EXPERIMENTOS DE POLÍTICA FISCAL POR EL LADO DE LA OFERTA EN UN MODELO MONETARIO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO

Jesús Ruiz (*)
Instituto Complutense de Análisis Económico (ICAE)
Universidad Complutense
Campus de Somosaguas, 28223 Madrid

ABSTRACT

In an endogenous growth model with human capital acumulation, I discuss the feasibility of a reduction in a marginal tax rate on labor and capital income, given a predeterminated path for government expenditures. A permanent tax cut is feasible if it can be compensated by an increase in the tax base due to a dynamic Laffer curve effect. This means that a same sequence of expenditures can be financed allowing the government to balance its budget in the long-run. I show that the largest feasible reduction in labor income tax rates produce a higher welfare gain than the largest feasible reduction in capital income tax rates. However, reductions in capital income taxes can be preferred by governments who care more about the level of deficits and debt than about consumers' welfare.

Finally, I analyze the effect on welfare if reductions in tax rates when the government can finance its expenditure through taxes on capital and labor income or by issuing money and debt. I also discuss whether issuing debt or issuing money is preferred by the government in order to finance the deficit led by tax rates cuts.

RESUMEN

En este trabajo nos preguntamos, en el marco de un modelo de crecimiento endógeno con acumulación de capital humano, en un contexto determinista, si es posible reducir el tipo impositivo de diferentes impuestos financiadores de una senda predeterminada de gasto de modo que se permita equilibrar el presupuesto en el largo plazo (sin incrementar en períodos posteriores los impuestos). Si se encuentran estas menores tasas impositivas que equilibran el valor presente del presupuesto del gobierno, estará justificada la reducción de impuestos ya que se generarán incrementos en el bienestar. Además nos preguntamos qué tipo impositivo es adecuado reducir, desde el punto de vista del bienestar y desde el punto de vista del tamaño de la deuda que genera con su recorte. Concluimos que los impuestos que gravan las rentas de capital no son los que generan mejoras superiores en el bienestar de los agentes si bien el nivel de deuda sobre el output generado hasta que es amortizado es menor que el generado por el recorte de otros impuestos.

Por último, analizamos el efecto de estas reducciones en los tipos impositivos en el marco de este modelo donde el gobierno puede financiar su gasto no sólo mediante impuestos y deuda, sino también mediante la emisión de dinero. Estudiamos si el gobierno es indiferente, en algún sentido, entre incrementar la deuda o el dinero para financiar el déficit presupuestario provocado por la reducción de alguna tasa impositiva y si el control de la inflación ofrece un mayor grado de eficacia en la reducción de impuestos.

(*) Agradezco al profesor Alfonso Novales sus valiosos comentarios y sugerencias. Cualquier error es de mi exclusiva responsabilidad.

1.INTRODUCCION

En este trabajo evaluamos los efectos de un déficit público cuando el gobierno pone en marcha una política de reducción de impuestos sin variar la senda de gasto público dada exógenamente. Con el fin de diseñar políticas fiscales de reducciones de impuestos, analizamos los efectos de dicho déficit sobre el bienestar de los agentes y sobre el volumen de deuda generado en el corto y en el largo plazo.

Este análisis se realiza a través de un modelo de crecimiento endógeno con acumulación de capital humano, es decir, un modelo de dos sectores, uno de los cuales produce el único bien final de la economía, en tanto que en el otro se produce nuevo capital humano. Este modelo se basa en el inicial de Uzawa (1965) y Lucas (1988), si bien se ha introducido capital físico como input del sector productor de capital humano y se ha endogeneizado la oferta de trabajo. Estas generalizaciones con respecto al modelo de Uzawa-Lucas, determinan que las imposiciones sobre las rentas de capital y trabajo sean distorsionantes, así como el impuesto sobre el consumo, en el sentido de que afectan de forma no trivial a la tasa de crecimiento a largo plazo de la economía.

La mayor parte de los trabajos que se han ocupado del análisis de políticas fiscales con diversas modelizaciones del gobierno, han realizado su estudio desde la perspectiva que proporciona el modelo de crecimiento neoclásico [véase King, Plosser y Rebelo (1988), McGrattan (1991), Christiano y Eichenbaum (1992) y Cooley y Hansen (1992), entre otros]. Sin embargo, analizar las implicaciones que la política fiscal tiene sobre una economía representada por un modelo de crecimiento endógeno aporta nuevos puntos de vista. En él, al igual que en los modelos de crecimiento neoclásico, podemos cuantificar los efectos que diferentes sistemas impositivos tienen sobre los niveles a largo plazo de las variables (descontadas su tasa de crecimiento), que componen la economía. Pero, además, también podemos medir los efectos sobre la tasa de crecimiento a largo plazo de la economía y sobre la transición de las variables relevantes hasta el nuevo estado estacionario. En general, los modelos de crecimiento endógeno, tienen la particularidad de que cambios transitorios en parámetros de política fiscal tienen efectos a largo plazo sobre las variables de la economía que experimentan una tasa de crecimiento no nula en el estado estacionario, por lo que el estudio de estos efectos tiene enorme interés.

En la literatura reciente, los investigadores han analizado políticas fiscales dentro del marco de los modelos de crecimiento endógeno (en general, en tiempo continuo). Sin embargo, estos trabajos se centran en el estudio de las políticas fiscales en el largo plazo y en términos de ratios [véase Barro (1990), Barro y Sala-i-Martin (1992), King y Rebelo (1990), Rebelo y Stokey (1991) y Roubini y Milesi-Ferretti (1994), entre otros]. También, existen algunos trabajos como el de Jones, Manuelli y Rossi (1994), Faig (1992) y Deveroux y Love (1995) que analizan efectos de diversas políticas fiscales en la transición hacia el estado estacionario (análisis de corto plazo).

El interés por analizar diversas políticas fiscales en un modelo de crecimiento endógeno con dinámica de transición no nula, radica en que, a partir de un estado estacionario inicial de las variables en niveles (una vez descontada la tendencia, definida ésta como la tasa de crecimiento del equilibrio balanceado), cualquier perturbación puramente transitoria de cualquier variable o parámetro de política conduce a la economía a través de una trayectoria de convergencia estable, a un estado estacionario que, en los niveles de las variables, será diferente del inicial.

Además, el efecto final de dicha perturbación va a depender crucialmente, no sólo del sistema impositivo utilizado por el gobierno para financiar su gasto, sino también, del punto del espacio paramétrico donde se sitúe inicialmente la economía. Así, Caballé y Santos (1993) y Ladrón de Guevara, Ortigueira y Santos (1997), caracterizan las distintas regiones del espacio paramétrico que determinan que, ante una desviación de la economía que la lleva fuera del rayo que caracteriza el estado estacionario, las variables relevantes en niveles seguirán sendas de transición estables que convergen a niveles superiores o inferiores a los iniciales[1]. Estos autores realizaron su análisis en un modelo en tiempo continuo, sin sector público y en un contexto determinista. Por otro lado, Ortigueira (1996) establece que el impuesto sobre las rentas de capital influye en la determinación de las diferentes regiones de crecimiento en un modelo de dos sectores con acumulación de capital humano sin ocio y con una tecnología lineal en la producción de nuevo capital humano. Ruiz (1996) muestra cómo otros tipos impositivos también influyen en la caracterización de las diferentes regiones de crecimiento en un modelo con ocio y utilización del input capital físico en la producción de nuevo capital humano. Así, en este trabajo analizaremos los efectos de un déficit público en cada región del espacio paramétrico cuando el gobierno decide reducir algún tipo impositivo, manteniendo constante una senda de gasto predeterminada, y estudiaremos las diferencias de estos efectos en cada región.

La literatura reciente sobre la teoría del crecimiento ha destacado que la política fiscal es uno de los determinantes más importantes de la tasa de crecimiento a largo plazo de la economía. Sin embargo, políticas fiscales de reducción de impuestos que promuevan el crecimiento de la economía han sido rechazadas en EEUU debido a que dichas reducciones llevan implícitas aumentos muy importantes en el déficit público, por lo que se requieren, en períodos posteriores, incrementos en los tipos impositivos. Así, Ireland (1994), en el marco del modelo de crecimiento endógeno más simple (*AK*), estudia los efectos de reducir un impuesto sobre la renta, cuyo déficit inicial generado por esta reducción, es financiado con la emisión de deuda por parte del gobierno, que es pagada en el largo plazo sin incrementar el tipo impositivo en períodos posteriores. Esto se debe a que la reducción en el tipo impositivo hoy genera incrementos en la tasa de crecimiento a largo plazo, de modo que se incrementa la base imponible, provocando un aumento en el largo plazo de los ingresos impositivos (aun con una tasa impositiva menor).

En este trabajo, se analizan los efectos de un déficit presupuestario cuando, a partir de una situación de presupuesto equilibrado, el gobierno decide recortar algún tipo impositivo (sobre la renta del capital, sobre la renta salarial o sobre el consumo), generando, al menos en el corto plazo, un déficit presupuestario. En este caso, el gobierno tendrá la capacidad de emitir deuda para financiar dicho déficit. Supondremos que la política de gasto se define como una senda predeterminada tal que, dados

---

[1] Las regiones del crecimiento fueron definidas por Caballé y Santos (1993) como sigue: *Caso normal*: si existe una perturbación transitoria en la economía que incrementa el capital físico (convenientemente normalizado) con respecto a su estado estacionario inicial, dicha economía convergerá a un estado estacionario con un nivel mayor tanto de capital físico como de capital humano. *Caso paradójico*: ante la misma situación anterior, se converge a niveles inferiores de ambos tipos de capital. *Caso de crecimiento exógeno*: bajo la misma situación anteriormente definida, la economía converge a la misma situación inicial.

unos tipos impositivos sobre las rentas del capital y del trabajo y sobre el consumo, el gobierno equilibra su presupuesto en cada período, es decir, la senda de gasto iguala en cada instante a los ingresos impositivos. A partir de esta secuencia predeterminada de gasto, nos preguntamos si existe una tasa impositiva sobre la renta del capital, sobre la renta del trabajo o sobre el consumo menor que la de partida que pueda financiar la misma secuencia de gasto, financiando el déficit presupuestario por la emisión de deuda, en un modo que permita equilibrar el presupuesto en el largo plazo (es decir, que la deuda pueda amortizarse en el futuro). Si se encuentran tasas impositivas menores que las iniciales que equilibran el valor presente del presupuesto del gobierno, éste podrá reducir impuestos manteniendo la senda de gasto predeterminada, si bien incurrirá en grandes déficits en el corto plazo.

Este planteamiento tiene sentido siempre que la tasa impositiva objeto de alguna reducción tenga efectos sobre la tasa de crecimiento de la economía, ya que una disminución en un tipo impositivo con efectos no nulos sobre la tasa de crecimiento de las variables relevantes incrementará la misma generando una expansión de la base imponible en el largo plazo, obteniéndose, por tanto, beneficios impositivos. Este aumento de los ingresos impositivos en el largo plazo puede más que compensar, en valor presente, la caída inicial de éstos, de modo que pueda equilibrarse el déficit en el largo plazo o, lo que es lo mismo, se pueda amortizar la deuda; por tanto, si esto así ocurre, la reducción en los tipos impositivos estará justificada ya que, en general, la reducción en los tipos impositivos viene acompañada de incrementos en el bienestar y promueve el crecimiento económico.

El interés de realizar este tipo de análisis en un modelo de crecimiento endógeno con acumulación de capital humano es doble: i) por un lado, se incorpora en el estudio el análisis de la dinámica de transición, aportando los efectos a corto y largo plazo de reducciones en los tipos. Veremos que es determinante tener en cuenta los efectos durante la transición y no solo el efecto final al caracterizar el rango de reducción factible del tipo impositivo[2] (este rango en general será mayor si se tiene en cuenta la transición); ii) por otro lado, dado que tenemos diferentes tipos impositivos financiadores del gasto, podemos analizar, desde el punto de vista del diseño fiscal óptimo, qué tipo impositivo puede reducirse generando un mayor incremento de bienestar, un mayor incremento en la tasa de crecimiento, un menor tiempo en amortizar la deuda o un tamaño del déficit menor durante la transición hasta que es amortizado. Además, este análisis también se realiza en las dos regiones del espacio de parámetros que antes se han descrito, encontrando diferencias en cuanto a la efectividad de las políticas fiscales.

