ln V_U$  indican el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo restringido y del modelo sin restringir respectivamente. Este estadístico tiene una distribución  $\chi^2$  con tantos grados de libertad como parámetros adicionales tiene el modelo sin restringir respecto al restringido. En la tabla 6 mostramos los resultados de la comparación entre modelos.

**Tabla 6. Contraste de razón de verosimilitudes**

	Probabilidad de transición constante				Probabilidad de transición variable			
	Merton		Vasicek		Merton		Vasicek	
Vasicek	5.5514	(0.0623)	-	-	1.6958	(0.4283)	-	-
CIR	89.2864	(0.0000)	83.7350	(0.0000)	62.1632	(0.0000)	60.4674	(0.0000)
CIR (prob. Transición constante) vs CIR (prob. Transición variable) = 13.8484 (0.0009)								

En las filas aparecen los modelos sin restringir, en las columnas los correspondientes modelos restringidos. A la derecha del valor del estadístico aparece su correspondiente p-valor. Tanto para el caso de probabilidad constante como variable, el número de restricciones (q) a contrastar es el siguiente: Vasicek vs Merton: q = 2 ( $\beta_i$  con i=1,2), CIR vs Merton: q = 4 ( $\beta_i$  y  $d_i$  con i=1,2), CIR vs Vasicek: q = 2 ( $d_i$  i=1,2) y CIR vs CIR: q = 2( $d_i$  i=1,2).

Como podemos observar, la incorporación de la reversión a la media no parece significativa en ningún escenario (modelo Vasicek frente a Merton). Sí que es relevante la incorporación del efecto nivel en la volatilidad (modelo CIR frente al resto). En cuanto a las probabilidades de transición, se acepta que éstas son estado-dependientes (CIR con probabilidad constante frente a CIR con probabilidad estado-dependiente). De todo lo anterior podemos concluir que es este último modelo el que mejor captura el comportamiento del tipo de interés a corto plazo analizado.

En cuanto a la comparación del modelo CIR de un solo régimen con los modelos con cambio de régimen, no es posible el análisis de la significación estadística del segundo régimen usando el contraste de razón de verosimilitudes antes descrito. En este

caso ese estadístico no sigue una distribución  $\chi^2$  bajo la nula<sup>6</sup>. No obstante, dado el enorme valor del estadístico  $\lambda$  (en torno a 1100) para la comparación del modelo CIR con cambio de régimen con el CIR de un solo régimen, parece señalar que verdaderamente existe un segundo régimen, aunque esto no se puede considerar un contraste formal.

### 3.3. Clasificación de los regímenes

El análisis realizado hasta el momento parece indicar que el modelo que mejor capta el comportamiento observado del tipo de interés a un mes es el modelo CIR con cambio de régimen y probabilidad de transición estado-dependiente. Por ello, utilizaremos los resultados de dicho modelo para analizar los regímenes y su relación con la política monetaria seguida en España en el intervalo muestral.

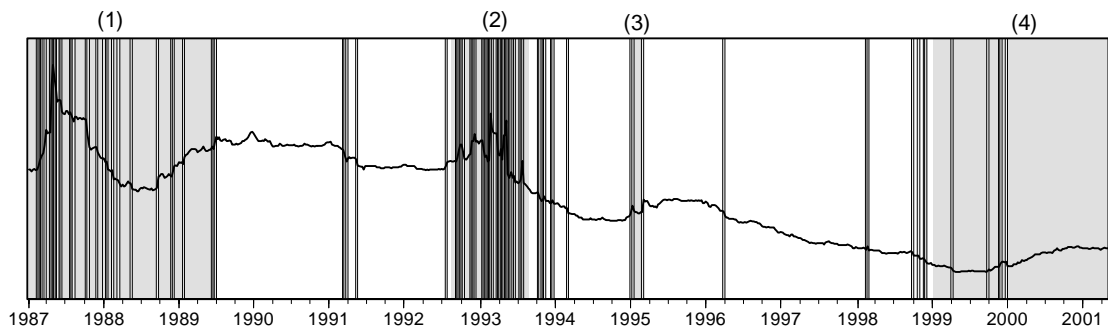


Fig 5. Clasificación de regímenes con el modelo CIR con cambio de régimen y probabilidad de transición estado-dependiente

En la figura 5 se muestra tanto el tipo de interés como los periodos en los que la probabilidad suavizada,  $ps_t = \Pr[S_t = 1 | \Omega_T]$ , indica que se ha estado en cada régimen. Se han asignado al primer régimen todos los periodos en los que  $ps_t$  es mayor que 0.5. Del mismo modo, se resaltan tres periodos de tiempo: (1) es el periodo antes del ingreso

<sup>6</sup> Hansen (1992) desarrolla un contraste de razón de verosimilitudes estandarizado que supera esta dificultad. No obstante, este procedimiento requiere una serie de optimizaciones sobre una rejilla de parámetros ruidosos, lo cual hace que su implementación en la práctica resulte excesivamente engorrosa.

de España en el SME, (2) se corresponde a la crisis del SME entre septiembre del 92 y agosto del 93, (3) es el periodo de tensiones cambiarias de enero a marzo de 1995 y (4) el periodo que se corresponde con la política monetaria única. Como puede verse, en los periodos (1) y (2) se producen frecuentes cambios de régimen. Estos cambios han sido más abundantes en el segundo semestre de 1987. En el caso de (2) encontramos que la mayoría de los periodos corresponden al régimen 1 de fuerte volatilidad. Podemos destacar que de enero a marzo y de abril a junio del 93 los tipos han sido determinados de manera continua por ese régimen 1. En los periodos (3) y (4) los cambios han sido mucho menos frecuentes. Es también destacable la presencia de cambios relativamente frecuentes a finales del 98 y durante 1999 que parecen estar relacionados con la puesta en marcha del Euro.