Por último, se analiza el efecto de estas reducciones en los tipos impositivos en el marco de este modelo donde el gobierno dispone, además, de la capacidad de emitir dinero para finaciar su gasto. La demanda de dinero es introducida a partir de una restricción de *cash-in-advance* (como la modelizada por Gomme (1993)). En este modelo, las políticas monetaria (que tienen efectos no nulos

[2] Definiremos el *rango de reducción factible del tipo impositivo* como la diferencia entre el tipo impositivo inicial y la máxima reducción del impuesto que hace factible, en valor presente, la restricción presupuestaria del gobierno.

sobre el crecimiento de la economía[3]) y fiscal se interrelacionan. Así, nos preguntamos si el gobierno es indiferente, en algún sentido, entre incrementar la deuda o el dinero para financiar el déficit presupuestario provocado por la reducción de alguna tasa impositiva y si el control de la inflación por parte del gobierno ofrece un mayor grado de eficacia en la reducción de impuestos.

Los resultados obtenidos de analizar los efectos de un déficit presupuestario cuando, manteniendo invariable una senda predeterminada de gasto, se reduce algún tipo impositivo, pueden resumirse en los siguientes: (a) disminuciones en el tipo impositivo que grava las rentas del trabajo generan efectos más positivos sobre el bienestar y sobre la tasa de crecimiento que reducciones en el impuesto que grava las rentas de capital (tanto en el caso normal como en el paradójico); (b) sin embargo, reducciones en el impuesto sobre las rentas de capital tienen un coste menor en términos de déficit y amortización de la deuda por cuanto que se amortiza la deuda en un menor tiempo y la participación del déficit y de la deuda sobre la producción es menor durante la transición hasta que se equilibra el presupuesto. Por tanto, en el marco de este modelo, sólo si en la función de pérdida de un gobierno tiene más peso el coste del endeudamiento que el bienestar de los agentes estará justificado reducir el tipo impositivo que grava las rentas de capital; (c) reducciones en el tipo impositivo sobre el consumo no serán factibles, en el sentido de que el rango de reducción factible es nulo; (d) en el caso paradójico, la capacidad de reducción de los tipos impositivos es mayor que en el caso normal, debido a que dichas reducciones tienen una mayor efectividad sobre la tasa de crecimiento de estado estacionario.

El trabajo se organiza como sigue. En la sección 2 se presenta el modelo de crecimiento endógeno con acumulación de capital humano. En la sección 3 se determinan los efectos de un déficit presupuestario generado por reducciones en los tipos impositivos manteniendo constante una senda de gasto predeterminada. En la sección 4 se analizan los efectos del déficit presupuestario en un contexto en el que el gobierno tiene la capacidad de emitir dinero y los agentes demandan dinero para comprar el único bien de consumo de la economía. Por último, en la sección 5 se resumen los resultados obtenidos y se concluye.

2.MODELO DE CRECIMIENTO ENDOGENO CON CAPITAL HUMANO

En esta sección se describe el modelo de crecimiento endógeno en tiempo discreto. La economía se compone de consumidores, empresas competitivas y gobierno. Para su análisis se suponen un consumidor y una empresa representativa así como un gobierno, cuyo gasto (no productivo en esta economía) puede ser financiado por tres tipos de impuestos (imposición sobre el consumo y las rentas de los factores capital y trabajo), para cada uno de los cuales se analizarán sus implicaciones económicas. Suponemos inicialmente que la restricción presupuestaria del gobierno está equilibrada en cada período y el gobierno no emite deuda ni acumula activos. Cuando, en la sección siguiente, analicemos el experimento de política de reducir algún tipo impositivo manteniendo constante la senda de gasto

[3] Veánse los trabajos de Jones, Manuelli (1990), Jones, Manuelli y Rossi (1993) y Chari, Jones y Manuelli (1995).

público, dotaremos al gobierno la capacidad de emitir deuda con el fin de financiar los déficits presupuestarios generados por la reducción impositiva.

En este trabajo nos centraremos en los modelos que explican el crecimiento sostenido de la producción per cápita a través de la educación, de modo que los agentes invierten en el sector educacional para mejorar la productividad de sus horas trabajadas, permitiendo así, que se produzca crecimiento en el estado estacionario.

En esta economía se consideran dos sectores. El primer sector produce el único bien final de la economía (que puede ser destinado a consumir o a acumular stock de capital físico) en tanto que el segundo sector produce capital humano. Esta economía se compone de consumidores con vida infinita (es decir, existen generaciones cuyo número crece en el tiempo ininterrumpidamente), de empresas competitivas y de gobierno. El número de individuos de cada generación es $\tilde{N}_t$, cuya tasa bruta de crecimiento exógeno es *n*. Cada uno de ellos dispone de una unidad de tiempo que puede utilizar para trabajar, ya sea en la producción de capital físico o capital humano, o disfrutar como tiempo de ocio.

La tecnología utilizada por las empresas en la producción del único bien físico de la economía está representada por una función de producción del tipo Cobb-Douglas con rendimientos constantes a escala en el agregado:

$$\tilde{Y}_t = F(\tilde{K}_{1t}, \tilde{L}_{1t}) = A(v_t \tilde{K}_t)^{\alpha}(u_t \tilde{H}_t)^{1-\alpha}, \tag{2.1}$$

donde *A* es el parámetro que indica el nivel de la tecnología; v_t es el porcentaje del stock de capital físico dedicado a la producción de bienes finales de modo que $\tilde{K}_{1t} = v_t \tilde{K}_t$; u_t es la fracción de la unidad de tiempo que posee cada individuo de la economía, que dedica a trabajar, por lo que si $\tilde{H}_t$ representa la eficiencia en el trabajo de los agentes privados, tenemos que $\tilde{L}_{1t} = u_t \tilde{H}_t$.

El capital humano, que se deprecia a una tasa constante $\delta \in (0,1)$ (es decir, si no se produce nuevo capital humano, el nivel educacional se deteriora), está determinado por la siguiente regla de acumulación[4]:

$$\tilde{h}_{t+1} = B((1-v_t)\tilde{k}_t)^{\beta}((1-u_t-w_t)\tilde{h}_t)^{1-\beta} + (1-\delta_h)\tilde{h}_t, \tag{2.2}$$

donde $\tilde{h}_t$ es el stock de capital humano por trabajador en la economía, en el período *t*; el stock de capital físico efectivo en la producción de capital humano es $(1-v_t)\tilde{k}_t$; el trabajo efectivo utilizado en la producción de capital humano es $(1-u_t-w_t)\tilde{h}_t$, donde w_t es la fracción de tiempo que los agentes dedican al ocio. Por último, *B* es un parámetro tecnológico.

2.1. **Agentes privados**

Cada individuo de esta economía deriva su utilidad de consumir $\tilde{c}_t$ unidades de un bien perecedero y de la disponibilidad de tiempo de ocio w_t. El tiempo total disponible se normaliza en cada período a la unidad. Las preferencias se caracterizan por una función de utilidad $U(\tilde{c}_t, w_t)$

[4] A excepción de las variables u_t, w_t y v_t, las letras minúsculas denotan las variables per cápita que representan las letras mayúsculas: $\tilde{X}_t = \tilde{x}_t / \tilde{N}_t$.

continua en su dominio de definición y con derivadas parciales asímismo continuas:

$$U(\tilde{c}_t, w_t) = \frac{\left(\tilde{c}_t^{\,p} w_t^{\,1-p}\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma}. \tag{2.3}$$

Si se interpretan los términos dentro del corchete como un bien compuesto, linealmente homogéneo, ésta es una utilidad con una aversión relativa al riesgo igual a σ. Esta función de utilidad con elasticidad de sustitución constante junto con los rendimientos constantes a escala de las funciones de producción de cada sector, cumplen las condiciones necesarias para la existencia de crecimiento endógeno (véase King, Plosser y Rebelo (1988) para un análisis más detallado).

El problema de optimización al cual se enfrentan los agentes privados es:

$$\underset{\{\tilde{c}_t, u_t, v_t, w_t, \tilde{k}_{t+1}, \tilde{h}_{t+1}, \tilde{i}_t\}}{MAX} \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t \frac{\left(\tilde{c}_t^{\,p} w_t^{\,1-p}\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \tilde{N}_t \tag{P1}$$

$$(1-\tau_t^r) r_t v_t \tilde{k}_t + \tau_t^r \delta_k v_t \tilde{k}_t + (1-\tau_t^{\omega}) \omega_t u_t \tilde{h}_t \geq \tilde{c}_t (1+\tau_t^c) + \tilde{i}_t, \quad t=0,1,2,... \tag{2.4}$$

sujeto a:

$$n\tilde{k}_{t+1} = \tilde{i}_t + (1-\delta_k)\tilde{k}_t, \quad t=0,1,2,... \tag{2.5}$$

$$\tilde{h}_{t+1} = B\left((1-v_t)\tilde{k}_t\right)^{\beta} \left((1-u_t-w_t)\tilde{h}_t\right)^{1-\beta} + (1-\delta_h)\tilde{h}_t, \quad t=0,1,2,... \tag{2.6}$$

$$\begin{gathered} \tilde{h}_0,\ \tilde{k}_0 \quad dados \\ \tilde{k}_{t+1}, \tilde{c}_t, \tilde{h}_{t+1} \geq 0 \\ v_t, u_t, w_t \in (0,1), \quad (u_t + w_t) \in (0,1), \end{gathered} \tag{2.7}$$

donde r_t y ω_t son los pagos unitarios recibidos por los agentes privados por alquilar capital a las empresas y ofrecer su fuerza de trabajo a las mismas, respectivamente y la variable $\tilde{i}_t$ denota la inversión bruta per cápita en capital físico. La población crece a la tasa exógena *n*, de modo que $\tilde{N}_t = n^t N_0$. Por último, las variables $\tau^c, \tau^{\omega}, \tau^r$ denotan, respectivamente, la tasa impositiva sobre el consumo, sobre la renta del trabajo efectivo y sobre la renta del capital físico dedicado a la producción del bien final.

La expresión (2.4) es la restricción presupuestaria a la que se enfrenta el consumidor y que debe satisfacer en cada período. Esta indica que la renta neta de impuestos que proviene de: i) alquilar la fracción v_t del stock de capital físico a las empresas; y, ii) ofrecer su fuerza de trabajo efectiva, será dedicada al consumo del output final y a la inversión en capital físico.

La expresión (2.5) describe la ley de movimiento del capital físico, así como (2.6) denota la tecnología de acumulación del capital humano.

Las condiciones de primer orden (*CPO*) de este problema son:

$$\frac{(1-\tau_t^{\omega})\omega_t}{(1-\tau_t^r)r_t+\tau_t^r\delta_k}=\frac{(1-\beta)(1-v_t)\tilde{k}_t}{\beta(1-u_t-w_t)\tilde{h}_t}, \tag{2.8}$$

$$\frac{p}{(1-p)}w_t=\frac{(1+\tau_t^c)\tilde{c}_t}{(1-\tau_t^{\omega})\omega_t\tilde{h}_t}, \tag{2.9}$$

$$\frac{{}^{(1-\sigma)-1}w_t^{(1-\sigma)(1-p)}}{(1+\tau_t^c)}=E_t\left[\rho\ \frac{\tilde{c}_{t+1}^{p(1-\sigma)-1}\ w_{t+1}^{(1-p)(1-\sigma)}}{(1+\tau_{t+1}^c)}\Big((1-\tau_{t+1}^r)r_{t+1}+\tau_{t+1}^r\delta_k+1-\delta\right. \tag{2.10}$$

$$\frac{{}^{-\sigma)-1}w_t^{(1-p)(1-\sigma)}(1-\tau_t^{\omega})\omega_t}{-v_t)\tilde{k}_t)^{\beta}((1-u_t-w_t)\tilde{h}_t)^{-\beta}}=E_t\left[\rho n\ \frac{\tilde{c}_{t+1}^{p(1-\sigma)-1}\ w_{t+1}^{(1-p)(1-\sigma)}(1-\tau_{t+1}^{\omega})\omega_{t+1}}{((1-v_{t+1})\tilde{k}_{t+1})^{\beta}((1-u_{t+1}-w_{t+1})\tilde{h}_{t+1})}\right. \tag{2.11}$$
$$\left.\times\Big((1-\beta)B((1-v_{t+1}\tilde{k}_{t+1})^{\beta}((1-u_{t+1}-w_{t+1})\tilde{h}_{t+1})^{-\beta}\ (1-w_{t+1})+1-\delta_h\Big)\right],$$

$$\tau_t^r)r_tv_t\tilde{k}_t+\tau_t^r\delta_kv_t\tilde{k}_t+(1-\tau_t^{\omega})\omega_tu_t\tilde{h}_t\ \geq\tilde{c}_t(1+\tau_t^c)+n\tilde{k}_{t+1}-(1-\delta_k)\tilde{k}_t\ ,\quad t=0,1,2 \tag{2.12}$$

junto con la restricción (2.6) así como las condiciones de transversalidad:

$$\lim_{j\to\infty}\ \tilde{\lambda}_{t+j}\tilde{k}_{t+j+1}=0, \tag{2.13}$$

$$\lim_{j\to\infty}\ \tilde{\mu}_{t+j}\tilde{h}_{t+j+1}=0, \tag{2.14}$$

donde $\tilde{\lambda}_t$ *y* $\tilde{\mu}_t$ son los multiplicadores de Lagrange (no descontados) asociados a las restricciones (2.12) y (2.6) respectivamente.

La expresión (2.8) garantiza la igualdad de la relaciones marginales de transformación (*RMT*) entre cada input en ambos sectores (netas de impuestos). La condición (2.9) indica que la relación marginal de sustitución (*RMS*) entre consumo y ocio debe ser igual a la inversa de la productividad marginal del trabajo efectivo por unidad de eficiencia del mismo. A pesar de la estructura estocástica del modelo, estas dos relaciones son deterministas. La condición (2.10) muestra que el consumidor representativo invierte en capital físico hasta que su productividad marginal iguala la *RMS* intertemporal entre consumo presente y consumo futuro neta de impuestos. Por último, (2.11) tiene la misma interpretación que (2.10) pero referida a la inversión en capital humano.

2.2. **Empresas**

Suponemos que existe una empresa representativa del sector productor del output final cuyo objetivo es, en cada período, la maximización de beneficios:

$$\underset{\{\tilde{K}_t^D,\tilde{L}_t^D\}}{MAX}\ F(\tilde{K}_t^D,\tilde{L}_t^D)-\omega_t\tilde{L}_t^D-r_t\tilde{K}_t^D \qquad \text{(P2)}$$

donde $\tilde{K}_t^D,\tilde{L}_t^D$ son las demandas de inputs de las empresas alquiladas a los agentes privados y τ^y es la tasa impositiva sobre el output. En equilibrio debe cumplirse que $\tilde{K}_t^D=\tilde{K}_{1t}\equiv v_t\tilde{K}_t$ y $\tilde{L}_t^D=\tilde{L}_{1t}\equiv\tilde{N}_tu_t\tilde{h}_t$.

Las CPO ($\forall t$) son las siguientes:

$$F_1(t)=r_t, \qquad (2.15)$$

$$F_2(t)=\omega_t, \qquad (2.16)$$

es decir, las productividades marginales de ambos inputs dedicados al sector productor del bien final se igualan a sus respectivos precios.

2.3. **Gobierno**

El comportamiento del gobierno es muy simple; la restricción presupuestaria está equilibrada en cada período y viene dada por la expresión siguiente, en términos per cápita:

$$\tilde{g}_t=\tau_t^r r_t v_t\tilde{k}_t+\tau_t^{\omega}\omega_t u_t\tilde{h}_t+\tau_t^c\tilde{c}_t-\tau_t^r\delta_k v_t\tilde{k}_t, \qquad (2.17)$$

es decir, el gasto público se financia a través de la imposición sobre la renta de los factores y sobre el consumo.

2.4. **Equilibrio Competitivo**

El equilibrio competitivo se define como aquel conjunto de sendas $\{\tilde{c}_t,u_t,w_t,v_t,\tilde{k}_{t+1},\tilde{h}_{t+1},r_t,\omega_t,\tau_t^j\}_{t=0}^{\infty}$ con $j=c,\omega$ ó r , que satisfacen las condiciones de maximización de beneficios (2.15) y (2.16), las condiciones de optimalidad del problema (P1) dadas por (2.6), (2.8) a (2.14), la restricción presupuestaria del gobierno y la condición de vaciado del mercado de bienes finales descrita por la expresión siguiente:

$$\tilde{I}_t=F(\tilde{K}_{1t},\tilde{L}_{1t})-\tilde{N}_t\tilde{c}_t-\tilde{N}_t\tilde{g}_t. \qquad (2.18)$$

3. EXPERIMENTO POR EL LADO DE LA OFERTA DE UN REDUCCION EN LOS TIPOS IMPOSITIVOS MANTENIENDO CONSTANTE LA SENDA DE GASTO.

En esta sección se analizan los efectos de un déficit presupuestario producido por reducciones marginales en los tipos impositivos manteniendo constante una senda predeterminada de gasto público. Por tanto, consideremos en este caso que el gobierno tiene la capacidad de emitir deuda con el fin de financiar el déficit presupuestario que se generará, al menos en el corto plazo, por el recorte en los impuestos.

Dado que el modelo objeto de análisis es generador de crecimiento endógeno, una reducción en alguna de las tasas impositivas que financian el gasto público (cuya senda está determinada y es invariable ante cambios en los impuestos), tendrá efectos positivos sobre la tasa de crecimiento de las variables relevantes de la economía, de modo que, en el largo plazo, aumentará la base imponible, pudiéndose generar, de esta forma, mayores ingresos impositivos. Sólo si la reducción en los impuestos es tal que los déficits iniciales pueden ser compensados en el largo plazo (es decir, si la deuda puede amortizarse en el largo plazo), podemos concluir que es factible el recorte impositivo (sin tener que aumentar, con posterioridad, los impuestos) y que, en general, será deseable desde el punto de vista del bienestar de los agentes de la economía, a pesar del incremento inicial del déficit público.

Por tanto, como en el trabajo de Ireland (1994), nos preguntamos si existe una tasa impositiva menor que la inicial que pueda financiar la misma secuencia de gasto público. Hacemos algunas preguntas adicionales a las consideradas por Ireland (1994):

i) ¿cuál es el margen máximo de reducción para cada tipo impositivo (sobre las rentas de capital, del trabajo y sobre el consumo) tal que haga factible la restricción presupuestaria del gobierno en valor presente?; ¿depende este margen de reducción del nivel inicial de los ingresos públicos?,

ii) desde el punto de vista del bienestar, ¿qué tipo impositivo (sobre las rentas del trabajo, del capital o sobre el consumo) es deseable disminuir?,

iii) ¿qué tipo impositivo genera, al ser reducido, un menor nivel de déficit y, por consiguiente, un menor endeudamiento durante la transición, hasta que la deuda es amortizada?. Esta es una pregunta que tiene interés desde el punto de vista político, ya que puede ser un objetivo del gobierno, cuando lleva a cabo una política de recorte de impuestos, incurrir en niveles de déficit menores en lugar de obtener el mayor bienestar posible de los individuos de la economía.

Llevamos a cabo este análisis en un contexto determinista, a partir del modelo de crecimiento endógeno con acumulación de capital humano que hemos descrito en la sección anterior, si bien hemos incorporado la capacidad del gobierno de emitir bonos. El gasto público está dado por una senda exógena predeterminada. Además, el gasto público es devuelto a los consumidores a modo de transferencias. Esto se debe al hecho de que si este gasto público es devuelto a los consumidores, la imposición sobre el consumo es distorsionante, es decir, tiene efectos no nulos sobre la tasa de crecimiento (véase Ruiz (1996)), de modo que podremos analizar si es factible una reducción en este impuesto manteniendo invariable la senda de gasto[5].

El problema de optimización al cual se enfrentan los agentes privados coincide con el problema descrito en la sección 2.1 si bien la restricción presupuestaria es ahora:

$$n\tilde{k}_{t+1}+n\frac{\tilde{b}_{t+1}}{R_t}+\tilde{c}_t(1+\tau_t^c)+(r_t-\delta)\tau_t^r v_t\tilde{k}_t+\tau_t^\omega\omega_t u_t\tilde{h}_t\leq$$
$$\leq r_t v_t\tilde{k}_t+\omega_t u_t\tilde{h}_t+(1-\delta_k)\tilde{k}_t+\tilde{b}_t+\tilde{g}_t, \qquad (3.1)$$

es decir, las rentas del consumidor provienen del alquiler de su stock de capital a las empresas productoras de capital físico ($r_t v_t\tilde{k}_t$), de ofrecer horas de trabajo así como su nivel de eficiencia (adquirido en el sector de educación al que dedica parte de su tiempo y de su capital físico) por un salario ω_t ($\omega_t u_t\tilde{h}_t$), del stock de capital tras la depreciación ($(1-\delta_k)\tilde{k}_t$), las transferencias ($\tilde{g}_t$) y el rendimiento de los bonos descontados ($\tilde{b}_t$) ; estas rentas son utilizadas para consumir ($\tilde{c}_t$), decidir el stock de capital físico del siguiente período ($n\tilde{k}_{t+1}$), para comprar bonos descontados en términos del bien de consumo en t ($n\tilde{b}_{t+1}/R_t$) y para pagar impuestos ($\tau_t^c\tilde{c}_t+(r_t-\delta)\tau_t^r v_t\tilde{k}_t+\tau_t^\omega\omega_t u_t\tilde{h}_t$). Además suponemos que el nivel inicial de deuda ($\tilde{b}_0$) está dado.

Las condiciones de primer orden coinciden con las descritas en las expresiones (2.8)-(2.11), en su versión determinista, junto con (2.6) y (3.1). Además, se tiene una condición adicional, que se obtiene de la decisión de compra de bonos de los consumidores:

$$n\tilde{\lambda}_t\frac{1}{R_t}=\tilde{\lambda}_{t+1}\Leftrightarrow\tilde{\lambda}_t=\frac{n^t}{\prod_{s=0}^{t-1}R_s}\tilde{\lambda}_0, \qquad (3.2)$$

donde $\tilde{\lambda}_t$ es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria (3.1). Teniendo en cuenta que $\tilde{\lambda}_t=U_{\tilde{c}}(\tilde{c}_t,w_t)(\rho n)^t/(1+\tau_t^c)$ y a partir de (2.10), tenemos que, en equilibrio, el tipo de interés R_t es:

$$R_t=(1-\tau_{t+1}^r)r_{t+1}+(1-\delta_k(1-\tau_{t+1}^r)), \qquad (3.3)$$

es decir, el tipo al cual se descuentan los bonos es el tipo de interés que pagan las empresas por alquilar el stock de capital físico a los consumidores, neto de impuestos y de depreciación.

Las condiciones de transversalidad coinciden con (2.13) y (2.14) en su versión determinista, junto con la condición de transversalidad de los bonos:

[5] No tendría sentido analizar si el impuesto sobre el consumo puede reducirse manteniendo constante la senda de gasto y siendo factible la restricción presupuestaria del gobierno en valor presente, si dicho impuesto no tuviera efectos sobre la tasa de crecimiento, ya que no podría expandirse la base imponible en el largo plazo, por lo que nunca sería factible dicha reducción.

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{\lambda}_t \tilde{b}_{t+1} = 0 \Rightarrow \lim_{t\to\infty} \frac{n^t}{\prod_{s=0}^{t-1} R_s} \tilde{b}_{t+1} = 0 \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty} \frac{\tilde{B}_{t+1}}{\prod_{s=0}^{t-1} R_s} = 0. \tag{3.4}$$

Las empresas maximizan beneficios y se comportan de forma idéntica a la descrita en la sección 2.2.

El gobierno proporciona una secuencia predeterminada de transferencias $\{\tilde{G}_t\}_{t=0}^{\infty}$ financiadas a través de impuestos y de la emisión de bonos, de modo que satisface en cada período la siguiente restricción presupuestaria:

$$\tau_t^c \tilde{c}_t + \tau_t^r (r_t - \delta) v_t \tilde{k}_t + \tau_t^{\omega} \omega_t u_t \tilde{h}_t + n \frac{\tilde{b}_{t+1}^{\,s}}{R_t} \geq \tilde{g}_t + \tilde{b}_t^{\,s}. \tag{3.5}$$

Por último, el equilibrio competitivo se define como un conjunto de sendas $\{\tilde{c}_t, \tilde{k}_{t+1}, \tilde{h}_{t+1}, \tilde{b}_{t+1}, u_t, v_t, w_t, r_t, \omega_t, \tau_t^c, \tau_t^r, \tau_t^{\omega}\}_{t=0}^{\infty}$ que satisfacen las condiciones de maximización de beneficios (2.15) y (2.16), la condiciones de optimalidad del problema del consumidor (2.6), (2.8) a (2.11), (3.1), (3.3), (2.13), (2.14) y (3.4), la restricción del gobierno (3.5) y la condición de vaciado de mercados:

$$\begin{aligned} A(v_t \tilde{K}_t)^{\alpha} (u_t N_t \tilde{h}_t)^{1-\alpha} &= \tilde{K}_{t+1} - (1-\delta_k)\tilde{K}_t + N_t \tilde{c}_t, \\ \tilde{B}_t &= \tilde{B}_t^{\,s}, \end{aligned} \tag{3.6}$$

es decir, consumo más inversión en capital físico es igual en cada período a la producción del bien final y la oferta y demanda de bonos se igualan.