#### **4. Conclusiones**

En este trabajo analizamos el comportamiento dinámico del tipo de interés a un mes del mercado interbancario español entre 1987 y 2001. El modelo analizado es el proceso de difusión tipo raíz cuadrada propuesto por Cox, Ingersoll y Ross (1985) en el que se permite que el tipo de interés presente deriva, reversión a la media y efecto nivel en varianzas diferentes en cada régimen. Adicionalmente se considera la posibilidad de que la probabilidad de transición dependa del nivel de los tipos de interés.

Nuestros resultados indican que han existido dos regímenes claramente diferenciados en ese periodo que podemos relacionar con cambios en la política monetaria. Los cambios de régimen en el tipo de interés a corto plazo están gobernados por un proceso de Markov de primer orden con probabilidad de transición estado-dependiente. Encontramos periodos en los que el tipo de interés es extremadamente alto y volátil. Estos periodos parecen estar asociados con episodios caracterizados por presiones en los mercados cambiarios que han obligado al BE a intervenir para estabilizar la paridad de la peseta. Este tipo de comportamiento es el menos probable. El

segundo régimen, caracterizado por tipos de interés bajos poco volátiles que se comportan claramente como un paseo aleatorio, presenta una mayor persistencia.

Encontramos que la heteroscedasticidad condicional de los tipos de interés parece estar determinada por la presencia de cambios de régimen, junto con un efecto nivel en volatilidad distinto en cada régimen. El tipo de interés no parece presentar reversión a la media, aunque hay cierta evidencia de este comportamiento en el primer régimen.

Para terminar, es importante destacar que es necesario evaluar la importancia de los resultados aquí presentados en la valoración de activos de renta fija, activos derivado etc. Del mismo modo, es interesante analizar las implicaciones para el diseño de la política monetaria por ejemplo, en términos de la transmisión de la misma a los tipos de interés a plazos más largos.

## Referencias

- Ang, A. y G. Bekaert, (2002), Short rate nonlinearities and regime switches, *Journal of Economic Dynamic and Control*, 26, 1243-1274.
- Ang, A. y G. Bekaert, (2002), Regime switches in interest rates, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 163-182.
- Bekaert, G., R.J. Hodrick y D.A. Marshall, (2001), “Peso Problem” explanations for term structure anomalies, *Journal of Monetary Economics*, 48, 241-270.
- Benito, S. (2000), Volatilidad de los rendimientos tipo cupón cero de la deuda pública. Estudios de la transmisión de volatilidades, *mimeo*, ICAE-UCM.
- Chang, K.C; G.A. Karoly; F.A. Longstaff y A.B. Sanders, (1992), An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate, *Journal of Finance*, XLVII, 1209-1227.
- Cox, R.; J. Ingersoll, y S. Ross, (1985), A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica*, 53, 385-407.
- Dahlquist, M. (1996), On alternative interest rate process, *Journal of Banking and Finance*, 20, 1093-1119.
- Dahlquist, M. y S.F. Gray, (2000), Regime-switching and interest rates in the European monetary system, *Journal of International Economics*, 50, 399-419.
- Evans, D.M. y K.K. Lewis, (1995), Do expected shifts in inflation affect estimates of the long-run Fisher relation, *Journal of Finance*, 50, 1, 225-253.
- Episcopos, A. (2000), Further evidence on alternative continuous time models of the short-term interest rate, *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 10, 199-212.
- Fernández-Serrano, J.L. y L. Robles. (2001), Structural Breaks and interest rates forecast: a sequential approach, *documento de trabajo nº 0110*, ICAE-UCM.
- García Montalvo, J. (1998), Tipos de interés a corto plazo en España, *Revista de Economía Aplicada*, VI, 5-26.
- García, R. y P. Perron, (1996), An analysis of the real interest rates under regime shifts, *The review of economics and statistic*, 78, 1, 111-125.

- Gill, P.E.; W. Murray y M.H. Wright (1981), *Practical optimization*, Academic Press, Kent.
- Gray, S.F. (1995), An analysis of conditional regime switching models, *working paper*, Fuqua School of Business, Duke University.
- Gray, S.F. (1996), Modelling the conditional distribution of interest rate as a regime-switching process, *Journal of Financial Economics*, 42, 27-62.
- Hamilton, J.D. (1988), Rational expectation econometric analysis and changes in regime: an investigation of the term structure of interest rates, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 385-423.
- Hamilton, J.D. (1989), A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle, *Econometrica*, 57, 357-384.
- Hansen, B.E. (1992), The Likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the Markov Switching model of GNP, *Journal of Applied Econometric*, 7, S61-S82.
- Lewis, K.K., (1991), Was there a “peso problem” in the US structure interest rates: 1979-1982?, *International Economic Review*, 32, 159-173.
- Merton, R. (1973), Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economic Management*, Sci. 4, 141-183.
- Nowman, K.B. (1997), Gaussian estimation of single-factor continuous time models of the term structure of interest rates, *Journal of Finance*, 52, 1695-1706.
- Nowman, K.B. (1998), Continuous-time Short term interest rate models, *Applied Financial Economics*, 8, 401-407.
- Rico, P. (2000), Procesos estocásticos del tipo de interés a corto plazo, *Revista de Economía Aplicada*, VIII, 57-70.
- Sola, M. y J. Driffill, (1994), Testing the term structure of interest rates using a vector autoregression with regime switching, *Journal of Economic Dynamic and Control*, 18, 601-628.
- Vasicek, O. (1977), An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of Financial Economics*, 5, 177-188.