Descripción del experimento de política:

Consideremos el caso especial en que $\tilde{b}_t^{\,s} = 0 \ \forall t$, es decir, el gobierno equilibra su presupuesto en cada período. Supongamos que $\tau_t^j = \tau_0^j$, $\forall t$, $j = c, r, \omega$. En este caso la senda de gasto será:

$$\tilde{g}_t = \tau_0^c \tilde{c}_t + \tau_0^r v_t \tilde{k}_t (r_t - \delta) + \tau_0^{\omega} \omega_t u_t \tilde{h}_t. \tag{3.7}$$

Si los niveles de capital físico y humano iniciales $(\tilde{k}_0, \tilde{h}_0)$ son tales que $\tilde{k}_0/\tilde{h}_0 = (\tilde{k}_t/\tilde{h}_t)^*$, es decir, el ratio de los niveles iniciales es igual al valor de estado estacionario del ratio, la economía se situará desde el período inicial en el equilibrio balanceado, es decir, las variables con crecimiento no nulo en el estado estacionario crecerán a una tasa constante y el resto de las variables permanecerán constantes. Vamos a denotar a las variables de este equilibrio balanceado como sigue:

$$\begin{gathered} \tilde{k}_{t,0} = \gamma_0^t k_0, \ \tilde{h}_{t,0} = \gamma_0^t h_0, \ \tilde{c}_{t,0} = \gamma_0^t c_0, \\ u_0, v_0, w_0, r_0, \omega_0, R_0, \\ \tilde{g}_t = \gamma_0^t g_0 = \gamma_0^t \left[\tau_0^c c_0 + \tau_0^r v_0 k_0 (r_0 - \delta_k) + \tau_0^{\omega} \omega_0 u_0 h_0 \right]. \end{gathered} \tag{3.8}$$

A partir de esta situación de estado estacionario con presupuesto equilibrado, supongamos que el gobierno se pregunta si podría introducir una política fiscal de reducción de impuestos manteniendo constante la senda de gasto dada en (3.8) de forma que se satisfaga la restricción presupuestaria del gobierno en valor presente. Si la respuesta es afirmativa esto implicará que el déficit que generará la reducción en los impuestos podrá compensarse en el futuro, de modo que en el largo plazo equilibrará su presupuesto y amortizará su deuda sin tener que volver a incrementar los impuestos en el futuro.

Supongamos que, sin pérdida de generalidad, el gobierno reduce el tipo impositivo que grava las rentas del trabajo de τ_0^ω a τ_1^ω ($\tau_1^\omega<\tau_0^\omega$). Esta reducción generará un incremento en la tasa de crecimiento (véase Ruiz (1996)) así como efectos a corto y a largo plazo en las variables relevantes de la economía (téngase en cuenta que en este modelo la dinámica de transición es no nula). Para obtener los efectos sobre las variables que componen la economía de la reducción en el tipo impositivo que grava las rentas del trabajo, simulamos el modelo del modo que se especifica en el apéndice, teniendo en cuenta que la restricción de recursos de la economía en este caso es (3.6) y que, dada la estructura del modelo, la senda temporal siguiente:

$$\{c_{t,1},k_{t+1,1},h_{t+1,1},u_{t,1},v_{t,1},w_{t,1},r_{t,1},\omega_{t,1},R_{t,1}\}_{t=j}^{T+j}\text{, siendo } \tilde{x}_t=\gamma_1^t x_t\ ,\ \ x=c,k,h,$$

donde γ_1 es la tasa de crecimiento de estado estacionario una vez que se ha puesto en marcha la política de reducción de impuestos, puede calcularse independientemente de la secuencia de bonos. Los niveles de capital físico y humano en el instante temporal *j* en que se realiza la política de reducción de impuestos, son los valores correspondientes al estado estacionario de la economía antes del cambio en el tipo impositivo.

La senda temporal de equilibrio descrita anteriormente puede ser infactible si el nuevo tipo impositivo, junto con las secuencias de equilibrio calculadas y la secuencia de gasto predeterminada (3.8), no satisfacen la restricción presupuestaria del gobierno en valor presente. Para evaluar si los equilibrios obtenidos son factibles debemos calcular, para cada reducción marginal del tipo impositivo, la restricción presupuestaria del gobierno en valor presente:

Denotemos por $\tilde{ing}_{t,1}$ los ingresos impositivos per cápita en cada instante *t* bajo la política fiscal de reducción del tipo impositivo sobre la renta del trabajo (τ_1^ω), es decir,

$$\begin{aligned}\tilde{ing}_{t,1}&=\tau_0^c\tilde{c}_{t,1}+\tau_0^r v_{t,1}\tilde{k}_{t,1}(r_{t,1}-\delta)+\tau_1^\omega\omega_{t,1}u_{t,1}\tilde{h}_{t,1}\\&=\gamma_1^t\left[\tau_0^c c_{t,1}+\tau_0^r v_{t,1}k_{t,1}(r_{t,1}-\delta)+\tau_1^\omega\omega_{t,1}u_{t,1}h_{t,1}\right]\\&=\gamma_1^t\ ing_t\ .\end{aligned}\tag{3.9}$$

La restricción del gobierno es, por tanto,

$$(\tilde{ing}_{t,1}-\tilde{g}_{t,0})+n\frac{\tilde{b}_{t+1}}{R_{t,1}}-\tilde{b}_t\geq 0\ \ ,\ \ t=j,j+1,j+2,...$$

Si resolvemos hacia adelante la restricción presupuestaria, tenemos:

$$\sum_{t=j}^{\infty}\left(\prod_{s=j}^{t-1}R_{s,1}\right)^{-1} n^{t-j}\,(\widetilde{ing}_{t,1}-\tilde{g}_{t,0})\geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\sum_{t=j}^{\infty}\left(\prod_{s=j}^{t-1}R_{s,1}\right)^{-1}(n\gamma_1)^{t-j}\;ing_{t,1}-g_0\sum_{t=j}^{\infty}\left(\prod_{s=j}^{t-1}R_{s,1}\right)^{-1}(n\gamma_0)^{t-j}\geq 0\,, \tag{3.10}$$

donde hemos utilizado el cumplimiento de la condición de transversalidad (3.4). Por tanto, recortar el tipo impositivo τ_0^{ω} es factible si se satisface (3.10) (existirá una expresión equivalente a (3.10) para cada tipo impositivo que se pretenda reducir). Para la evaluación numérica de (3.10) hemos considerado que después de 250 períodos (trimestres) las variables han convergido al nuevo valor de estado estacionario, lo cual está justificado por nuestro propio ejercicio numérico, de modo que (3.10) es aproximado por:

$$\sum_{t=j}^{250+j}\frac{(n\gamma_1)^{t-j}}{\prod_{s=j}^{t-1}R_{s,1}}ing_{t,1}+ing_1R_1\sum_{t=j+251}^{\infty}\left[\frac{n\gamma_1}{R_1}\right]^{t-j}-g_0\left[\sum_{t=j}^{250+j}\frac{(n\gamma_0)^{t}}{\prod_{s=j}^{t-1}R_{s,1}}+\sum_{t=251+j}^{\infty}\left(n\right.\right. \tag{3.11}$$

o, resolviendo los sumatorios,

$$\sum_{t=j}^{250+j}\frac{(n\gamma_1)^{t-j}}{\prod_{s=j}^{t-1}R_{s,1}}ing_{t,1}+ing_1R_1\frac{(n\gamma_1/R_1)^{151}}{1-(n\gamma_1/R_1)}-g_0\left[\sum_{t=j}^{250+j}\frac{(n\gamma_0)^{t}}{\prod_{s=j}^{t-1}R_{s,1}}+R_1\frac{(n\gamma_0/R}{1-(n}\right. \tag{3.12}$$

donde las variables sin subíndice temporal denotan valores de estado estacionario. En la expresión (3.12) hemos utilizado que $(n\gamma_1/R_1)\in(0,1)$ ya que suponemos que los parámetros estructurales satisfacen la condición de transversalidad. Esto puede verificarse como sigue: si se satisfacen las condiciones de transversalidad, éstas se cumplen, en particular, en el estado estacionario, de modo que debe cumplirse:

$$\underset{t\to\infty}{lím}\frac{\tilde{K}_{t+1}}{\prod_{s=0}^{t-1}R_s}=0\;\underset{(s.s.)}{\Rightarrow}\;\underset{t\to\infty}{lím}\frac{(n\gamma)^{t+1}}{R^{t}}k_0=0\;\Rightarrow\;\underset{t\to\infty}{lím}\,(n\gamma/R)^{t+1}Rk_0=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n\gamma/R)\in(0,1)\,.$$

Resultados:

Los resultados se han obtenido a partir de la siguiente política base (siguiendo a Cooley y Hansen (1992)): $\tau_0^c=0.0,\tau_0^r=0.5,\tau_0^{\omega}=0.23$. Hemos seleccionado un valor nulo de la tasa impositiva sobre el consumo ya que para los valores de los parámetros que se detallan a continuación, reducciones en la tasa impositiva sobre el consumo, supuesto $\tau_0^c=10\%$, no conducían a equilibrios factibles en ningún caso.

Los valores de los parámetros estructurales elegidos están en la línea de las calibraciones efectuadas en los modelos de crecimiento de ciclo real para la economía norteamericana:

i) Caso normal:

$$\rho = 0.99 \;;\; p = 1/3 \;;\; \delta_k = 0.025 \;;\; \delta_h = 0.008 \;;$$

$$\sigma = 1.5 \;;\; n = 1.0035 \;;\; \alpha = 0.33 \;;\; \beta = 0.15 \;;\; B = 0.03967;$$

Estos valores paramétricos son compatibles con suponer como período muestral un cuatrimestre; un tipo de interés neto de depreciación y de impuesto del 4% anual, las tasas de depreciación anual del capital físico y humano respectivamente del 10% y 3.3% anual y una tasa de crecimiento anual de la población del 1.4%. Los valores de B y de β fueron elegidos de modo que la tasa de crecimiento anual bajo la política base fuera del 1.5% (es decir $\gamma_0 = 1.00365$).

ii) Caso paradójico:

$$\rho = 0.99 \;;\; p = 1/3 \;;\; \delta_k = 0.025 \;;\; \delta_h = 0.008 \;;$$

$$\sigma = 0.36 \;;\; n = 1.0035 \;;\; \alpha = 0.33 \;;\; \beta = 0.0005 \;;\; B = 0.03581;$$

De nuevo estos valores son compatibles con los supuestos mencionados para la región normal, si bien en este caso se han calibrado los parámetros σ, B y β de modo que la dinámica de transición de la economía sea la de la región paradójica y la tasa de crecimiento a largo plazo vuelva a ser el 1.5% anual. De esta forma hacemos comparables ambas economías (aquella que se sitúa en la región normal y la que se sitúa en la región paradójica).

En los gráficos de la izquierda de las figuras 1 y 2 se presentan los efectos sobre el presupuesto en valor presente de reducciones en el tipo impositivo sobre la renta del trabajo y sobre la renta del capital tanto en el caso normal como en el caso paradójico bajo la política base (el eje de ordenadas presenta el valor de (3.12) ante cada reducción en algún impuesto). Los gráficos de la derecha explican los mismos efectos cuando el tipo impositivo sobre la renta del trabajo de la política base es 0.3 (en este caso, el parámetro de productividad en la función de producción de nuevo capital humano (B), toma los valores 0.042818 en el caso normal y 0.0376457 en el caso paradójico, de modo que la tasa de crecimiento en estado estacionario sea 1.5% anual).

[Insertar Figura 1]

[Insertar Figura 2]

[Insertar Figura 3]

[Insertar Figura 4]

En la figura 1 puede observarse que en el caso normal y bajo la política base, el tipo impositivo sobre la renta del trabajo puede reducirse en 0.05 puntos porcentuales, es decir, puede recortarse desde el 23% hasta el 17%. Una reducción mayor haría que el presupuesto en valor presente (expresión (3.12)) fuera negativo. Sin embargo, en el caso paradójico podría reducirse completamente, es decir, los ingresos impositivos recaudados de las rentas de capital serían suficientes para equilibrar el presupuesto en el largo plazo. Esto se debe a que la sensibilidad de la tasa de crecimiento ante cambios en los tipos impositivos es mayor en el caso paradójico, de modo que reducciones en los impuestos incrementan la tasa de crecimiento en mayor medida (como puede observarse en el segundo eje de estos gráficos), generando mayores ingresos impositivos futuros.

Respecto a la imposición sobre las rentas de capital, también en el caso paradójico las reducciones pueden ser totales, es decir, podemos dejar de gravar las rentas de capital y, a pesar de incurrir en déficits masivos en el corto plazo, bastarán con los ingresos que se obtienen de las rentas del trabajo para equilibrar el presupuesto en el largo plazo. Esto se debe al incremento futuro de las rentas del trabajo (única base imponible) producido por el incremento en la tasa de crecimiento de la economía. Sin embargo, en el caso normal únicamente puede reducirse trece puntos porcentuales, del 50% al 37%. Reducciones mayores harían infactible la política fiscal.

Es importante resaltar que, en el cálculo del efecto sobre el presupuesto de reducciones en los impuestos, es determinante tener en cuenta la dinámica de transición; si no incorporamos en el cálculo del efecto sobre el presupuesto, la transición de las variables relevantes desde que se realiza la política hasta su efecto final, concluiríamos que sólo podría reducirse el tipo impositivo sobre las rentas de capital en siete puntos en lugar de en trece (véase el gráfico de la izquierda - caso normal- de la figura 2).

Por otro lado, si comparamos las tasas de crecimiento que generan las reducciones factibles de ambos tipos de impuestos, para el caso normal por ejemplo, reducciones en el impuesto que grava las rentas del trabajo generan un incremento en la tasa de crecimiento mayor que las reducciones en el impuesto sobre el capital: la máxima reducción factible del impuesto sobre la renta salarial (hasta el 17%) incrementa la tasa de crecimiento por encima del 0.45% trimestral, en tanto que la máxima reducción factible del impuesto sobre la renta del capital genera una tasa de crecimiento inferior al 0.44% trimestral (véanse los gráficos de la izquierda de las figuras 1 y 2).

En las figuras 3 y 4 se presentan, al igual que en las figuras 1 y 2, los efectos sobre el presupuesto en valor presente de reducciones en los tipos impositivos, si bien el eje de ordenadas de la derecha de estos gráficos se ofrecen los incrementos porcentuales en el bienestar (respecto del bienestar de la política base) de reducciones en los impuestos. Así, puede observarse que las reducciones en los tipos impositivos que gravan las rentas del trabajo generan un mayor incremento en el bienestar que las reducciones en τ_0^r. Si analizamos el caso normal, la máxima reducción factible del impuesto sobre la renta del trabajo (hasta el 17%) incrementa el bienestar en 0.71%, en tanto que el incremento en el bienestar de reducir el impuesto sobre la renta del capital al valor mínimo factible (37%) es de un 0.69% (véanse los gráficos de la izquierda de las figuras 3 y 4 para el caso normal). Esta diferencia existente entre los incrementos de bienestar que generan las reducciones en τ_0^ω y τ_0^r se incrementa si el tipo impositivo sobre la renta salarial de la política base fuera mayor (τ_o^ω=0.3); en este caso, como puede verse en los gráficos de la derecha de las figuras 3 y 4, la máxima reducción factible de τ_0^ω es hasta el 15%, generando un incremento en el bienestar de casi el 2.5%; sin embargo, la reducción máxima factible del impuesto sobre la renta de capital es hasta el 7%, incrementando el bienestar en un 2%. El hecho de que reducciones en el tipo impositivo que grava las rentas del capital incremente el bienestar en menor medida que reducciones en el impuesto sobre la renta salarial se debe, fundamentalmente, a que este impuesto tiene un mayor efecto sobre la tasa de crecimiento, de modo que la secuencia de consumo crece a una mayor tasa y acaba generando una mayor nivel de bienestar.

Si comparamos los gráficos de la izquierda de las figuras 1 y 2 con los de la derecha, podemos concluir que cuanto mayor es el tipo impositivo inicial (en este caso el impuesto sobre la renta salarial), mayor es el margen de reducción factible: cuando $\tau_0^\omega=0.23$, el rango de reducción factible del impuesto sobre la renta salarial es (23%-17%) y el del impuesto sobre la renta de capital es (50%-37%); si $\tau_0^\omega=0.3$, el rango de reducción factible del impuesto sobre la renta del trabajo es (30%-15%) y el del impuesto sobre la renta de capital es (50%-7%).

En resumen, a la vista de los resultados descritos a través de las figuras 1-4, podemos concluir, desde el punto de vista del diseño óptimo de política que: *i) recortes en el tipo impositivo sobre las rentas de trabajo generan mayores incrementos de bienestar y mayores incrementos en la tasa de crecimiento que reducciones en el impuesto sobre las rentas de capital; ii) en el caso paradójico, el rango de reducción factible así como los incrementos en bienestar y en la tasa de crecimiento son mayores, por lo que economías que se sitúan en la región paradójica (economías que, en general, tienen un grado de aversión al riesgo menor), las políticas fiscales que pueden implementar tienen un grado de efectividad mayor; iii) cuanto mayor es el tipo impositivo inicial mayor es el grado de reducción factible.*

El resultado obtenido acerca de que disminuciones en el tipo impositivo sobre la renta salarial generan mayores incrementos en el bienestar que las reducciones en el impuesto sobre las rentas de capital, contradice a los resultados de la literatura económica que se ocupa de estos temas, donde se concluye la inconveniencia de gravar las rentas de capital. Además, en las economías occidentales existe la tendencia de recortar los impuestos sobre las rentas de capital argumentando que este tipo de política genera incrementos en el crecimiento y en el bienestar. El modelo que analizamos no genera estas predicciones, aunque puede explicar que sea más deseable reducir impuestos sobre las rentas de capital, no en términos de bienestar, sino en términos del coste de endeudamiento; es decir, un gobierno puede tener como objetivo reducir el tipo impositivo que genere un nivel de déficit y de endeudamiento (durante la transición hasta la amortización de la deuda) menor.

[Insertar Figura 5]

Por tanto, ante una política fiscal de reducción de impuestos, si un gobierno da un peso mayor al coste, en término políticos, de incurrir en déficits masivos que al bienestar de los agentes, estará justificado que reduzca el tipo impositivo que genere niveles de endeudamiento menores. Así, en la figura 5 se presentan los efectos sobre el tamaño del déficit y de la deuda respecto al output de reducir en un 5% un impuesto que grava la renta salarial o un impuesto que grava la renta del capital (de modo que la disminución en los ingresos impositivos inicialmente sea la misma), tanto en el caso normal como en el caso paradójico. A la vista de estos gráficos podemos concluir:

i) Reducciones en la tasa impositiva sobre las rentas de capital generan, en comparación con las reducciones en la tasa impositiva sobre la renta salarial, τ_0^{ω}*, unos niveles del déficit y de la deuda (relativos al PIB) menores, así como un menor tiempo en amortizar la deuda (tanto en el caso normal como en el paradójico).*

ii) En el caso paradójico, las reducciones en los tipos impositivos generan unos niveles de déficit y de deuda enormes comparados con el caso normal, si bien el tiempo invertido en amortizar la deuda es considerablemente menor. Esto se debe a que la efectividad de las políticas fiscales en esta región es mayor, por lo que la tasa de crecimiento aumenta en mayor medida, posibilitando un incremento mayor y más rápido en la base imponible y reduciendo, por tanto, el período de amortización.

En conclusión, las reducciones en el tipo impositivo que grava las rentas de capital están justificadas si el objetivo del gobierno es incurrir en menores niveles de déficits en lugar de obtener el máximo bienestar de los agentes.

4. EXPERIMENTO DE POLÍTICA FISCAL EN EL MARCO DEL MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO CON ACUMULACIÓN DE CAPITAL HUMANO CON DINERO.

Analizar el efecto de reducciones en los tipos impositivos en el marco de un modelo como el analizado donde el gobierno pudiera financiar su gasto no sólo mediante los ingresos impositivos y deuda, sino también mediante la emisión de dinero, tiene enorme interés. En este nuevo marco tendría interés el estudio de la interrelación entre las políticas monetaria (que tendría efectos distorsionadores sobre la tasa de crecimiento de la economía) y fiscal. Se trata de estudiar si el gobierno es indiferente entre incrementar la deuda o el dinero para financiar el déficit presupuestario provocado por la reducción de alguna tasa impositiva. El análisis de si el control de la inflación a través del control en la emisión de dinero por parte del gobierno ofrece un mayor grado de eficacia en la reducción de impuestos no tiene una respuesta trivial en el marco de este modelo donde la política monetaria tiene efectos no nulos sobre la tasa de crecimiento.

El problema que resolvemos a continuación se corresponde con el de la sección anterior si bien dotamos a la economía de dinero, de modo que ahora el gobierno tiene la capacidad de emitir dinero y los agentes privados demandarán este activo para comprar bienes. Es decir, introducimos la demanda de dinero a través de una restricción de *cash-in-advance*.Así, el problema al cual se enfrentan los agentes privados será maximizar el flujo de utilidades descontadas dado por la expresión (P1) de la sección 2 sujeto a las restricciones (2.5), (2.6), (2.7) y

$$(1-\tau_t^r)r_t v_t \tilde{k}_t + \tau_t^r \delta_k v_t \tilde{k}_t + (1-\tau_t^\omega)\omega_t u_t \tilde{h}_t + \frac{\tilde{m}_t}{\tilde{p}_t} + \frac{\tilde{b}_t}{\tilde{p}_t} + \tilde{g}_t \geq$$
$$\tilde{c}_t(1+\tau_t^c) + \tilde{i}_t + n\frac{\tilde{m}_{t+1}}{\tilde{p}_{t+1}}\pi_t + n\frac{\tilde{b}_{t+1}}{\tilde{p}_{t+1}}\frac{\pi_t}{R_t}\;, \qquad t=0,1,2,... \tag{4.1}$$

$$\tilde{c}_t(1+\tau_t^c) \leq \frac{\tilde{m}_t}{\tilde{p}_t} + \frac{\tilde{b}_t}{\tilde{p}_t} - n\frac{\tilde{b}_{t+1}}{\tilde{p}_{t+1}}\frac{\pi_t}{R_t} + \tilde{g}_t\;, \qquad t=0,1,2,... \tag{4.2}$$

donde $\tilde{m}_t$ es la cantidad de dinero nominal per cápita, $\tilde{p}_t$ es el nivel de precios y π_t es la tasa bruta de inflación en el instante *t*.

La expresión (4.1) muestra la restricción presupuestaria de los agentes privados: las rentas del capital y del trabajo netas de impuestos ($(1-\tau_t^r)r_t v_t \tilde{k}_t + \tau_t^r \delta_k v_t \tilde{k}_t$ y $(1-\tau_t^\omega)\omega_t u_t \tilde{h}_t$, respectivamente) más las transferencias del gobierno a los agentes ($\tilde{g}_t$) son utilizadas para consumo (neto de impuestos), inversión en capital físico ($\tilde{i}_t$), inversión en bonos y acumulación del activo dinero. En lo que respecta a la expresión (4.2), ésta es la restricción de *cash-in-advance* a la que se enfrentan los agentes: al comienzo del período los agentes mantienen dinero a través de los saldos reales ($\tilde{m}_t/\tilde{p}_t$), junto con el principal más los intereses de los bonos mantenidos por los agentes y las transferencias del gobierno; estos saldos son utilizados por los agentes para comprar bienes y los bonos que quieren mantener en el siguiente período. Además suponemos que el nivel de deuda inicial ($\tilde{b}_0$) está dado.

El problema de las empresas coincide con el descrito en la sección 2. En cuanto a la restricción del gobierno, ésta difiere de la presentada de la sección 3, ya que en este caso el gobierno tiene la capacidad de emitir dinero con el que financiar su gasto aparte de la emision de bonos:

$$\tilde{g}_t \leq \tau_t^\omega \omega_t u_t \tilde{h}_t + \tau_t^r (r_t - \delta_k) v_t \tilde{k}_t + \tau_t^c \tilde{c}_t + n\frac{\tilde{m}_{t+1}}{\tilde{p}_{t+1}}\pi_t - \frac{\tilde{m}_t}{\tilde{p}_t} + n\frac{\tilde{b}_{t+1}}{\tilde{p}_{t+1}}\frac{\pi_t}{R_t} - \frac{\tilde{b}_t}{\tilde{p}_t}\;, \quad t=0,1 \tag{4.3}$$

El papel del gobierno es incrementar sus ingresos para financiar una secuencia de gasto (dada exógenamente) que se dedica a transferencias. Su política monetaria consiste en emitir dinero de acuerdo con esta regla:

$$\tilde{M}_{t+1} = \mu\ \tilde{M}_t$$

donde $\tilde{M}_t$ es la cantidad de dinero nominal en cada instante *t* y μ es la tasa bruta de crecimiento del dinero.

Las condiciones de primer orden del problema del consumidor son:

$$\frac{(1-\tau_t^\omega)\omega_t \tilde{h}_t}{(1-\tau_t^r)r_t \tilde{k}_t + \tau_t^r \delta_k \tilde{k}_t} = \frac{1-\beta}{\beta}\frac{(1-v_t)}{(1-u_t-w_t)} \tag{4.5}$$

$$\frac{\tilde{c}_t^{p(1-\sigma)} w_t^{(1-\sigma)(1-p)-1}}{(1-\tau_t^{\omega})\omega_t \tilde{h}_t} = \rho \frac{\tilde{c}_{t+1}^{p(1-\sigma)} w_{t+1}^{(1-\sigma)(1-p)-1}}{(1-\tau_{t+1}^{\omega})\omega_{t+1}\tilde{h}_{t+1}} \left[(1-\tau_{t+1}^{r})r_{t+1} + \tau_{t+1}^{r}\delta_k + 1 - \delta_k\right] \tag{4.6}$$

$$\frac{\tilde{c}_t^{p(1-\sigma)} w_t^{(1-\sigma)(1-p)-1}}{1-u_t-w_t)^{-\beta}\, \tilde{h}_t^{1-\beta}((1-v_t\tilde{k}_t)^{\beta}} = \rho\, n \frac{\tilde{c}_{t+1}^{p(1-\sigma)} w_{t+1}^{(1-\sigma)(1-p)-1}}{(1-u_{t+1}-w_{t+1})^{-\beta}\, \tilde{h}_{t+1}^{1-\beta}((1-v_{t+1}\tilde{k}_{t+1})^{\beta}} \times$$
$$\left[B(1-\beta)\tilde{h}_{t+1}^{-\beta}(1-u_{t+1}-w_{t+1})^{-\beta}((1-v_{t+1})\tilde{k}_{t+1})^{\beta}(1-w_{t+1}+1-\delta_h\right] \tag{4.7}$$

$$\frac{\tilde{c}_t^{p(1-\sigma)-1} w_t^{(1-\sigma)(1-p)}}{(1+\tau_t^{c})} \frac{\pi_t}{R_t} = \rho \frac{\tilde{c}_{t+1}^{p(1-\sigma)-1} w_{t+1}^{(1-\sigma)(1-p)}}{(1+\tau_{t+1}^{c})} \tag{4.8}$$

$$\frac{(1-p)\,\tilde{c}_t^{p(1-\sigma)} w_t^{(1-\sigma)(1-p)-1}}{(1-\tau_t^{\omega})\omega_t\tilde{h}_t} \pi_t = \rho \frac{p\,\tilde{c}_{t+1}^{p(1-\sigma)-1} w_{t+1}^{(1-\sigma)(1-p)}}{(1+\tau_{t+1}^{c})} \tag{4.9}$$

junto con las restricciones (2.5), (2.6), (4.1), (4.2).

Por último, el equilibrio competitivo se defien como un conjunto de sendas $\{\tilde{c}_t, \tilde{k}_{t+1}, \tilde{h}_{t+1}, \tilde{b}_{t+1}/\tilde{p}_{t+1}, \tilde{m}_{t+1}/\tilde{p}_{t+1}, u_t, v_t, w_t, r_t, \omega_t, R_t, \pi_t\}_{t=0}^{\infty}$ (supuesto $\tau_t^i = \tau^i,\ i = c, r, \omega$) que satisfacen las condiciones de primer orden del consumidor (antes descritas), las de la empresa represetnativa (2.15) y (2.16), la restricción del gobierno (4.3) junto con su regla de emisión de dinero (4.4) y la condición de vaciado de mercados (3.6).

El experimento de política que se describe a continuación se corresponde al realizado en la sección anterior con la salvedad de que ahora la restricción del gobierno que consideramos, una vez que obtenemos las soluciones numéricas de equilibrio para la economía monetaria descrita en esta sección, es aquella descrita por la expresión (4.3).

Por tanto, resolviendo la restricción del gobierno (4.3) hacia adelante y utilizando adecuadamente la condición de transversalidad[6], evaluaremos numéricamente cuándo, ante reducciones en los tipos impositivos o ante reducciones en la tasa de crecimiento del dinero, el presupuesto del gobierno en valor presente se satisface o no:

---

[6] Puede verificarse que ésta es:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{n^t}{\prod_{s=0}^{t-1}(R_s/\pi_s)} (\tilde{b}_{t+1}/\tilde{p}_{t+1}) = 0$$

$$\sum_{t=j}^{\infty}\left(\prod_{s=j}^{\infty}(R_{s,1}/\pi_{s,1})\right)^{-1} n^{t}(i\tilde{n}g_{t,1}+(\mu-1)\frac{\tilde{m}_{t,1}}{\tilde{p}_{t,1}}-\tilde{g}_{t,0})\geq 0 \tag{4.10}$$

Nótese que podemos realizar el mismo análisis que en la sección anterior y además podemos estudiar si es posible reducir la tasa de creación de dinero (μ) con el fin de reducir la tasa de inflación, dada la política impositiva base, de modo que se satisfaga la restricción presupuestaria del gobierno a largo plazo. Esto no es, en principio, trivial, ya que cambios en la tasa de creación de dinero tiene efectos no nulos sobre la tasa de crecimiento de la economía (véase Figura 6) por lo que tendrá efectos sobre los ingresos impositivos tanto en niveles como en sus tasas de crecimiento. Por ello, será interesante evaluar hasta qué punto es posible controlar la inflación dada una política fiscal (esto, sin duda, abre las puertas de un análisis de coordinación de políticas fiscal y monetaria que no realizamos en este trabajo).

[insertar Figura 6]

Resultados:

Los resultados que se presentan a continuación se han obtenido bajo la misma política base que en la sección anterior y para los mismos valores paramétricos correspondientes al caso normal. Únicamente hemos variado el valor del parámetro *B* con el objeto de obtener los mismos tipos de interés reales y la misma tasa de crecimiento de la economía que en la sección anterior para un valor de μ de 1.015867 (un 6.5% anual, que se corresponde con una tasa de inflación anual del 3.5%) y un valor de 1.00985 (un 4% anual, que se corresponde con una tasa de inflación anual del 1.5%).

En la Figura 7 se presentan cuatro gráficos: los de la izquierda representan el valor de la restricción presupuestaria del gobierno a largo plazo cuando se recorta el tipo impositivo sobre las rentas del trabajo (gráfico de arriba) y cuando es el tipo impositivo sobre las rentas de capital el que se recorta (gráfico de abajo) bajo una política impositiva base inicial: $\tau^{\omega}=0.23, \tau^{r}=0.5$. Se evalúa en estos gráficos el presupuesto en valor presente cuando la tasa de creación de dinero es del 6.5% anual (línea continua) y cuando es del 4% anual (línea discontinua). En general, destacamos que cuanto mayor es la tasa de creación de dinero, cuanto mayor es la tasa de inflación que soporta la economía, mayores reducciones en los tipos impositivos son factibles realizar. Si comparamos la economía monetaria con la no monetaria, podemos concluir que la introducción de dinero, siempre que la autoridad fiscal pueda apelar al banco central para financiar sus déficits, permite rangos de reducción impositiva factibles mayores, en este contexto de equilibrio general y crecimiento endógeno. De modo que existe un mayor grado de eficacia en la reducción de impuestos, si bien el bienestar que se alcanza en economías con tasas de inflación mayores es menor (nótese, además, que esta economía monetaria, al introducir la restricción de cash-in-advance para justificar una demanda de dinero, tiene un equilibrio subóptimo).

Los gráficos de la derecha nos ofrecen cualitativamente los mismo resultados que los anteriormente comentados si bien éstos son para una política impositiva base: $\tau^{\omega}=0.3;\tau^{r}=0.5$. Sólo destacamos que, en el caso normal que aquí consideramos, es factible reducir totalmente el tipo impositivo sobre las rentas de capital siempre que introduzcamos dinero en la economía y para una tasa de creación del mismo "suficiente".

[insertar Figura 7]

En la Figura 8 se presentan los mismos gráficos si bien se evalúa el bienestar de las reducciones impositivas. Puede comprobarse que, a diferencia de la economía no monetaria, los recortes en el tipo impositivo sobre las rentas del trabajo generan incrementos en el bienestar inferiores que recortes en el tipo impositivo sobre las rentas de capital (para una política impositiva base $\tau^{\omega}=0.23$; $\tau^{r}=0.5$). Este resultado es consistente con la literatura. Sin embargo, para presiones fiscales mayores es posible que este resultado se revierta, como queda reflejado en los gráficos de la derecha: en este caso las disminuciones en el tipo impositivo sobre las rentas del trabajo (que son ahora más elevadas) tienen un efecto marginalmente mayor sobre la tasa de crecimiento de la economía que reducciones en el tipo impositivo sobre las rentas de capital, de modo que el efecto sobre el bienestar es positivamente mayor en el caso de reducciones en τ^{ω}.

[insertar Figura 8]

En la Figura 9 se recogen dos gráficos que presentan los efectos en la restricción presupuestaria en valor presente del gobierno ante cambios en la tasa de crecimiento del dinero, junto con los efectos sobre la tasa de crecimiento de la economía y sobre el bienestar de los agentes. Destacamos dos resultados fundamentalmente: (i) los efectos sobre la tasa de crecimiento y sobre el bienestar de reducciones en μ (con el objeto de reducir la tasa de inflación), son menores que las reducciones en los tipos impositivos: la política monetaria se muestra, en este contexto, menos efectiva; (ii) estos gráficos también nos muestran el rango de reducción factible de la tasa de crecimiento del dinero que puede llevar a cabo la autoridad monetaria supuesto que la autoridad fiscal mantiene su política fiscal base; así, si la economía tiene una tasa de crecimiento del dinero del 1.6% trimestral, podría reducirla en 0.8 puntos, de modo que se satisfaga la restricción presupuestaria del gobierno en el largo plazo, generando incrementos en la tasa de crecimiento y en el bienestar. Como se mencionó con anterioridad, podemos analizar, dado el marco seleccionado y la tecnología de solución presentada en el apéndice, algunas cuestiones de interés sobre la coordinación de políticas (esto queda como extensión en este trabajo).

[Insertar figura 9]

Por último, en la figura 10 se presentan los efectos de reducir τ^{ω} y τ^{r} (de modo que se genere igual recaudación en porcentaje del output) sobre el déficit y la deuda en términos reales y respecto del output. Volvemos a obtener el mismo resultado que en la economía no monetaria: las reducciones en el tipo impositivo sobre las rentas de capital generan menores niveles de endeudamiento y de déficit a lo largo de la transición, y el tiempo transcurrido hasta que se financia la deuda es notablemente inferior comparado con la reducción en los tipos impositivos sobre las rentas salariales. Además, cuanto mayor es la tasa de inflación, las reducciones en el tipo impositivo sobre la renta salarial generan menores niveles de endeudamiento (si bien la diferencia nos es muy grande). Lo contrario ocurre cuando se recortan los tipos impositivos sobre las rentas de capital. Esto se debe a que los efectos marginales sobre las tasas de crecimiento de la economía ante reducciones en τ^{ω} son mayores cuando la tasa de crecimiento del dinero es menor. De nuevo, este resultado es de enorme interés desde el punto de vista de la coordinación de políticas.

[insertar figura 10]

5. CONCLUSION

En este trabajo hemos analizado los efectos sobre el bienestar y sobre los nivele de deuda en el corto y largo plazo de un déficit presupuestario producido por reducciones de diferentes tipos impositivos, en el marco de un modelo de crecimiento endógeno con acumulación de capital humano, generador de dinámica de transición no trivial. Además hemos extendido el modelo introduciendo una demanda de dinero con el fin de analizar en qué sentido pueden cambiar los resultados cuando el gobierno tiene una fuente más de financiación de los déficits. Dado que la tasa de crecimiento del dinero tiene efectos no nulos sobre la tasa de crecimiento de la economía, las respuestas a cambios en los resultados no son, en absoluto, triviales.

El modelo objeto de estudio en este trabajo presenta dos regiones del espacio paramétrico claramente diferenciadas donde la evolución de la senda de transición del capital humano tiene signo opuesto; ante un incremento en el stock de capital físico, durante la transición, en el caso normal, se acumula capital humano convergiendo a un nivel superior al inicial, en el caso paradójico se desacumula capital humano convergiendo a una situación inferior a la inicial y en el caso de crecimiento exógeno, el capital humano permanece en su nivel inicial en todo momento.

Las principales conclusiones obtenidas son:

i) En el marco del modelo analizado, donde el gobierno tiene la capacidad de endeudarse, son factibles las reducciones en los impuestos sobre la renta de los factores (no así en el impuesto sobre el consumo) manteniendo constante una senda predeterminada de gasto.

ii) Los efectos de reducciones en los tipos impositivos de economías pertenecientes a la región paradójica son más importantes que los de las economías situadas en la región normal. Los rangos de reducción factibles de los tipos impositivos son mayores en economías pertenecientes al caso paradójico. También son importantes en el caso normal cuando se producen estas dos situaciones: altos tipos impositivos sobre las rentas del trabajo y tasas de crecimiento del dinero suficientemente altas.

iii) Disminuciones en el tipo impositivo que grava las rentas del trabajo genera mayores incrementos en el bienestar y en la tasa de crecimiento que recortes en el impuesto que grava las rentas del capital. Este resultado es ambiguo en el caso de la economía monetaria analizada, donde sólo si la presión fiscal es suficientemente importante (para tipos impositivos sobre las rentas del trabajo altas), reducciones en este impuesto generan incrementos en el bienestar superiores a los obtenidos con reducciones en el tipo que grava las rentas de capital.

iv) Sin embargo, reducciones en el impuesto que grava las rentas del capital tienen un coste menor en términos de los niveles generados de déficit y de endeudamiento. Este resultado también se da en la economía monetaria modelizada.

v) En general, cuanto mayor es la tasa de inflación de la economía, mayores reducciones en los tipos impositivos son factibles realizar.

vi) La política monetaria se muestra, en el marco analizado, menos efectiva que la política impositiva, de modo que las autoridades fiscal y monetaria no son indiferentes entre cualquier combinación de políticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Barro, R.J. (1990), "Goverment Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, vol. 98, nº 5, págs. s103-s125.

Barro, R.J. y X. Sala-i-Martín (1992), "Public Finance in Models of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, nº 59, págs. 645-661.

Benhabib, J. y R. Perli (1994), "Uniqueness and Indeterminacy: On the Dynamics of Endogenous Growth", *Journal og Economic Theory*, nº 63, págs. 113-142.

Caballé, J. y M.S. Santos (1993), "On Endogenous Growth with Physical and Human Capital", *Journal of Political Economy*, vol. 101, nº 6, págs. 1042-1067.

Chari, V.V., L.E. Jones y R.E. Manuelli (1995), "The Growth Effects of Monetary Policy", *mimeo*.

Christiano, L.J. y M. Eichenbaum (1992), "Teorías Actuales de Ciclos Económicos Reales y Fluctuaciones Agregadas en el Mercado de Trabajo", *Cuadernos Económicos del I.C.E.*, nº 51, págs. 99-131.

Cooley, T.F. y G.D. Hansen (1992), "Tax Distortions in a Neoclassical Monetary Economy", *Journal of Economic Theory*, nº 58, págs. 290-316.

Devereux, M.B. y D.R. Love (1995), "The Dynamic Effects of Goverment Spending Policies in a Two-Sector Endogenous Growth Model", *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 27, nº 1 (Febrero 1995).

Domínguez, E. (1995), "Características de la Estructura Intertemporal de Rentabilidades en un Modelo de Equilibrio General Estocástico", *Tesis Doctoral*.

Faig, M. (1992), "A Simple Economy with Human Capital: Transitional Dynamics Technology Shocks and Fiscal Policies", *Mimeo*, Univers ity of Toronto.

Gomme, P. (1993), "Money and Growth Revisited", *Journal of Monetary Economics*, nº 32, págs. 51-77.

Ireland, P.N. (1994), "Supply-Side Economics and Endogenous Growth", *Journal of Monetary Economics*, nº 33, págs. 559-572.

Jones, L.E. y R.E. Manuelli (1993), "A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Policy Implications", *Journal of Political Economy*, vol. 98, págs. 1008-1038.

Jones, L.E., R.E. Manuelli y P.E. Rossi (1993), "Optimal Taxation in Models of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, vol. 101, nº 3, págs. 485-517.

Jones, L.E., R.E. Manuelli y P.E. Rossi (1995), "Growth and the Effects of Inflation", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 19, págs. 1405-1428.

King, R.G. (1990), "Public Policy and Economic Growth: Developing Neoclassical Implications", *Journal of Political Economy*, vol. 98, nº 5, págs. s126-s150.

King, R.G., C. Plosser y S. Rebelo (1988), "Production, Growth and Business Cycles. II. New Directions", *Journal of Monetary Economics*, nº 21, págs. 309-341.

Ladrón de Guevara, A., S. Ortigueira y M.S. Santos (1997), "Equilibrium Dynamics in Two-Sector Models of Endogenous Growth", *Journal of Political Economic Dynamics and Control*, nº 21, págs. 115-143.

Lucas, R.E. (1988), "On the Mechanism of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, nº22, págs. 3-42.

McGrattan E. R. (1991) "The Macroeconomic Effects of Distortionary Taxation", Discussion Paper nº 37, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Novales, A. (1990), "Solving Nonlinear Rational Expectations Models: A Stochastic Equilibrium Model of Interest Rates", *Econometrica*, nº 58(1), págs. 93-111.

Ortigueira, S. (1996), "Fiscal Policy in an Endogenous Growth Model with Human Capital Accumulation", *Mimeo*.

Rebelo, S. (1991), "Long-run Policy Analysis and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, vol. 99, nº 3, págs. 500-521.

Rebelo, S. y N.L. Stokey (1991), "Growth Effects of Flat-Rate Taxes", *Mimeo*.

Roubini N. y G.M. Milesi-Ferretti (1994), "Optimal Taxation of Human and Physical Capital in Endogenous Growth Models", *NBER*, Working Paper nº 4882.

Ruiz, J. (1996), "Diseño Optimo de Política Fiscal en un Modelo de Crecimiento Endógeno", *Mimeo*.

Sims, C.A. (1984), "Solving Nonlinear Stochastic Equilibrium Models *Backwards*", *Mimeo*, University of Minnesota.

Uzawa, H. (1965), "Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth", *International Economic Review*, vol. 6, nº 1, págs. 18-31.

Vallés, J. (1990), "Aggregate Investment in a Growth Model with Adjustment costs", *Mimeo*, Banco de España.

Xie, D. (1994), "Divergence in Economic Performance: Transitional Dynamics with Multiple Equilibria", *Journal of Economic Theory*, nº 63, págs. 97-112.

APENDICE. METODO DE SOLUCION

En este apéndice se presenta el método de solución empleado para resolver modelos estocásticos y deterministas de crecimiento endógeno y, en particular, el modelo objeto de este trabajo.

El modelo sobre el que nos centramos es de control estocástico (con expectativas racionales) cuyas condiciones de primer orden, dada la no linealidad de las mismas y su carácter estocástico, impiden una solución analítica para las variables que componen el modelo. Sin embargo, sí se podrá caracterizar un realización del proceso multivariante estocástico para dichas variables, a partir de una realización de las perturbaciones estructurales (aquellas que hacen del modelo estocástico). Si la realización de las perturbaciones estructurales se iguala a su esperanza matemática para todo instante temporal, dadas unas condiciones iniciales para las variables de estado y dada una senda exógena para el gasto público, tendremos una realización determinista para las variables relevantes de la economía modelizada.

Este método nos permitirá analizar las relaciones económicas entre las variables del modelo en un contexto de equilibrio competitivo dentro de una estructura dinámica y estocástica. Además, particularizando el modelo en uno determinista, puede ser analizada la dinámica de transición, apartado éste que suele dejarse sin analizar en la mayoría de los trabajos que se ocupan de modelos de crecimiento endógeno. Una ventaja adicional de este método de solución es que se puede analizar la dinámica determinista y estocástica de las variables output, consumo, capital físico y humano por separado en lugar de en ratios como es comúnmente estudiado, teniendo la posibilidad de comparar la diferente evolución de estas variables.

En lo que sigue, se desarrolla el método de solución para el modelo descrito en este trabajo generalizándolo al caso estocástico. Suponemos dos perturbaciones estructurales que afectan a la productividad en ambos sectores.

- Tecnología del sector del bien final:

$$\tilde{Y}_t = F(\tilde{K}_{1t}, \tilde{L}_{1t}) = A(v_t \tilde{K}_t)^{\alpha} (u_t \tilde{H}_t)^{1-\alpha}\, \theta_t,$$

donde θ_t es la perturbación en la productividad del sector del bien final y su logaritmo sigue el siguiente proceso autorregresivo:

$$\ln\theta_t = \varphi_1 \ln\theta_{t-1} + \varepsilon_{1t}\ , \quad \varepsilon_{1t} \sim N(0,\sigma_1^2)\ ,\ |\varphi_1| < 1\,. \tag{A.1}$$

- Tecnología del sector educacional:

$$\tilde{h}_{t+1} = B((1-v_t)\tilde{k}_t)^{\beta}((1-u_t-w_t)\tilde{h}_t)^{1-\beta}\,\eta_t + (1-\delta_h)\tilde{h}_t,$$

donde η_t es la perturbación en la productividad del sector productor de nuevo capital humano cuyo logaritmo sigue el siguiente proceso autorregresivo:

$$\ln\eta_t = \varphi_2 \ln\eta_{t-1} + \varepsilon_{2t},\ \varepsilon_{2t} \sim N(0,\sigma_2^2)\ ,\ |\varphi_2| < 1\,, \tag{A.2}$$

donde ε_{1t} y ε_{2t} se distribuyen independientemente.

El procedimiento de solución que se emplea en la simulación del modelo es el propuesto por Sims (1990) y utilizada, entre otros, por Novales (1990), Vallés (1990) y Domínguez (1995). Este consiste, fundamentalmente, en resolver el sistema compuesto por las condiciones de optimalidad y las restricciones tecnológicas y presupuestarias, sustituyendo las expectativas por su valor realizado más un término de error que se interpreta como error de predicción (ausente de autocorrelación e incorrelacionado con el conjunto de información dado por la expectativa, garantizando así el supuesto de racionalidad), junto con las condiciones de estabilidad que garantizan el cumplimiento de las condiciones de transversalidad en tanto que obligamos al sistema a seguir por la única senda estable que no diverge del estado estacionario. Por tanto, estas condiciones de estabilidad representarán los subespacios de convergencia hacia el estado estacionario.

Dada la estructura del modelo descrito en este trabajo, es fácil demostrar que las sendas de equilibrio de las variables relevantes de la economía $\{\tilde{c}_t, \tilde{k}_t, \tilde{h}_t, u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t, \omega_t, r_t\}$ pueden calcularse independientemente de la secuencia de bonos y de R_t, las cuales se obtendrán, residualmente, a partir de la senda de equilibrio de las variables antes descritas. Así, obtendremos, en primer lugar una realización del vector de series temporales de equilibrio $(\tilde{c}_t, \tilde{k}_t, \tilde{h}_t, u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t, \omega_t, r_t)$, a partir del cual calcularemos la secuencia de equilibrio para los bonos y el rendimiento bruto de los bonos (R_t), dada una senda exógena de gasto.

A continuación se detallan los pasos seguidos en la simulación de una realización para las variables $\{\tilde{c}_t, \tilde{k}_t, \tilde{h}_t, u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t, \omega_t, r_t, R_t\}$.

PASO 1. *Cálculo de las condiciones de estabilidad*.

El objetivo de este primer paso es obtener las condiciones de estabilidad del sistema de ecuaciones del equilibrio competitivo formado por las CPO del problema (P1) y (P2), por las restricciones presupuestarias del agente representativo y del gobierno, la restricción de recursos del sector educacional y las condiciones de vaciado de mercados, para las variables $(\tilde{c}_t/\tilde{h}_t), (\tilde{k}_t/\tilde{h}_t), u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t, \omega_t, r_t$. Denotando x_t y z_t a los ratios $\tilde{c}_t/\tilde{h}_t$ y $\tilde{k}_t/\tilde{h}_t$ respectivamente y expresando el sistema compuesto por las condiciones de optimalidad antes descrito en su versión determinista ($\varepsilon_{1t}=0$, $\varepsilon_{2t}=0$, $\forall t$), se tiene el conjunto de ecuaciones que servirán para calcular las condiciones de estabilidad de este problema toda vez que se han sustituido las condiciones de primer orden del problema de la empresa en las condiciones de optimalidad del agente privado así como en las restricciones presupuestarias y de recursos:

$$\frac{(1-\tau_t^{\omega})(1-\alpha)A(v_t/u_t)^{\alpha} z_t^{\alpha}\theta_t}{(1-\tau_t^{r})\alpha A(v_t/u_t)^{\alpha-1} z_t^{\alpha-1}\theta_t + \tau_t^{r}\delta_k} = \frac{(1-\beta)(1-v_t)z_t}{\beta(1-u_t-w_t)} \tag{A.3}$$

$$\frac{p}{1-p} w_t = \frac{(1+\tau_t^{c})x_t}{(1-\tau_t^{\omega})(1-\alpha)A v_t^{\alpha} u_t^{-\alpha} z_t^{\alpha}\theta_t} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}&\left[\frac{x_{t+1}}{x_t}\frac{(1+\tau^c_{t+1})}{(1+\tau^c_t)}\left(B(1-v_t)^{\beta}(1-u_t-w_t)^{1-\beta}z_t^{\beta}\eta_t+1-\delta_h\right)\right]^{1-p(1-\sigma)}=\\&=\rho\left(\frac{w_{t+1}}{w_t}\right)^{(1-p)(1-\sigma)}\left((1-\tau^r_{t+1})A\alpha v_{t+1}^{\alpha-1}u_{t+1}^{1-\alpha}z_{t+1}^{\alpha-1}\theta_{t+1}+1-\delta_k(1-\tau^r_{t+1})\right)\end{aligned} \qquad \text{(A.5)}$$

$$\begin{aligned}&\left[\frac{x_{t+1}}{x_t}\frac{(1+\tau^c_{t+1})}{(1+\tau^c_t)}\left(B(1-v_t)^{\beta}(1-u_t-w_t)^{1-\beta}z_t^{\beta}\eta_t+1-\delta_h\right)\right]^{1-p(1-\sigma)}\frac{(1-\tau^{\omega}_t)(v_t/u}{\left((1-v_t)/(1-u\right.}\\&=\rho n\left(\frac{w_{t+1}}{w^{t}}\right)^{(1-p)(1-\sigma)}\frac{(1-\tau^{\omega}_t)(v_{t+1}/u_{t+1})^{\alpha}z_{t+1}^{\alpha-\beta}\theta_{t+1}}{\left((1-v_{t+1})/(1-u_{t+1}-w_{t+1})\right)^{\beta}\eta_{t+1}}\times\\&\times\left(B(1-\beta)\left((1-v_{t+1})/(1-u_{t+1}-w_{t+1})\right)^{\beta}z_{t+1}^{\beta}(1-w_{t+1})\eta_{t+1}+1-\delta_h\right.\end{aligned} \qquad \text{(A.6)}$$

$$nz_{t+1}\left[B(1-v_t)^{\beta}(1-u_t-w_t)^{1-\beta}z_t^{\beta}\eta_t+1-\delta_h\right]=Av_t^{\alpha}u_t^{1-\alpha}z_t^{\alpha}\theta_t+(1-\delta_k)z_t-x_t \qquad \text{(A.7)}$$

junto con las ecuaciones (A.1) y (A.2).

Por tanto, tenemos un sistema formado por siete ecuaciones y siete variables: $(z_t, x_t, u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t)$. A partir de este sistema se realiza un aproximación de Taylor de primer orden alrededor del estado estacionario, el cual se define como una solución a los problemas (P1) y (P2) tal que se satisfacen las condiciones del equilibrio competitivo y $(z_t, x_t, u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t)$ son constantes. Sea esa aproximación la siguiente:

$$\begin{aligned}&\Gamma_0 X_{t+1}=\Gamma_1 X_t\\&\textit{donde}\quad X_t=\left((x_t-x^*),(z_t-z^*),(u_t-u^*),(w_t-w^*),(v_t-v^*),(\theta_t-\theta^*),(\eta_t\right.\end{aligned} \qquad \text{(A.8)}$$

La estabilidad del sistema dado por la expresión (A.8) se garantiza si los módulos de los autovalores de la matriz $\Gamma_0^{-1}\Gamma_1$ (función únicamente de los parámetros estructurales) son inferiores a $(1/(\rho n))$ (inversa del parámetro de descuento del problema (P1)). Para todo autovalor cuyo módulo supere el valor antes indicado se debe imponer el cumplimiento de la condición $a_i^{/}X_t=0$, $\forall t$ (se le denominará condición de estabilidad), donde a_i es el autovector por la izquierda asociado al autovalor (λ_i) con módulo mayor que $(1/(\rho n))$. En el problema objeto de análisis se obtienen dos condiciones de estabilidad que junto con las condiciones de primer orden (A.3) a (A.8), (A.1) y (A.2) componen el total de las condiciones de optimalidad del problema.

PASO 2. *Obtención del sistema que servirá para el cálculo de la solución numérica de las sendas* $\{c_t, k_t, h_t, u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t\}_{t=0}^{\infty}$.

El objetivo es, en este segundo paso, resolver el problema original una vez que se han transformado aquellas variables con crecimiento no nulo en el estado estacionario como sigue:

$$c_t = \tilde{c}_t(\gamma^*)^{-t};\ h_t = \tilde{h}_t(\gamma^*)^{-1};\ k_t = \tilde{k}_t(\gamma^*)^{-t}$$

Esta normalización garantiza que el modelo transformado no tiene crecimiento en el estado estacionario.

En primer lugar, deberá calcularse la tasa de crecimiento γ^* . A partir del estado estacionario calculado en el **PASO 1** y de la ecuación (A.5) tenemos:

$$\gamma^* \equiv \frac{\tilde{c}_{t+1}}{\tilde{c}_t} \equiv \frac{c_{t+1}}{c_t} = \left[\rho\left((1-\tau^r)A\alpha(v^*)^{\alpha-1}(u^*)^{1-\alpha}(z^*)^{\alpha-1}\theta^* + 1 - \delta_k(1-\tau^r)\right)\right]^{1/(1} \tag{A.8}$$

Una vez que se normalizan las variables, las condiciones de optimalidad (A.3)-(A.8) son ahora:

$$\frac{(1-\tau_t^\omega)(1-\alpha)A(v_t/u_t)^\alpha(k_t/h_t)^\alpha\theta_t}{(1-\tau_t^r)\alpha A(v_t/u_t)^{\alpha-1}(k_t/h_t)^{\alpha-1}\theta_t + \tau_t^r\delta_k} = \frac{(1-\beta)(1-v_t)(k_t/h_t)}{\beta(1-u_t-w_t)} \tag{A.10}$$

$$w_t\frac{p}{1-p} = \frac{(c_t/h_t)(1+\tau_t^c)}{(1-\tau_t^\omega)(1-\alpha)Av_t^\alpha u_t^{-\alpha}(k_t/h_t)^\alpha\theta_t} \tag{A.11}$$

$$\gamma^{1-p(1-\sigma)}\frac{c_t^{p(1-\sigma)-1}}{(1+\tau_t^c)}w_t^{(1-p)(1-\sigma)} =$$

$$E_t\left[\rho\frac{c_{t+1}^{p(1-\sigma)-1}}{(1+\tau_{t+1}^c)}w_{t+1}^{(1-p)(1-\sigma)}\left((1-\tau_{t+1}^r)A\alpha v_{t+1}^{\alpha-1}u_{t+1}^{1-\alpha}(k_{t+1}/h_{t+1})^{\alpha-1}\theta_{t+1} + 1 - \right.\right. \tag{A.12}$$

$$\gamma^{1-p(1-\sigma)}\frac{c_t^{p(1-\sigma)-1}}{(1+\tau_t^c)}w_t^{(1-p)(1-\sigma)}\frac{(1-\tau_t^\omega)(v_t/u_t)^\alpha(k_t/h_t)^{\alpha-\beta}\theta_t}{\left((1-v_t)/(1-u_t-w_t)\right)^\beta\eta_t} =$$

$$= E_t\left[\rho n\frac{c_{t+1}^{p(1-\sigma)-1}}{(1+\tau_{t+1}^c)}w_{t+1}^{(1-p)(1-\sigma)}\frac{(1-\tau_{t+1}^\omega)(v_{t+1}/u_{t+1})^\alpha(k_{t+1}/h_{t+1})^{\alpha-\beta}\theta_{t+1}}{\left((1-v_{t+1})/(1-u_{t+1}-w_{t+1})\right)^\beta\eta_{t+1}}\times\right. \tag{A.13}$$

$$\left.\times\left(B(1-\beta)\left((1-v_{t+1})/(1-u_{t+1}-w_{t+1})\right)\left(\frac{k_{t+1}}{h_{t+1}}\right)\eta_{t+1}(1-w_{t+1}) + 1 - \delta_h\right)\right]$$

$$n\gamma k_{t+1} = A(k_tv_t)^\alpha(u_th_t)^{1-\alpha}\theta_t + (1-\delta_k)k_t - c_t \tag{A.14}$$

$$\gamma h_{t+1} = B\left((1-v_t)k_t\right)^{\beta}\left((1-u_t-w_t)h_t\right)^{1-\beta}\eta_t + (1-\delta_h)h_t \qquad \text{(A.15)}$$

junto con (A.1), (A.2) y las condiciones de estabilidad[10] obtenidas en el **PASO 1**, ya que x_t, z_t son también los ratios de $(c_t/h_t), (k_t/h_t)$ respectivamente:

$$x_t = \frac{\tilde{c}_t}{\tilde{h}_t} = \frac{c_t\gamma^t}{h_t\gamma^t} = \frac{c_t}{h_t}$$

$$z_t = \frac{\tilde{k}_t}{\tilde{h}_t} = \frac{k_t\gamma^t}{h_t\gamma^t} = \frac{k_t}{h_t}$$

La ventaja que tienen estas condiciones de estabilidad es que están en desviaciones con respecto a un estado estacionario único y no múltiple (recuérdese que sólo cuando queremos obtener los estados estacionarios del consumo y ambos tipos de capital por separado se obtiene multiplicidad de estados estacionarios) en tanto que el equilibrio balanceado se define de forma única en ratios. Por tanto, podremos simular sendas de equilibrio estables para el consumo, capital físico y capital humano (normalizados) por separado, como fluctuaciones alrededor de la tendencia dada por la tasa de crecimiento endógena evitando el problema de que las condiciones de estabilidad fueran cambiantes en t, es decir, aunque c^*, k^*, h^* cambien ante diversas perturbaciones, no lo harán x^*, z^* .

Así pues, disponemos de ocho ecuaciones (de (A.10) a (A.15)) junto con dos condiciones de estabilidad, para resolver otras ocho variables $(c_t, k_t, h_t, u_t, w_t, v_t, \theta_t, \eta_t)$ junto con dos errores de previsión ν_{1t}, ν_{2t} (que resultan de sustituir las expectativas de las ecuaciones (A.11) y (A.12) respectivamente por sus valores realizados más un término de error y que denominamos error de previsión), a partir de una realización de $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$.

PASO 3. *Simulación.*

El objetivo de este tercer paso es la resolución numérica del sistema presentado en el **PASO 2** a partir de una realización de las innovaciones $\{\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}\}$ (solución *forward*[11]). El método de solución es recursivo y se describe a continuación:

---

[10] Recuérdese que las condiciones de estabilidad obtenidas para nuestro modelo particular son dos, que quedan definidas ahora como sigue:

$$a_i^{/} X_t = 0 \;\;, \quad i = 1,2$$

$$donde \quad X_t = \left(\left(\frac{c_t}{h_t} - x^* \right), \left(\frac{k_t}{h_t} - z^* \right), (u_t - u^*), (w_t - w^*), (v_t - v^*), (\theta_t - \theta^*), (\eta_t - \eta^*) \right)$$

[11] La solución *backward* resolvería las variables del sistema junto con las innovaciones de los shocks estructurales a partir de una realización de los errores de previsión tales que cumplan las características que los definen como tales.

1º) Dados $k_0, h_0, \theta_0, \eta_0$ (variables de estado) se obtienen las variables de control c_0, u_0, w_0, v_0 a partir de (A.10), (A.11) y las dos condiciones de estabilidad.

2º) De las ecuaciones (A.14) y (A.15), es decir, de las restricciones de recursos se calculan las variables de estado k_1, h_1 .

3º) A partir de $k_1, h_1, \theta_0, \eta_0$ y de una realización de las innovaciones $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{21}$ obtenemos los valores de θ_1, η_1 de las ecuaciones (A.1) y (A.2), y las variables de control para el período 1 utilizando las ecuaciones (A.10) y (A.11) junto con las condiciones de estabilidad. De la obtención de estos valores volvemos a 2º) para obtener las variables de estado para el período 2 y así, sucesivamente, se van obteniendo las soluciones numéricas del modelo hasta un *t* determinado.

4º) Una vez que se han calculado las sendas de equilibrio estables para, por ejemplo, T períodos, $\{c_t, k_{t+1}, h_{t+1}, w_t, u_t, v_t, \theta_t, \eta_t\}_{t=0}^{T}$, se calculan los errores de previsión ν_{1t}, ν_{2t} a partir de las ecuaciones (A.12) y (A.13).

Una vez que se tiene una realización de $\{c_t, k_{t+1}, h_{t+1}, w_t, u_t, v_t, \theta_t, \eta_t\}_{t=0}^{T}$, y dada una senda exógena del gasto se obtiene la secuencia de equilibrio de los bonos y de la rentabilidad bruta de éstos.

Este método de solución nos da una información muy interesante: el hecho de que estén totalmente determinadas las variables de control c_t, u_t, v_t, w_t a partir de las variables de estado $k_t, h_t, \theta_t, \eta_t$ por las ecuaciones (A.10), (A.11) y las condiciones de estabilidad, implica que para este modelo y para esta parametrización existe una única senda de equilibrio, es decir, la existencia de dos autovalores que identifican dos subespacios inestables en el sistema aproximado linealmente nos garantiza esta unicidad de la senda de equilibrio estable. Si tuviéramos un número menor de autovalores (por ejemplo, sólo uno), a partir de las variables de estado se tendría un continuo de variables de control de equilibrio, de modo que habría una indeterminación de equilibrios. Sin embargo, para cualquier tipo de parametrización plausible del modelo que nos ocupa, el número de autovalores o de condiciones de estabilidad es siempre dos, por lo que el problema de la indeterminación de las sendas de equilibrio no se planteará.